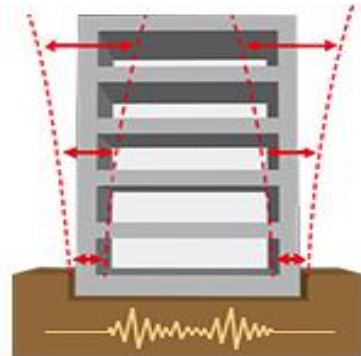


이중 칼만 필터를 이용한 실시간 모델 업데이트

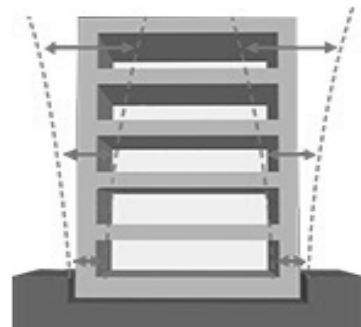
서울대학교 박사과정 고원희
서울대학교 교수 채윤병

실제 구조물 특성 반영을 위한 수치 모델 업데이트

<실제 구조물>

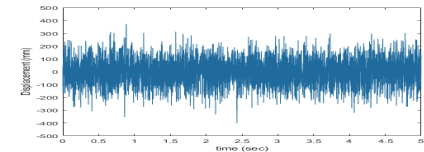


<수치모델>



$$f^{Nu}, \xi^{Nu}, \phi^{Nu} \approx f^{Exp}, \xi^{Exp}, \phi^{Exp}$$

실제 구조물
응답 측정

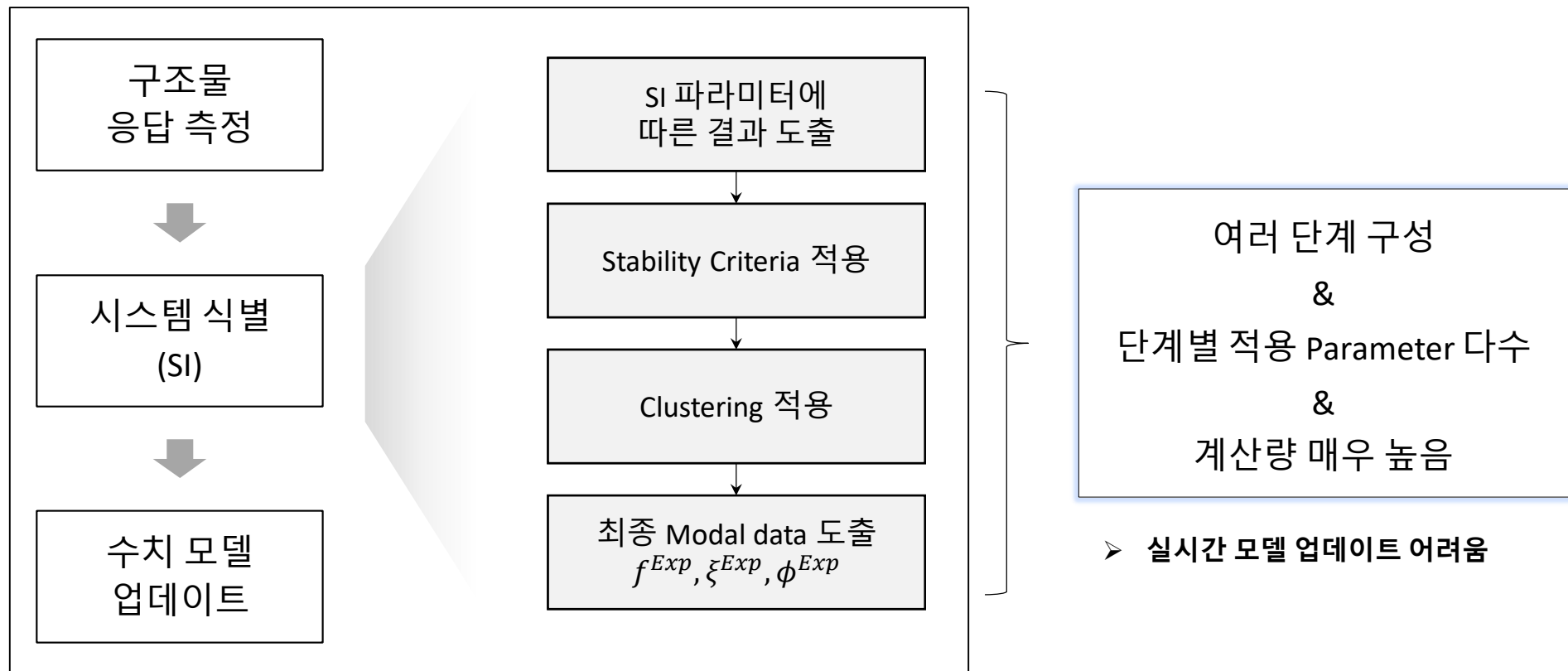


시스템 식별 (SI) 기법 적용

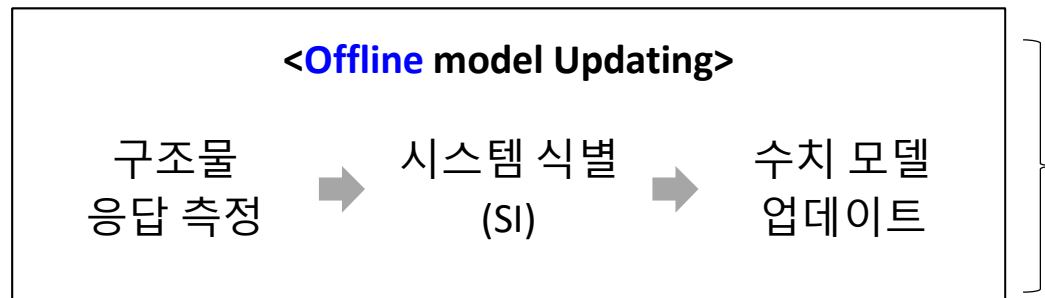
$$f^{Exp}, \xi^{Exp}, \phi^{Exp}$$

강성 (K) 등 물리적인 값을 조절하여
수치모델 업데이트

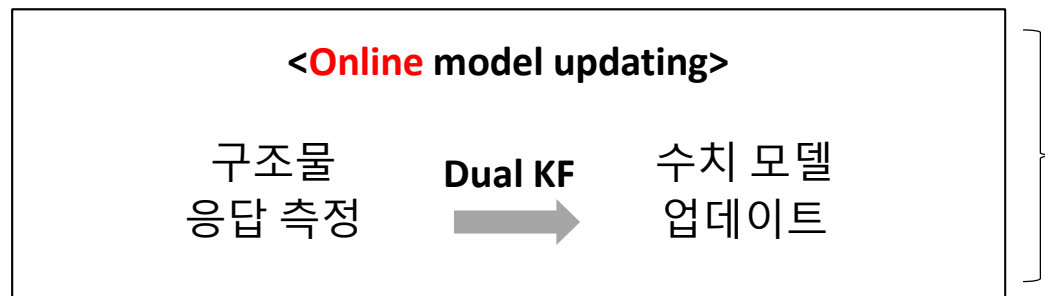
기존 수치 모델 업데이트 프로세스



구조물 자유 진동 응답으로 수치 모델 업데이트 제안



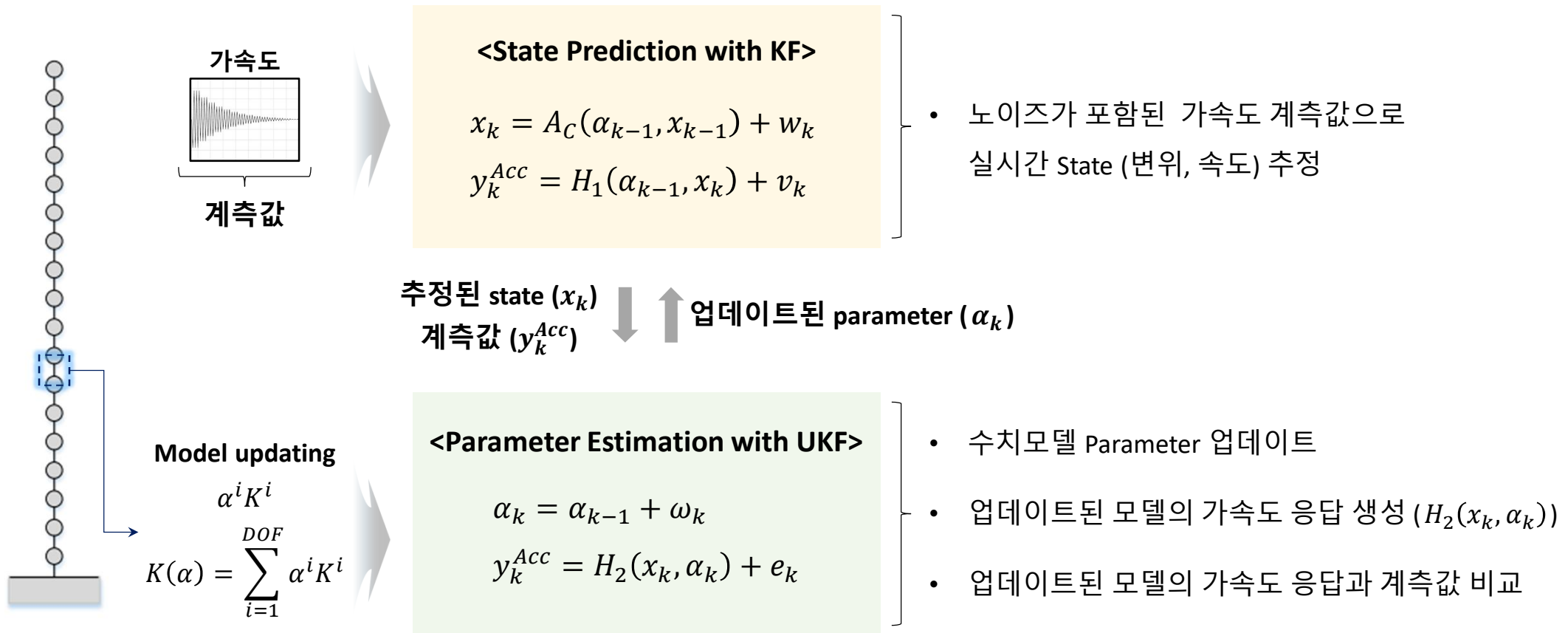
모달 데이터를 일치시킴으로써
수치 모델 업데이트
 $(f^{Exp}, \xi^{Exp}, \phi^{Exp} \approx f^{Nu}, \xi^{Nu}, \phi^{Nu})$



구조물의 응답을 일치함으로써
수치 모델 업데이트
 $(a^{Exp} \approx a^{Nu})$

➤ 실시간 모델 업데이트 가능

Dual Kalman Filter 구조 (Impulse 응답, 강성 업데이트 가정)



① Kalman Filter (KF) : State Prediction

< ① KF: State Prediction >

예측	$\begin{bmatrix} u_k \\ \dot{u}_k \end{bmatrix} = \exp(A_1(\alpha_{k-1}) \cdot \Delta t) \cdot \begin{bmatrix} u_{k-1} \\ \dot{u}_{k-1} \end{bmatrix} + w_k$	• $u_k, \dot{u}_k$: Predicted state • y_k: measurement • w_k and v_k: noise
보정	$\begin{bmatrix} y_k^{Acc} \\ \dot{y}_k \end{bmatrix} = -M^{-1}[K(\alpha_{k-1}) \quad C(\alpha_{k-1})] \cdot \begin{bmatrix} u_k \\ \dot{u}_k \end{bmatrix} + v_k$	

두 값의 차이로 해당 step의 $u_k, \dot{u}_k$ 보정

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K(\alpha_{k-1}) & -M^{-1}C(\alpha_{k-1}) \end{bmatrix}$$

이전 Step의 α 가 적용된 강성행렬 (K) 및 감쇠행렬 (C)을 기반으로 state 예측

$$w_k \sim \mathcal{N}(0, Q)$$

$$v_k \sim \mathcal{N}(0, R)$$

< Noise 공분산 Q와 R >



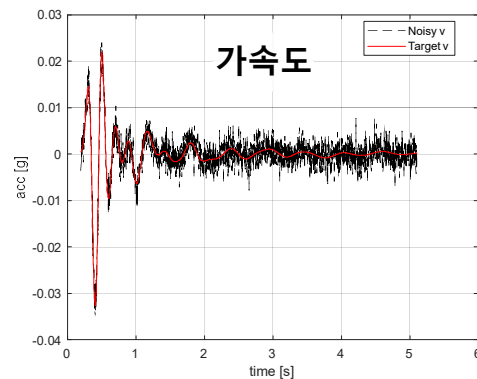
Q와 R을 조정하여
예측과 보정 정도를 조정

Q ↑ : 보정의 가중치 ↑
R ↑ : 예측의 가중치 ↑

① Kalman Filter (KF) : State Prediction

<실시간 state $x_k(u_k, v_k)$ 인 변위, 속도 예측>

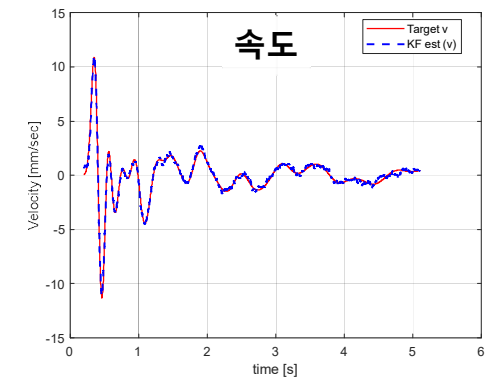
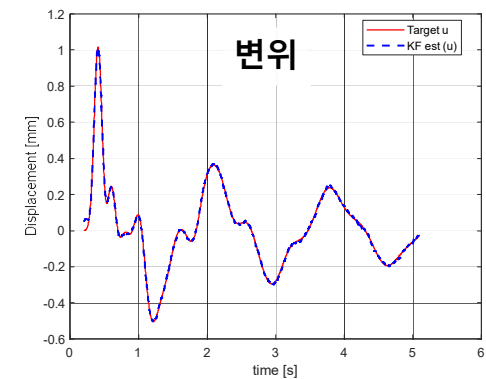
< 노이즈가 포함된 계측값 입력>



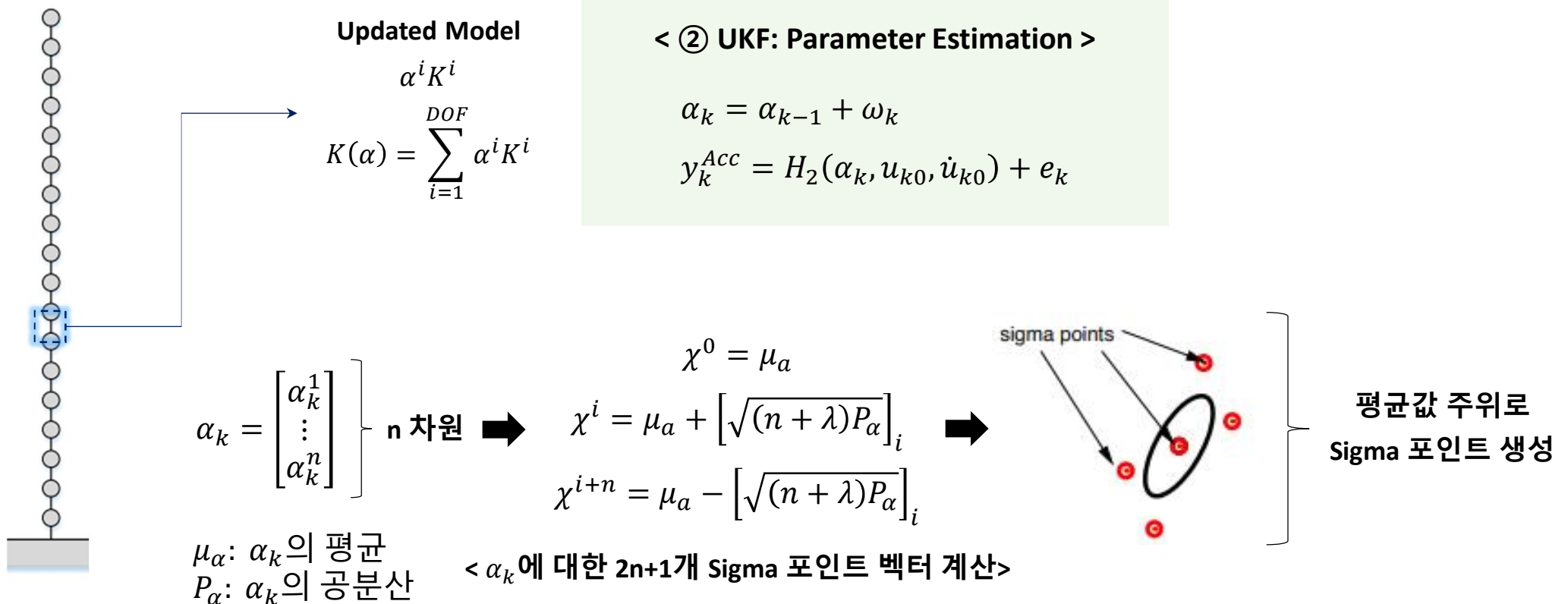
< ① KF: State Prediction >

$$x_k = A_C(\alpha_{k-1}, x_{k-1}) + w_k$$

$$y_k^{Acc} = H_1(\alpha_{k-1}, x_k) + v_k$$



② Unscented Kalman Filter (UKF): Parameter Estimation



② Unscented Kalman Filter (UKF): Parameter Estimation

< ② UKF: Parameter Estimation >

$$\alpha_k = \alpha_{k-1} + \omega_k$$

$$y_k^{Acc} = H_2(\underbrace{\alpha_k, u_{k0}, \dot{u}_{k0}}_{a_{pred}}) + e_k$$

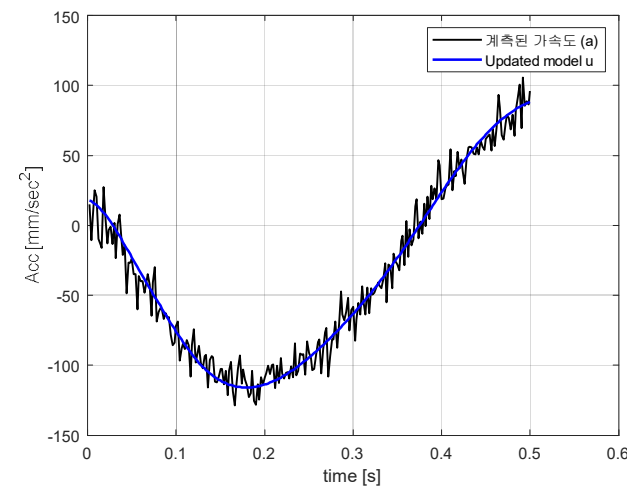
a_{pred}

State의 초기값을
Initial condition으로 고려

$$u_{k0}, \dot{u}_{k0}$$

a_{pred}
2n+1개 자유진동
응답생성

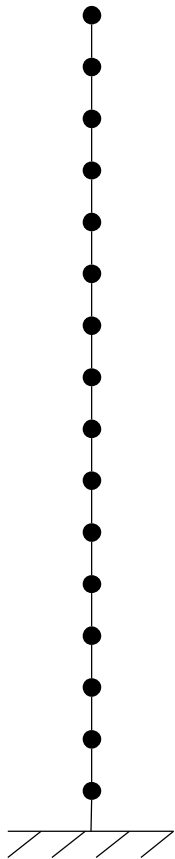
<Updated model의 자유진동응답 계산>



$$y_k^{Acc} \leftrightarrow a_{pred}$$

<계측값과 Updated 모델 응답 비교>

16자유도 모델을 활용한 Case study

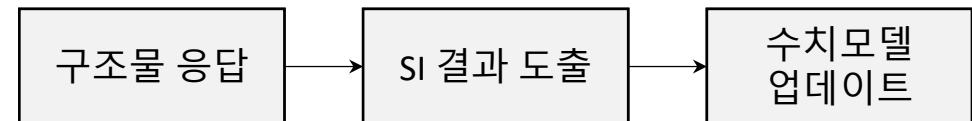


층 (DOF)	질량 [kg]	True 모델 강성 [N/m]	Initial 모델 강성[N/m]
16	4.65	10800	8000
15	5.05	11500	8000
14	4.55	11300	8000
13	6.05	10900	8000
12	3.15	5300	8000
11	5.35	4700	8000
10	7.10	8500	8000
9	6.45	7500	8000
8	6.65	10900	8000
7	3.10	6900	8000
6	6.40	8300	8000
5	3.75	5200	8000
4	3.40	7400	8000
3	3.85	6800	8000
2	3.70	10600	8000
1	4.05	11300	8000

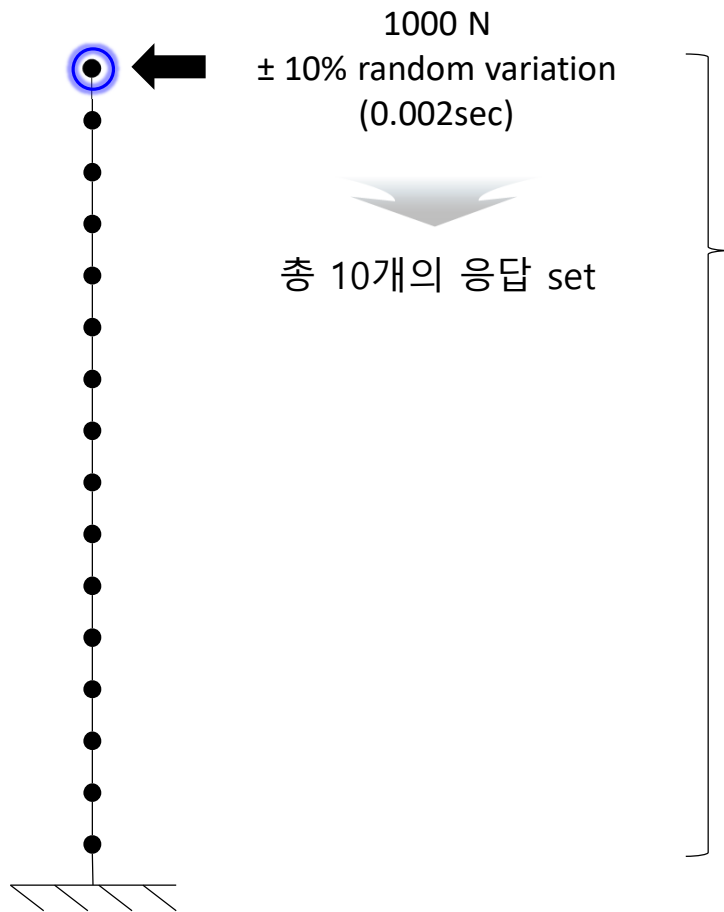
- **Case 1: Dual KF**



- **Case 2: SI 적용**

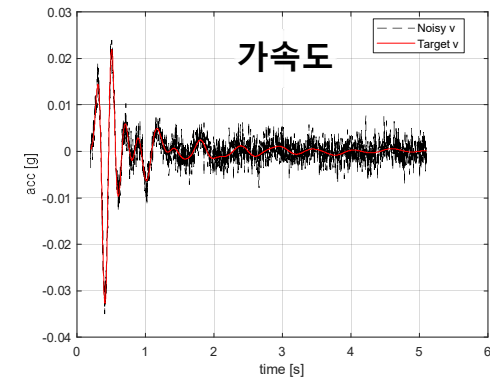


가력 위치 및 응답 분석



<모든 자유도(16 Dof)에 대해서 총 5초 동안 자유진동 응답 도출>

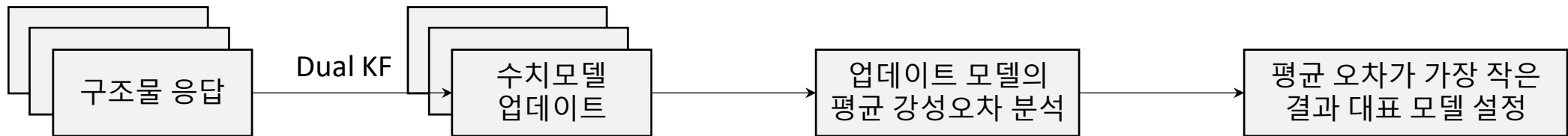
가속도 응답 Noise 분산
 $\varepsilon_k \sim \mathcal{N}(0, \Sigma^w) \rightarrow \Sigma^w = 0.01^2 \text{ [m/sec}^2\text{]}^2$



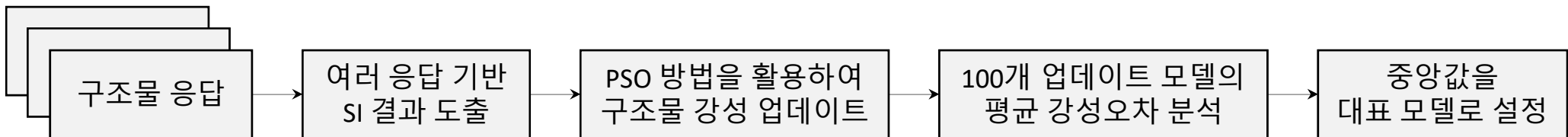
- **Case 1:** Dual KF로 Model updating
- **Case 2:** SI 결과로 Model updating

Case별 결과 도출 과정

- **Case 1: Dual KF**



- **Case 2: SI 적용**



Case 1: Dual KF에서 State 추정 과정 및 검증

<State Prediction with KF>

예측

$$\begin{bmatrix} u_k \\ \dot{u}_k \end{bmatrix} = \exp(A_1(\alpha_{k-1}), \Delta t) \cdot \begin{bmatrix} u_{k-1} \\ \dot{u}_{k-1} \end{bmatrix} + w_k$$

보정

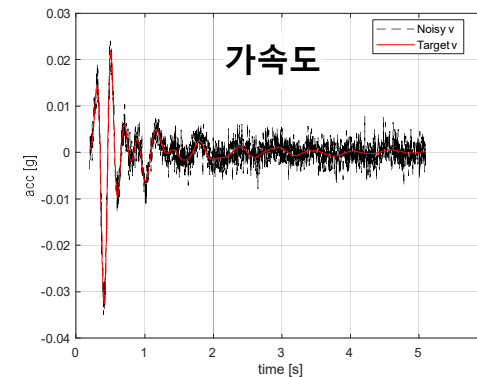
$$y_k^{Acc} = [-M^{-1}K(\alpha_{k-1}) \quad -M^{-1}C(\alpha_{k-1})] \cdot \begin{bmatrix} u_k \\ \dot{u}_k \end{bmatrix} + v_k$$

$$w_k \sim \mathcal{N}(0, Q) \rightarrow Q = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4}$$

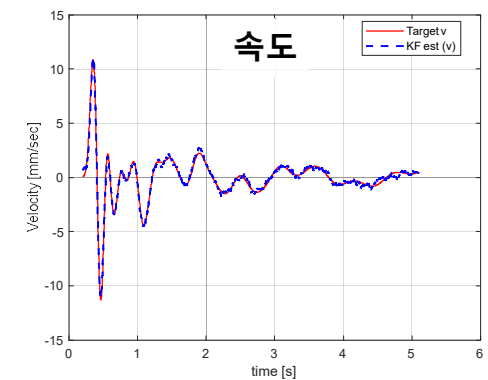
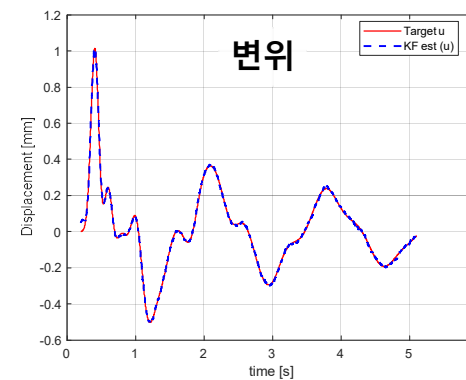
$$v_k \sim \mathcal{N}(0, R) \rightarrow R = 10^{-3}$$

< Noise 공분산 Q 와 R >

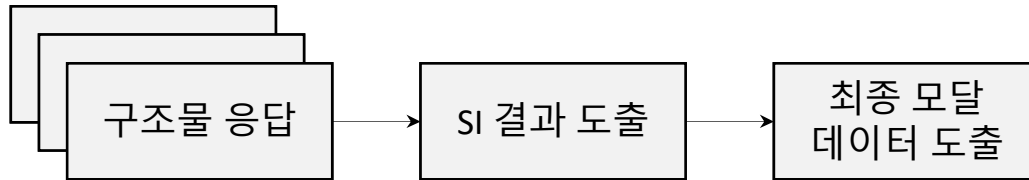
<Measurement Covariance>



< State Prediction >



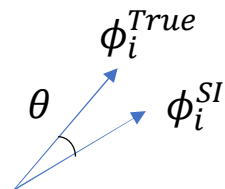
Case 2: SI 결과



< 최종 모달 데이터 결과 >

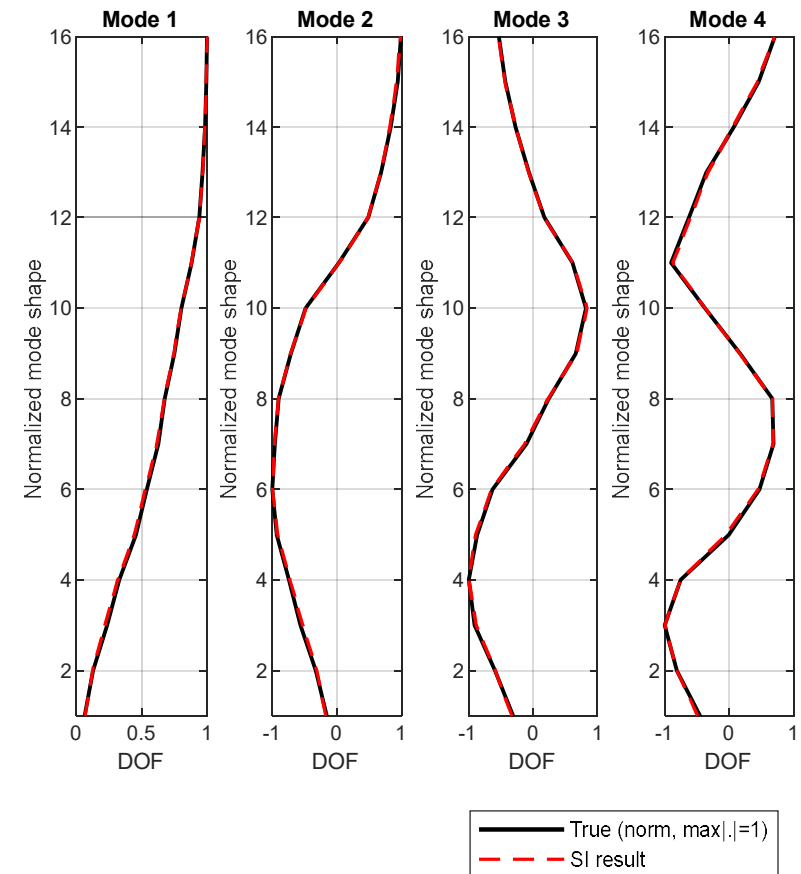
Mode	f^{True} [Hz]	f^{SI} [Hz]	Error [%]	MAC (True, SI 결과)
1	0.587	0.587	0.12	1.000
2	1.795	1.792	0.13	1.000
3	3.207	3.198	0.29	1.000
4	4.518	4.495	0.52	1.000
5	5.333	5.295	0.71	1.000
Avg	-	-	0.36	1.000

MAC (Mode Assurance Criteria)



$$(\cos \theta)^2 = MAC$$

$$\theta \rightarrow 0 \Rightarrow MAC \rightarrow 1$$



Case 2: SI 결과를 이용하여 강성 업데이트 과정

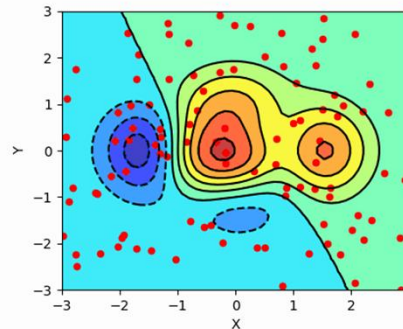
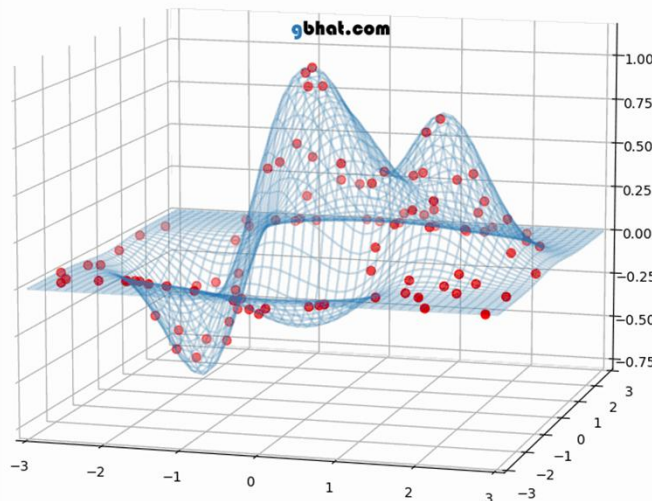
< 강성 업데이트를 위한 최적화 목적함수 >

$$J(\alpha) = \sum_{i=1}^{Modes} \text{abs}[f_i^{SI} - f_i^{Nu}(\alpha)] + [1 - \text{MAC}(\phi_i^{SI}, \phi_i^{Nu}(\alpha))]$$

PSO 기법

Updated Model

$$K(\alpha) = \sum_{i=1}^{n_\alpha} \alpha^i K^i$$



<PSO(Particle Swarm Optimization) 파라미터>

Parameter	후보값
Swarm size	[100, 150, 200, 250, 300]
ω (Inertia weight)	[0.2, 0.4, 0.6, 0.8 1.0]
c_1 (Cognitive coefficient)	[0.5 1.0, 1.5, 2.0, 2.5]
c_2 (Social coefficient)	[0.5 1.0, 1.5, 2.0 2.5]

200 최적값

Case 1 & Case 2: 업데이트 모델 결과 비교 (강성)

DOF	True Stiffness [N/m]	Case 1: Dual KF		Case 2: SI 적용	
		Stiffness [N/m]	Error [%]	Stiffness [N/m]	Error [%]
1	11300	11256	0.39	10912	3.43
2	10600	10585	0.14	11864	11.93
3	6800	7171	5.46	7469	9.83
4	7400	7344	0.75	6889	6.91
5	5200	5321	2.34	5298	1.88
6	8300	8019	3.38	7734	6.81
7	6900	7119	3.17	6958	0.84
8	10900	10343	5.11	10323	5.29
9	7500	7768	3.58	7098	5.36
10	8500	8135	4.29	8304	2.31
11	4700	4569	2.80	4621	1.68
12	5300	5468	3.16	5264	0.69
13	10900	10261	5.86	10857	0.40
14	11300	11276	0.21	11829	4.68
15	11500	11171	2.86	11409	0.79
16	10800	10580	2.03	9774	9.50
Avg	-	-	2.85	-	4.52

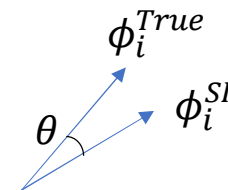
Case 1 & Case 2: 업데이트 모델 결과 비교 (강성, 모달 데이터)

< 고유진동수 분석 >

Mode	$f^{True}[\text{Hz}]$	Case 1: Dual KF		Case 2: SI 적용	
		$f [\text{Hz}]$	Error [%]	$f [\text{Hz}]$	Error[%]
1	0.587	0.589	0.23	0.587	0.12
2	1.795	1.790	0.27	1.792	0.13
3	3.207	3.209	0.06	3.198	0.29
4	4.518	4.497	0.46	4.495	0.52
5	5.333	5.310	0.42	5.295	0.71
Avg	-	-	0.29	-	0.36

< 모드형상 분석 >

Mode	MAC (True,Case1)	θ (True, Case1)	MAC (True,Case2)	θ (True, Case2)
1	1.0000	0.0038	1.0000	0.0054
2	0.9999	0.0084	0.9999	0.0098
3	0.9998	0.0125	0.9997	0.0164
4	0.9986	0.0381	0.9994	0.0247
5	0.9986	0.0381	0.9990	0.0320
Avg	0.9994	0.0202	0.9996	0.0177



$$(\cos \theta)^2 = \text{MAC}$$

$$\text{MAC} \rightarrow 1 \Rightarrow \theta \rightarrow 0$$

지진응답 비교 (Northridge earthquake)

DOF	최대변위 오차 [%]		NRMSE [%]	
	Case1: Dual KF	Case2: SI 적용	Case1: Dual KF	Case2: SI 적용
1	0.05	2.77	0.64	0.56
2	0.17	4.61	0.62	0.84
3	2.56	6.86	0.64	1.18
4	1.04	2.97	0.60	0.59
5	0.80	3.88	0.60	0.56
6	0.05	2.30	0.57	0.40
7	0.36	2.22	0.57	0.39
8	0.24	1.57	0.56	0.34
9	0.13	0.78	0.55	0.31
10	0.37	0.53	0.54	0.30
11	0.83	0.27	0.54	0.29
12	0.59	0.19	0.52	0.29
13	0.84	0.17	0.52	0.29
14	0.85	0.28	0.52	0.28
15	0.90	0.26	0.52	0.28
16	0.92	0.18	0.52	0.28
Avg	0.67	1.86	0.56	0.45

$$NRMSE = \sqrt{\frac{\sum (u_k^{true} - u_k^{updated})^2}{\sum u_k^{true^2}}}$$

- 최대변위 오차 평균: DKF < SI 적용
- NRMSE 평균: DKF > SI 적용

결론

- Dual Kalman Filter를 활용해 계측 응답으로부터 수치모델을 업데이트하는 방법을 제안하였음.
- 1st KF로 노이즈가 줄어든 상태(변위·속도)를 추정하고, 이를 기준으로 2nd UKF가 업데이트된 모델 응답과의 차이를 이용해 실시간 파라미터 추정을 수행하였음.
- 16자유도 lumped-mass 모델을 이용한 Case study에서, 제안 방법과 기존 SI 기반 방법을 동일 조건으로 비교하였음.
- 그 결과, 제안 방법은 강성 추정 정확도에서 우수했으며, 지진 응답 오차율은 두 방법이 유사하였음.
- 제안한 Dual Kalman Filter 기반 업데이트는 정확도와 효율성을 동시에 확보하는 실시간 모델 업데이트 대안임을 확인하였음.

감사합니다
