

소형편치시험에 의한 재료 유동응력 결정을 위한 역해석 방법

An Inverse Method for Determining Flow Stress by Small Punch Testing

천 진식*, 주 철홍

한국중공업주식회사
경남 창원시 귀곡동 555

요 약

변형 양상이 복잡한 소형시험법을 이용하여 재료의 유동응력을 구하기 위한 역해석 방법을 제안하였다. 재료의 변형 과정 중에 측정된 하중-변위 곡선과 예측한 값의 차를 역해석의 목적 함수로 채택하였다. 비볼록 함수에 대해서는 기 확보된 정보를 토대로 적절한 초기 값을 선정하지 못하면 국부 최소값으로 수렴하는 구배 알고리즘의 제한성을 극복하기 위하여 전역 최소값을 보장하는 모사풀림 알고리즘을 최적화에 적용하였다. 또한 전 계산 과정에서 가장 많은 시간을 필요로 하는 재료의 하중-변위 곡선을 결정하는데 신경망을 이용하였다. 소형시험법의 일종인 소형편치시험에 대하여 적용하였을 때 최대 30N의 오차 내에서 하중-변위 곡선을 예측하였다. 신경망으로 하중-변위 곡선을 계산하면서 모사풀림 알고리즘을 최적화에 이용하였는데 테스트용 모사 데이터는 물론 오차가 포함된 실험데이터도 재료의 유동응력을 잘 예측하였다.

Abstract

An inverse method is presented to obtain material's flow properties by using small punch test. This procedure employs, as the objective function of inverse analysis, the balance of measured load-displacement response and calculated one during deformation. In order to guarantee convergence to global minimum, simulated annealing method was adopted to optimize the current objective function. In addition, artificial neural network was used to predict the load-displacement response under given material parameters which is the most time consuming and limits applications of global optimization methods to these kinds of problems. By implementing the simulated annealing for optimization along with calculating load-displacement curve by neural network, material parameters were identified irrespective of initial values within very short time for simulated test data. We also tested the present method for error-containing experimental data and showed that the flow properties of material were well predicted.

1. 서 론

고온, 고압, 방사선 조사 등의 극심한 환경하에서 가동되는 기기의 수명 평가를 위하여 재료의 변형 거동을 정확하게 결정하는 것은 매우 중요하다. 일축인장시험은 재료의 변형거동을 측정하는 보편적인 방법이지만 가동 중인 기기에 대해서는 표준 시험 조건을 만족할 만큼의 시편을 채취하기가 곤란하기 때문에 적용이 불가능하다. 그러므로 보수 용접이 필요 없어서 기기에 손상

을 주지 않을 수 있는 만큼의 소량의 재료를 채취하여 변형 거동을 평가하는 방법이 개발되고 있다⁽¹⁾. 일례로 표준 인장 시험편을 소형화한 소형인장 시험법이 있지만 소형화에 한계가 있고 다양한 기계적 성질을 제공하지 못하는 단점이 있어 최근 표준 시험법과는 구별되는 강구(steel ball)로 판상 시편에 굽힘 변형을 가하는 소형펀치 (small punch) 시험에 대한 연구가 진행되어 왔다⁽²⁻⁵⁾. 소형펀치시험은 변형이 균일한 인장시험과는 달리 강구 아래에 국부적으로 집중되기 때문에 탄소성 응력장을 해석하거나 하중-변위곡선과의 경험적인 관계식으로부터 인장 특성을 얻고 있다. 응력장 해석을 통한 변형 거동 해석에서는 측정된 하중-변위 곡선이 유한요소 모델링에 의한 하중-변위 곡선과 일치할 때까지 반복 계산하거나⁽³⁾ 미리 광범위한 범위의 응력-변형을 곡선에 대하여 유한요소 해석을 통하여 구성된 데이터베이스에서 가장 잘 일치하는 곡선을 찾아내어 재료의 구성 방정식을 얻는다⁽⁵⁾. 그러나 미리 재료에 대한 사전 정보가 없는 상황에서는 이러한 방법들은 적용하기가 매우 부적절하다.

따라서 본 연구에서는 소형펀치시험 중에 측정된 하중값과 가정한 재료 유동응력으로 계산된 하중값의 차이를 목적함수로 두고 이를 최소화시키기 위하여 전역 최소화 기법 중의 하나인 모사 풀림 방법을 적용하였다. 또한 모사 풀림 방법의 적용에 최대 장애가 되는 목적함수 평가에 필요한 계산 시간을 줄이기 위하여 신경망을 이용하여 구성방정식에 따른 재료의 하중-변위 곡선을 예측하였다. 재료가 먹급수 경화 법칙 (power hardening law)을 따른다고 가정하고 시뮬레이션을 수행하여 학습과 검증에 사용하였다. 신경망 학습에 사용되지 않은 모사 데이터를 이용하여 신경망과 알고리즘의 타당성을 일차적으로 검증 하였으며, 실험으로 측정된 소형펀치 하중-변위 곡선에 대하여 재료의 유동응력을 구하여 일축인장으로 구한 값과 비교하였다.

2. 적용 방법

1) 모사 풀림 방법

주어진 함수의 최소값을 구하는 문제는 오랫동안 연구되어 볼록함수(convex function)에 대해서 타당한 결과를 얻을 수 있는 알고리즘이 제시되었다. 함수값 계산만으로 또는 최소화 효율을 증대시키기 위하여 함수의 미분값을 이용하는 방법이 있다. 그러나 이러한 국부적 탐색 방법은 목적함수가 주어진 영역내에서 비볼록함수일 때에는 만족스러운 결과를 내지 못할 때가 흔하다⁽⁶⁾. 그러한 전역 최적화 문제를 취급하기 위하여 모사풀림^(7,8), 유전 알고리즘⁽⁹⁾, 신경망^(10,11) 등의 새로운 접근 방법이 제시되었다. 이 중에서 본 논문에서 채택한 모사풀림 방법은 통계역학에서 착안한 확률론적 방법이다.

모사풀림 알고리즘을 정리하면 다음과 같다. 여기서 \mathbf{X} 는 최적화 변수, $\Phi(\mathbf{X})$ 는 목적함수이다.

- 현재 상태 i 의 근방(neighborhood)에서 다음 상태의 후보(candidate) j 를 선택한다.
- 후보 상태의 목적함수 $\Phi(\mathbf{X}_j)$ 를 계산하여 목적함수의 차 $\Delta\Phi = \Phi(\mathbf{X}_j) - \Phi(\mathbf{X}_i)$ 를 구한다.
- 만약 $\Delta\Phi$ 가 음수이면 후보 상태를 계의 상태로 채택하고 다음 후보를 선택하여 반복 계산한다. 만약 j 상태가 i 보다 에너지가 높으면 (즉 $\Delta\Phi$ 가 양수이면) Metropolis 기준에 따라 $\exp(-\Delta\Phi/k_B T)$ 의 확률로 채택한다. 즉 높은 온도에서는 현재 상태보다 더 높은 함수값으로의 천이를 부분적으로 허용한다. 각 온도에서 계가 평형에 도달하면 온도를 다시 낮춘다. 풀림 처리가 서서히 그리고 충분히 되었으면 계는 전역 최소값에 도달한다. 여기서 k_B 와 T 의 변화로 정의되는 냉각 절차 (cooling schedule)에 따라 수렴 특성은 영향을 받는다.

2) 역전파 신경망⁽¹⁰⁾

다층 신경망은 입력층, 은닉층, 출력층으로 이루어져 있다. 각 층은 다중 입력단과 단일 출력단으로 구성된 수많은 신경단위(unit)로 이루어진다. 입력 신호가 신경망에서 처리된 후 신경망의 오차는 역방향으로 전파된다. 신경망의 출력값이 목표값에 근접하도록 오차의 역방향 전파 시에 가중치(weight)와 바이어스(bias)를 구배 알고리즘을 사용하여 조절한다. 본 논문에서는 다양한 구배 알고리즘 중에서 Levenberg-Marquardt 방법을 최소화에 이용한다. 이 방법은 계산 과정 중에 근사 Hessian 행렬을 저장해야 하기 때문에 많은 메모리가 필요한 반면에 수렴 속도가 빠른 학습 알고리즘이다. 학습된 지식은 신경단위 사이의 가중치로서 저장된다.

3. 하중-변위 결정

1) 하중-변위 곡선 모사

소형펀치 시험의 유한요소해석은 상용 패키지인 ABAQUS 5.7을 사용하였다⁽¹²⁾. 변형이 되는 시편은 그림 1과 같이 축대칭 4 절점 선형 요소로, 강구와 상부 및 하부 다이는 강체 요소로 모델링하였다. 또한 재료는 균질 등방성이며 Von Mises 항복 조건을 따른다고 가정하였다. 시편과 강구 및 시편과 다이의 접촉을 고려하기 위하여 접촉 요소를 사용하였다. 변형 중에 발생하는 접촉부의 변화는 ABAQUS에서 제공되는 유한 활주 (finite sliding) 기능으로 고려하였다. 마찰 계수는 0.25, Poisson 비는 0.3, 탄성계수는 200 GPa 이었다.

그림 2에 보인 것과 같이 유한요소해석으로 계산한 하중-변위 곡선은 실험으로 측정된 값과 잘 일치하고 있다. 그러나 변형이 0.5 mm 이상이 되면 계산값과 측정값의 차이가 커지는 것을 볼 수 있다. 이러한 차이는 유한요소해석 프로그램 자체의 한계일 수도 있으며 실험 상의 오차일 수도 있으나 정확한 원인을 규명하기 위해서는 보다 상세한 연구가 필요한 것으로 보인다.

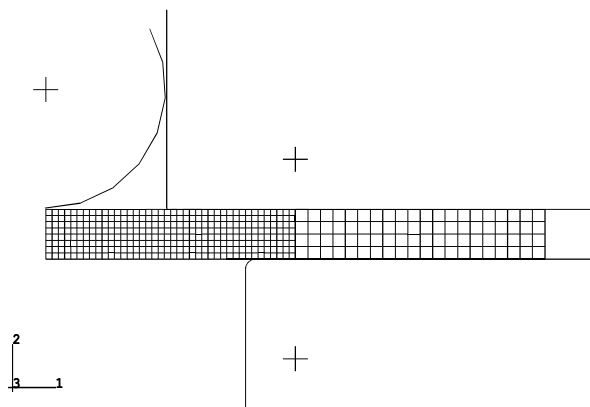


그림 1. 소형펀치 시험의 유한요소 모델

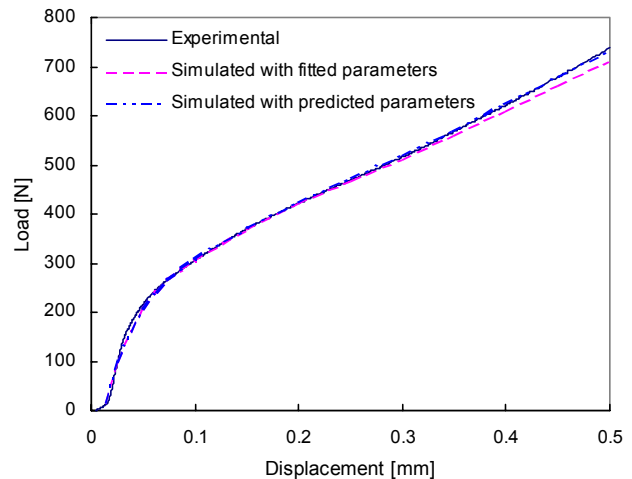


그림 2. 소형펀치 하중-변위 곡선의 모사

2) 소형펀치 시험

소형 펀치 시험에 사용된 지그는 직경 2.4 mm의 강구, 상부다이, 하부다리로 구성되어 있다. 하중이 펀치를 통하여 강구에 의하여 시편에 인가되며, 시편을 하부다이 쪽으로 변형시킨다. 변위를 측정하기 위하여 신장계(extensometer)를 상부다이와 하부다이 사이에 부착시켰으며, 시편을 지그에 넣고 4개의 나사로 단단히 고정하였다. 시험은 INSTRON 4204에서 0.5 mm/min의 부하 속도로

진행하였으며, 시편의 크기는 가로 및 세로가 각각 10 mm이며 두께 0.5 mm이었다.

3) 신경망에 의한 하중-변위 곡선의 예측

임의의 조건에 대한 하중-변위 곡선을 계산하는데 DEC Alpha 2100 4/275에서 약 210 초 정도의 CPU 시간이 소요되었다. 그런데 모사폴림 방법을 최적화에 응용할 때 목적함수를 적어도 수 백회 이상 계산하여야 한다. 본 문제에서는 유한요소 코드를 이용한 하중-변위 곡선의 계산에 대부분의 시간이 소요되므로 목적함수의 전역 최소값을 구하는 계산 시간은 실질적으로 일주일 이상이 걸릴 수 있다. 이러한 계산 시간상의 제한점을 극복하기 위하여 앞 절에서 소개된 신경망을 이용하여 주어진 응력-변형률 곡선에 대한 하중-변위 곡선을 예측하였다.

학습데이터 생성 : 많은 금속의 유동 곡선은 다음과 같은 멱급수 형태로서 나타낼 수 있다.

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{D}\right)^n \quad (1)$$

여기서 ε_e 는 탄성 변형률이고 ε_p 는 소성 변형률이다. 또한 n 은 멱급수 경화식의 강도 지수이며 D 는 강도 계수이다. 신경망의 학습에 사용하기 위하여 n 은 3.33부터 20까지, D 는 300 MPa부터 1800 MPa의 범위에서 217개의 재료 조건을 선정하였다. 이때 소성 변형률 0.2%에서 응력이 150 MPa 이하이면 학습 데이터에서 제외하였다. 대부분의 금속은 이 범위에 포함된다⁽¹³⁾.

신경망 구성 : 신경망을 학습시키는데 채택한 Levenberg-Marquardt 방법은 모멘텀(momentum)이나 변동 학습법(variable learning rate)에 비하여 메모리가 많이 소요되므로 하중-변위 곡선 전체 보다는 하중-변위 곡선의 한 점을 예측하도록 신경망을 구성하였다. 신경망의 구성은 Matlab 4.2c의 Neural Network Toolbox가 이용되었다⁽¹⁴⁾. 신경망의 은닉층은 하나이고 은닉층의 신경 단위는 20개이다. 신경망의 입력 벡터는 $[D, n, \delta]$, 출력값은 P 이다. 여기서 δ 는 변위이며 P 는 하중이다. 신경망의 활성화 함수는 로그-시그모이드(log-sigmoid) 함수를 사용하였다. 각 재료 조건에 대하여 0.5 mm 변위 범위 내에서 16개 지점의 변위를 선택하여 신경망의 입력에 사용하였다. 학습에 사용된 전체 데이터 수는 3472개이다. 신경망은 식 (2)에 정의된 평균추정오차 (mean estimation error)가 5×10^{-6} 이하가 될 때 까지 학습시켰다.

$$e = \frac{1}{QS^M} \sum_{q=1}^Q \sum_{j=1}^{S^M} (t_{j,q} - a_{j,q})^2 \quad (2)$$

여기서 Q 는 학습데이터의 수이고 S^M 은 출력층의 신경단위 개수이다. 학습된 하중과 목표 하중과의 최대 오차는 하중-변위 곡선에서 절대값이 제일 작은 지점에서 발생하였으며 30N 이하이었다.

신경망 검증 : 신경망을 검증하기 위하여 해석 대상 범위에서 D 와 n 의 조합 30개를 무작위로 추출하여 사용하였다. 표 1과 같이 학습에 사용하지 않은 30개의 조합에 대하여 유한요소 코드로 하중-변위 곡선을 계산하였다. 이 30 조건의 480 지점에서 하중을 예측한 값과 참값을 비교한 것이 그림 3이다. X축은 ABAQUS 코드로 계산한 값이며 Y축은 신경망으로 예측한 값이다.

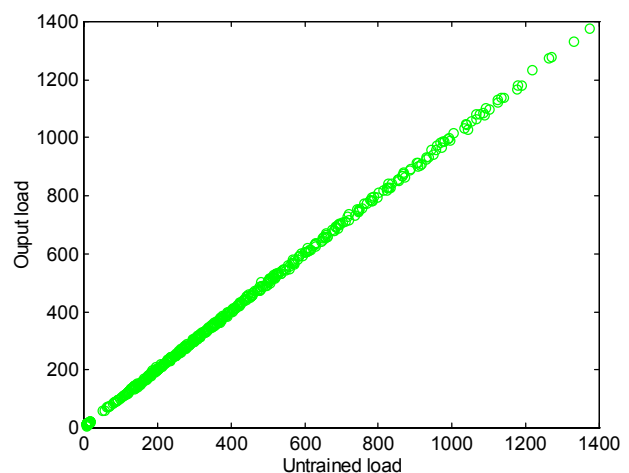


그림 3. 학습하지 않은 30개 데이터에 대한 하중 예측 결과

표 1.30개 시험 조건에 대한 역해석 알고리즘의 검증 결과

No.	Simulated data (Desired)		Verification results (Predicted)		No.	Simulated data (Desired)		Verification results (Predicted)	
	D	n	D	n		D	n	D	n
1	547.21	16.09	565.57	14.14	16	1522.07	4.82	1542.64	4.74
2	1619.31	3.71	1617.93	3.73	17	1122.91	18.53	1122.06	18.37
3	1249.28	19.70	1245.90	20.00	18	1129.30	16.51	1121.03	17.00
4	456.08	6.89	455.87	6.87	19	1476.37	6.56	1486.60	6.46
5	1280.96	3.89	1276.97	3.90	20	1078.62	7.95	1078.64	7.92
6	868.68	4.40	870.09	4.39	21	964.89	4.84	964.00	4.83
7	1648.07	5.16	1659.23	5.10	22	906.56	3.96	910.10	3.95
8	486.29	5.76	486.27	5.83	23	1584.53	5.49	1614.42	5.34
9	1492.03	4.78	1517.02	4.68	24	1796.98	6.61	1791.44	6.61
10	880.37	4.60	880.82	4.59	25	777.14	8.65	772.05	8.78
11	1691.70	3.38	1679.87	3.40	26	813.03	9.18	807.42	9.33
12	1736.64	7.87	1733.03	7.91	27	901.35	4.16	905.21	4.15
13	1731.38	5.16	1734.44	5.12	28	697.00	9.52	688.71	9.93
14	1437.69	6.48	1445.75	6.42	29	1642.42	6.03	1643.32	6.03
15	714.84	5.48	710.37	5.53	30	1343.43	4.88	1358.43	4.81

4. 적용결과 및 고찰

소형편치 시험의 하중-변위 곡선으로부터 재료의 유동응력을 결정하는 문제는 계산된 하중-변위 곡선이 실험으로 측정된 값과 일치할 때까지 구성방정식의 파라미터를 조절하면서 반복 계산하는 것에 해당한다. 즉 다음과 같은 목적함수를 벡터 $\mathbf{X}=[D, n]$ 에 관하여 최소화하는 것이다.

$$\Phi(\mathbf{X}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m [r_i(\mathbf{X})]^2 = \frac{1}{2} \mathbf{r}^T \mathbf{r} \quad (3)$$

여기서 m 은 측정값과 계산값을 비교하는 지점의 수효이다. 또한 잔여 벡터 \mathbf{r} 은

$$\mathbf{r} = \mathbf{P}^* - \tilde{\mathbf{P}} \quad (4)$$

로 정의되고, \mathbf{P}^* 는 실험으로 측정된 하중이며 $\tilde{\mathbf{P}}$ 는 신경망으로 예측한 하중이다. 식 (3)을 제 2절에서 제시한 모사폴립 방법을 적용하여 최소화한다.

1) 모사 데이터에 대한 유동응력 결정

신경망과 모사폴립 방법을 조합하여 재료의 유동응력을 결정하는 본 방법의 타당성을 검증하기 위하여 표 1에 제시된 30개 데이터에 대하여 D 와 n 을 예측하였다. D 와 n 에 대하여 목표값과 예측값을 비교한 것이 표 1과 그림 4에 제시되어 있다. 30개의 검증 데이터에 대하여 D 는 최대 3.35%, n 은 최대 12.1%의 오차를 나타내었다. 한편 변형율 30%까지 범위에서 유동응력의 상대 오차는 평균 1.24%이며 최대 오차는 2.3%이다.

역 문제는 수학적 부적절성(ill-posed)으로 인하여 입력 데이터의 작은 오차에도 해가 매우 민감하게 변화한다^(15,16). 실제로 실험 데이터는 오차를 수반하므로 주어진 실험 데이터의 작은 오차

에 대한 해법의 안정성은 매우 중요하다. 실험 데이터를 모사하기 위하여 정규 분포(normal distribution)를 따르는 난수를 하중-변위 곡선에 추가하였다. 정규 분포의 평균은 영(zero)이며 표준 편차는 하중-변위 곡선에서 하중을 평균한 값의 일정 퍼센트이다. D가 714.6이고 n이 5.48일 때 오차가 포함되지 않은 것과 포함된 것의 하중-변위 곡선을 그림 5에 나타내었다. 오차가 0.05%에서 10%까지 부가된 하중-변위 데이터에 대하여 D와 n을 3회 계산하였다. 이 값과 목표 값과의 오차를 구하여 평균한 것이 그림 6이다. 데이터에 포함된 오차가 증가할수록 D와 n의 예측 오차는 증가하며 D에 비하여 n의 오차가 훨씬 큼을 알 수 있다. 5% 오차를 부가한 하중-변위 곡선에 대한 D와 n의 오차는 각각 8.95%와 13.9%이며, 30% 변형을 범위에서 유동응력의 상대 오차는 평균 4.29%이며 최대 오차는 7.44%이다. 이상과 같이 하중 데이터의 작은 오차로 인하여 유발되는 유동응력 오차가 상대적으로 미미하므로 해법은 안정한 것으로 판단된다.

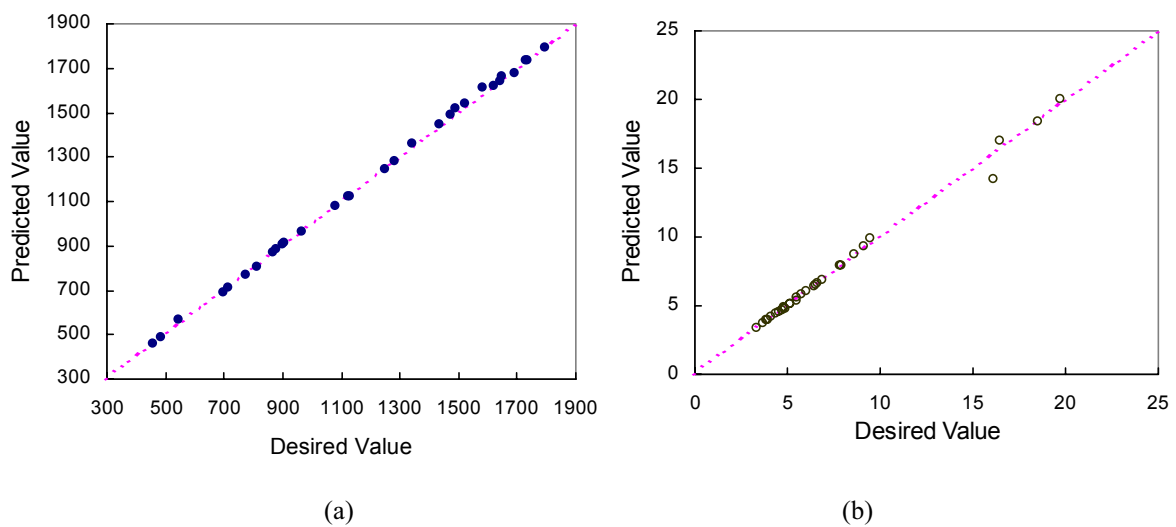


그림 4. 예측한 파라미터와 목표값과의 비교
(a) D 값에 대한 비교, (b) n 값에 대한 비교

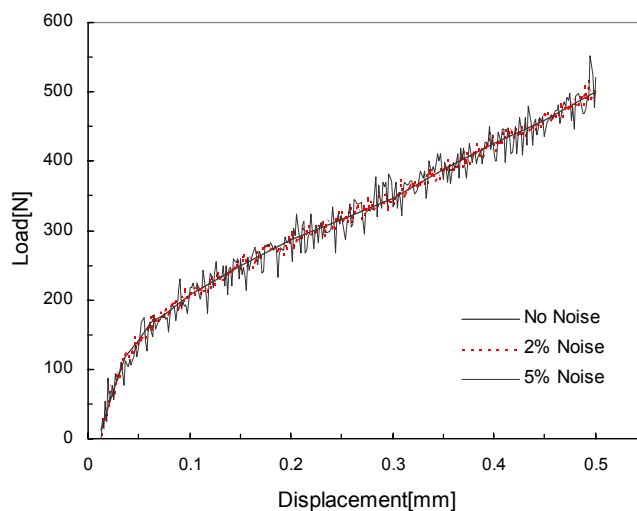


그림 5. 오차를 부가한 하중-변위 곡선

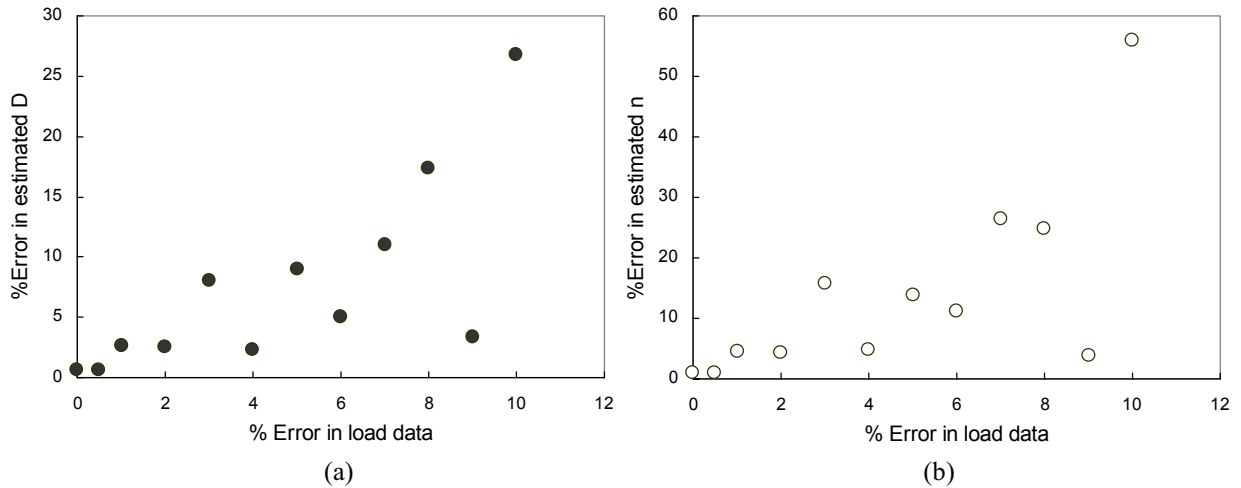


그림 6. 오차가 부가된 하중-변위 곡선에 대한 예측 결과
(a) D에 대한 오차, (b) n에 대한 오차

2) 실험 데이터에 대한 유동응력 결정

원자로 압력용기강인 SA508 Cl.3에 대한 인장시험 결과를 식 (1)으로 곡선 근사하여 식 (5)와 그림 7에 나타내었다. 그림 7과 같이 변형율이 작은 부분에서는 곡선 근사에서 벗어남을 볼 수 있는데 저합금강의 일종인 원자로 압력용기강의 항복강하 (yield drop) 현상 때문이다.

$$\varepsilon_p = \left(\frac{\sigma}{892.13} \right)^{7.35} \quad (5)$$

그림 2는 원자로 압력용기강에 대하여 소형편치 시험을 실시하여 측정한 하중-변위 곡선과 곡선 근사한 응력-변형률 곡선으로 모사한 하중-변위 곡선을 비교한 것이다. 원자로 압력용기강의 소형편치 하중-변위 곡선에 대하여 제안된 방법으로 계산한 D는 964이며 n은 6.57이다. 예측된 D와 n으로 하중-변위 곡선을 계산한 것이 그림 2에 덧붙여 있다. 그림과 같이 계산된 하중-변위 곡선은 실험 곡선과 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 한편 예측한 D와 n에 의한 응력-변형률 곡선과 인장시험으로 구한 곡선을 비교한 것이 그림 7에 있는데 0.01 정도의 변형율을 경계로 낮은 쪽에서는 실험치보다 작으며 높은 변형율 부분에서는 높다. 유동응력의 상대오차는 평균 4.48%이며 최대 오차는 15.38%이다. 이것은 낮은 변형율 영역에서는 실험 응력-변형률 곡선을 식 (1)으로 나타낼 수 없기 때문에 발생하는 현상이다.

제안한 방법으로 구한 유동응력의 상대오차가 모사 데이터에 비하여 실험 데이터 쪽이 큰 이유는 첫째 모사데이터는 항복강하 현상이 없으므로 응력-변형률 곡선은 식 (1)의 형태를 따르며, 둘째 시편 및 시험 장비에서 발생하는 실험 상의 오차가 없고, 셋째 소형편치 시험의 하중-변위 곡선을 유한요소 해석으로 모사할 때의 오차가 없기 때문이다.

5. 결론

소형편치시험으로 유동응력을 결정하기 위하여 하중 응답을 신경망으로 예측하면서 소형편치 하중-변위에서 재료의 구성방정식을 추정하는 역문제를 모사 풀림 방법으로 해석하였다. 구성

된 방법은 모사된 재료 조건 뿐만 아니라 오차가 포함된 하중-변위에 대해서 비교적 정확하게 예측하여 해석 절차의 타당성을 입증할 수 있었다. 또한 실험으로 측정된 하중-변위 곡선에 대한 재료의 유동응력을 결정하였다. 본 방법은 인장 특성을 추정하기 위한 소형시험법 중에서 소형편치 시험과 매우 유사한 시험 방법인 압입 시험법 (indentation test method)⁽¹⁷⁾에서도 동일하게 적용할 수 있을 것으로 판단된다. 또한 앞으로 항복 강하 현상을 보이는 재료에 대해서 제안된 해석 절차를 확장하는 연구가 수행되어야 할 것이다.

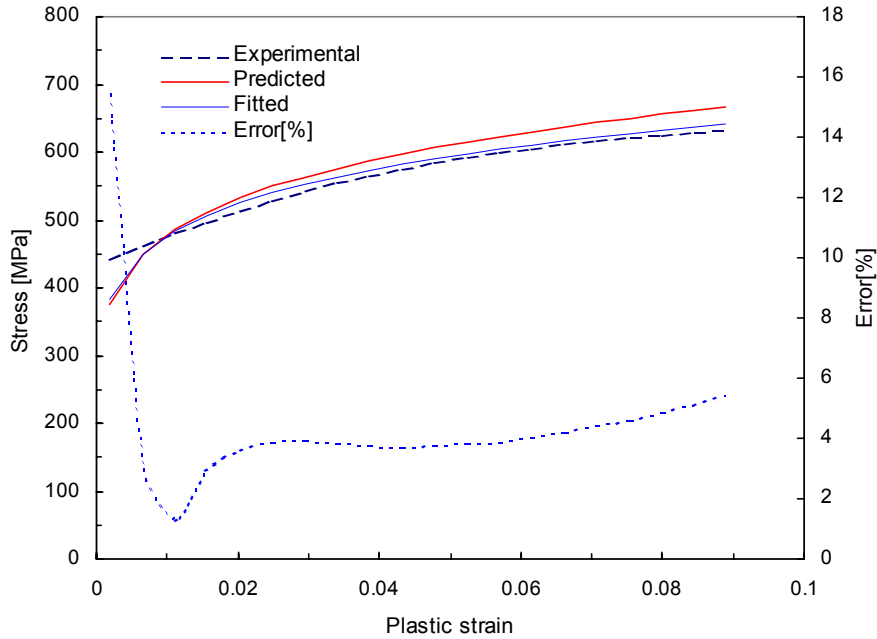


그림 7. 실험 데이터에 대한 유동응력의 예측
 $(\text{Error} = |\text{Predicted} - \text{Experimental}| / \text{Experimental} \times 100)$

(참고문헌)

1. G.E. Lucas, Metall. Trans. 21A, 1105 (1990).
2. J.M. Baik, J. Kameda and O. Buck, ASTM STP 888, 92-111, (1986).
3. M.P. Manahan et al., ASTM STP 888, 17-49, (1986).
4. J.S. Cheon and I.S. Kim, JTEVA, 24, 255-262, (1996).
5. J.R. Foulds et al., EPRI TR-105130, (1995).
6. S.S. Rao, Engineering Optimization: Theory and Practice, John Wiley & Sons, Inc., New York, (1996).
7. S. Kirkpatrick, C. Gelatt and M. Vecchi, Science, 220, 671-680 (1983).
8. V. Starck, Implementation of Simulated Annealing Optimization Method for APLAC Circuit Simulator, M.S. thesis, Helsinki University of Technology, (1996).
9. D.D. Moerder and B.N. Pamadi, NASA Technical Paper 3329, (1994).
10. M.T. Hagan, H.B. Demuth and M. Beale, Neural Network Design, PWS Publishing Company, Boston, (1996).
11. S. Yoshimura, H. Hishida and G. Yagawa, Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng., 59, 518-525 (1993).
12. ABAQUS/Standard Version 5.7, Hibbit, Karlsson and Sorensen Inc., (1997).
13. G.E. Dieter, Mechanical Metallurgy, McGraw-Hill Book Company, New York, (1986).
14. H.B. Demuth and M. Beale, Neural Network Toolbox, The Mathworks Inc., (1994).
15. J.A. Scales and M.L. Smith, Introductory Geophysical Inverse Theory: Part I, Samizdat Press, (1996).
16. D.S. Schnur and N. Zabaraz, Inter. J. Numer. Methods Eng., 33, 2039-1057 (1992).
17. F.M. Haggag, ASTM STP 1024, 27-44, (1993).