

Single-Pass Marching Scheme에 의한  
부수로 해석 코드의 수치 해법 안정성 개선

Improvement of the Numerical Stability of a Subchannel Analysis Code  
by the Single-Pass Marching Scheme

유연중, 팡대현

한국원자력연구소  
대전광역시 유성구 덕진동 150

요 약

Single-pass marching scheme를 사용하여 저압력/저유속 조건에서의 부수로 해석을 수행하였다. 원자로 노심의 열수력적 거동을 분석하는 대부분의 부수로 해석 코드들은 경계치 문제를 초기치 해법을 사용하여 분석하는 multi-pass marching scheme를 사용하고 있다. Multi-pass marching scheme은, 노심 출구에서의 균일한 압력 분포 경계 조건을 만족시키기 위해 노심 입구로부터 출구까지의 계산 과정을 반복 수행함으로써 누적되는 수치 오차로 인하여, 저압력/저유속 조건에서 수치적 불안정성을 야기하는 경우가 있다. 이러한 문제를 해결하기 위한 하나의 대안으로서, 모든 축방향 평면에서의 압력 분포가 균일하다는 가정 하에, 각 축방향 평면에서 부수로 간의 횡방향 압력 차이가 충분히 작아질 때까지 축방향 계산 노드 내에서 반복 계산을 하여, 노심 입구로부터 출구까지 단 한번만 진행함으로써 수립된 수치 해를 구하는 single-pass marching scheme을 부수로 해석 코드 MATRA에 구현하였다. UKAEA의 Winfrith Establishment에서 수행한 CHF 실험에 사용된 저압력 조건들에 대하여 single-pass marching scheme의 수치적 안정성과 예측 성능을 평가하였으며, 그 결과 multi-pass marching scheme의 유동 및 엔탈피 분포에 대한 예측 결과를 근사적으로 잘 예측하고, 또한 수치적으로 보다 안정적인 것으로 나타났다.

Abstract

A subchannel analysis for low-pressure and low-flow conditions was performed by using a single-pass marching scheme. Most of the subchannel analysis codes for analyzing the thermal-hydraulic behavior of the nuclear reactor core use a multi-pass marching scheme, which uses an initial-value solution approach to a boundary-value problem. The multi-pass marching scheme uses the iteration of the axial sweep from the reactor core inlet to exit to satisfy the uniform-pressure boundary condition at the core exit, which results in the accumulation of numerical errors bringing about some numerical instabilities at low-pressure and low-flow conditions. As an alternative method to resolve this problem, the single-pass marching scheme has been implemented into the subchannel analysis code MATRA, which obtains a converged numerical solution through passing from the core inlet to exit only once by the iteration in an axial node until the lateral pressure difference between subchannels at each axial plane is sufficiently small, based on the assumption that the pressure distribution is uniform at all axial planes. The performance of the single-pass marching scheme was assessed for the low-pressure conditions used in the CHF experiments carried out at the Winfrith Establishment of the UKAEA. As the result, it was revealed that the single-pass marching scheme predicted the flow and enthalpy distributions obtained by the multi-pass marching scheme approximately well, and was numerically more stable.

## 1. 서론

일반적으로 원자로 노심의 열수력적 거동을 해석하는 문제는, 노심 입구와 출구에서의 경계 조건들을 만족시키면서 노심 전 영역에서의 유동 및 엔탈피 등의 분포를 구하는 경계치 문제(boundary-value problem)라고 할 수 있다. 그런데 이와 같이 계산 영역의 양단(both ends of space domain)에 경계 조건이 부과되는 경계치 문제를 경계치 해법으로 분석하기 위해서는, 상당량의 계산기 기억 용량이 필요하고 수치 해석상의 어려움이 따르기 때문에, 일반적으로 초기치 문제(initial-value problem)에 대한 해석 방법론을 사용하여 그 근사해를 구하는 것이 보통이다.[1-3] 초기치 해법을 사용하여 원자로 노심의 경계치 문제를 해석하기 위해서는, 노심 출구 경계 조건을 만족시키는 미지의 노심 입구 경계 조건을 찾을 때까지 노심 입구로부터 출구까지의 계산 과정을 반복적으로 수행하는 multi-pass marching scheme[4]을 사용해야 한다. 그런데 이러한 multi-pass marching scheme를 사용하여 반복 계산(iteration)하는 과정에서 누적되는 수치 오차(numerical error)로 인하여, 특히 저압력/저유속 조건에서 수치 진동(numerical oscillation)이나 대각 지배 상실(loss of diagonal dominance)로 인한 수치 해의 발산(divergence) 등의 수치적 불안정성(numerical instability)을 야기하는 경우가 있다.[5,6] 이러한 문제를 해결하기 위하여, multi-pass marching scheme의 경우에는 노심 출구에 부과하던 균일 압력 분포의 경계 조건을 모든 축방향 평면에서의 축방향 계산 노드(node) 출구에 부과하여, 각 축방향 평면에서 완전히 수렴된 수치 해를 가지고 그 다음 축방향 평면으로 진행하는 방법으로, 노심 입구로부터 출구까지 단 한번만 진행함으로써 해석을 완료하는 single-pass marching scheme[4]을 사용할 수 있다. 본 연구에서는 single-pass marching scheme를 부수로 해석 코드 MATRA [7-9]에 구현하여 얻은 저압력/고유속 조건에 대한 해석 결과를, 기존의 multi-pass marching scheme를 사용하여 얻은 해석 결과와 정량적으로 비교 평가하였다. 또한 multi-pass marching scheme으로는 수치적 불안정성으로 인하여 해석이 불가능한 저압력/저유속 조건에 대한 single-pass marching scheme의 해석 결과를, 저압력/고유속 조건에 대한 해석 결과와 비교하여 그 적용성을 정성적으로 평가하였다.

## 2. 수치 해석 방법론 비교

경계치 문제에 대한 접근 방법으로 대부분의 부수로 해석 코드에서 사용하고 있는 초기치 해법인 multi-pass marching scheme과, 수치적 불안정성에 대한 해결 방안으로 본 연구에서 제시한 single-pass marching scheme의 개략적인 방법론을 기술하였다.

### 2.1 Multi-Pass Marching Scheme

일반적으로 부수로 해석 코드에서 사용하고 있는 multi-pass marching scheme은, 각 축방향 평면에서의 유체의 엔탈피(enthalpy:  $h$ ), 밀도(density:  $\rho$ ), 교차류(crossflow:  $w$ ), 축방향 유량(axial flow:  $m$ ) 및 압력(pressure:  $p$ )을 노심 입구로부터 출구까지 계산하는 과정을, 교차류와 축방향 유량에 대해 주어진 수렴 조건을 만족할 때까지 반복하게 된다.[5,10] 경계 조건으로는, 대개의 경우, 노심 입구에서의 축방향 유량, 엔탈피 및 교차류 분포와 노심 출구에서의 균일한 압력 분포를 사용하는데, 첫 번째 계산에서는 노심 입구에서의 교차류가 없는 것으로 가정한다. 노심 출구에서의 균일 압력 분포 경계 조건을 만족시키기 위해서는, 운동량 방정식을 사용하여 각 축방향 평면에서의 인접한 부수로 간의 횡방향 압력 차이를 하류(downstream) 방향으로 인접한 축방향 평면에서의 부수로 간의 횡방향 압력 차이로부터 계산하여, 이 압력 차이를 교차류에 대한 운동량 방정식의 source 항으로 입력해서 인접한 부수로 간의 횡방향 압력 차이가 줄어드는 방향으로 교차류를 계산한다. 노심 입구로부터 출구까지 이루어지는 이러한 계산 과정을 반복적으로 수행하는 동안에 노심 출구에서의 균일 압력 분포는 점차적으로 상류(upstream) 쪽으로 전파(propagation)됨으로써 결국 모든 축방향 평면에서의 횡방향 압력 분포는 균일해진다. 자세한 계산 과정은 single-pass marching scheme의 경우와 같으며 다음 절에 기술하였다.

### 2.2 Single-Pass Marching Scheme

균일 압력 분포 경계 조건을 노심 출구에 적용하여 반복 계산을 통해 상류 쪽으로 전파시키는 multi-

pass marching scheme과는 달리, single-pass marching scheme은 모든 축방향 평면에서의 축방향 노드 풀 구에서 압력이 균일해지도록 축방향 노드 내에서 반복 계산을 한다. 수치 해를 구하는 과정은 그림 1에 보인 바와 같고 그 자세한 계산 과정은 다음과 같다. 먼저 축방향 유량  $m$ 에 대한 추정치로 첫 번째 iteration에서는 이전 축방향 평면에서의 값을 사용하고, 그 이후의 iteration에서는 그 이전 iteration에서 구한 값을 사용한다. 에너지 방정식을 풀어서 엔탈피  $h$ 를 구하고, 유체의 상태 방정식으로부터 밀도  $\rho$ 와 그 밖의 물성치들을 구한다. 앞에서 구한 변수들의 값을 사용하여 교차류를 포함하고 있는 항을 제외한 축방향 압력 강하  $d\phi/dx$ 를 구하고, 축방향 운동량 방정식, 횡방향 운동량 방정식 및 연속 방정식이 결합된 교차류 방정식을 풀어서 교차류  $w$ 를 구한다. 연속 방정식으로부터 축방향 유량  $m$ 을 갱신(update)하고, 앞에서 구한 교차류 항을 포함해서 축방향 압력 강하  $d\phi/dx$ 를 갱신한다. 각각의 부수로에서의 축방향 압력 강하를 이용하여 인접한 부수로 간의 횡방향 압력차  $\Delta\phi_{Bz}$ 를 구하고,  $\Delta\phi_{Bz}$ 와  $m$ 이 각각의 수렴 조건을 동시에 만족할 때까지 반복 계산을 하여, 수렴이 되면 그 다음 축방향 평면으로 진행하게 된다.

### 3. 실험 자료 분석 결과

Single-pass marching scheme을 부수로 해석 코드 MATRA에 구현하여, 기존의 multi-pass marching scheme과 함께, UKAEA의 Winfrith Establishment에서 수행한 CHF 실험[11]에 사용된 저압력 조건들을 분석하여, 그 수치적 안정성과 예측 성능을 평가하였다. 실험에 사용된 봉다발은 직경이 9.5 mm이고 봉간 피치가 12.7 mm이며 가열 길이가 3000 mm인 25 개의 봉으로 구성되어 있으며, 가열 길이 영역에 5 개의 지지 격자가 부착되어 있다. 실험은 균일한 축방향 출력 분포를 가지고, 2.0~16.0 MPa의 압력과, 150~3600 kg/sec-m<sup>2</sup>의 유량, 그리고 150~320 °C의 입구 온도 범위에서 수행되었다. MATRA 코드의 분석에 사용된 부수로 해석 모형들, Winfrith 5×5 봉다발의 기하학적인 치수와 횡방향 봉별 출력 분포와 함께 그림 2에 나타내었다.

#### 3.1 저압력/고유속 조건

Single-pass marching scheme의 예측 성능을 평가하기 위하여, 기존의 multi-pass marching scheme으로도 수행이 가능한 저압력/고유속 조건을 MATRA 코드로 분석하였다. 분석에 사용된 실험 조건은, 출구 압력이 3.06 MPa이고, 입구 온도가 219.9 °C이며, 입구 유량은 1212.8 kg/sec-m<sup>2</sup>이고, 평균 열유속이 927.01 kW/m<sup>2</sup>이다. 그림 3과 그림 4는, 이러한 저압력/고유속 조건에서의 multi-pass marching scheme과 single-pass marching scheme의 예측 결과를 출구 유동 분포와 출구 엔탈피 분포에 대해서 각각 비교하여 나타낸 것이다. Single-pass marching scheme은, 그림 3에 보인 출구 유동 분포의 경우에 최대 7.8%, 그림 4에 보인 출구 엔탈피 분포의 경우에는 최대 5.7%의 상대 오차를 가지고, multi-pass marching scheme의 해석 결과를 비교적 잘 예측하는 것으로 나타났다. 한편 계산 속도 면에서는, multi-pass marching scheme의 경우에 축방향 평면당 7 번의 반복 계산을 수행함으로써 총 3.6 초의 계산 시간이 소요된 반면, single-pass marching scheme의 경우에는 축방향 평면당 평균 4.9 번의 반복 계산을 수행함으로써 총 3.1 초가 계산 시간으로 소요되어 비교적 빠른 계산 속도를 보였다.

#### 3.2 저압력/저유속 조건

저압력/저유속 조건에서 두 scheme의 성능 평가를 위해 MATRA 코드로 분석한 결과, single-pass marching scheme을 사용한 경우에는 계산이 수행되었으나, multi-pass marching scheme의 경우에는 수치적 불안정성으로 인하여 계산이 불가능하였다. 분석에 사용된 실험 조건은, 출구 압력이 3.11 MPa이고, 입구 온도가 158.8 °C이며, 입구 유량은 149.9 kg/sec-m<sup>2</sup>이고, 평균 열유속이 289.49 kW/m<sup>2</sup>이다. 이러한 저압력/저유속 조건에서의 single-pass marching scheme의 예측 성능을 평가할 직접적인 비교 대상이 없기 때문에, 앞의 절에서 기술한 저압력/고유속 조건에 대한 single-pass marching scheme의 예측 결과와의 비교를 통해 간접적으로 평가할 수밖에 없었다. 그림 5와 그림 6은, single-pass marching scheme에 의해 예측된 저압력/고유속 조건과 저압력/저유속 조건에서의 출구 유동 분포와 출구 엔탈피 분포를 각각 나타낸 것이다. 그림 5에서 보면, 저압력/저유속 조건의 경우, 낮은 유속으로 인하여 횡방향 유동 분포가 비교적 균일해졌을 뿐,

그 분포의 경향은 저압력/고유속 조건의 경우와 같은 것을 알 수 있고, 그림 6에 보인 출구 엔탈피 분포의 경우에는 저압력/저유속 조건과 저압력/고유속 조건의 경우가 거의 일치하고 있는 것을 알 수 있다.

#### 4. 결론

Single-pass marching scheme를 부수로 해석 코드 MATRA에 구현함으로써, 기존의 multi-pass marching scheme를 사용하여 저압력/저유속 조건을 분석하는 경우에 나타나는 수치적 불안정성 문제를 해결하였다. UKAEA의 Winfrith Establishment에서 수행한 CHF 실험에 사용된 저압력 조건들을 single-pass marching scheme를 사용하여 분석한 결과, multi-pass marching scheme의 유동 및 엔탈피 분포에 대한 예측 결과를 대략 10% 이내의 상대 오차를 가지고 근사적으로 잘 예측하였으며, 또한 수치적으로 보다 안정적인 것으로 나타났다.

#### 감사의 글

본 연구는 원자력연구개발 중장기사업과제의 일환으로 수행되었으며, 과학기술부의 지원에 감사드립니다.

#### 참고 문헌

- [1] W. J. Minkowycz, E. M. Sparrow, G. E. Schneider, and R. H. Pletcher, *Handbook of Numerical Heat Transfer*, 40-46, John Wiley & Sons, Inc., (1988).
- [2] D. S. Rowe, "Initial- and Boundary-Value Flow Solutions During Boiling in Two Interconnected Parallel Channels," *Trans. Am. Nucl. Soc.*, **12**, 834-835, (1969).
- [3] D. S. Rowe, "Interim Report - COBRA-III: A Digital Computer Program for Steady State and Transient Thermal-Hydraulic Analysis of Rod Bundle Nuclear Fuel Elements," BNWL-B-82, Battelle Pacific Northwest Laboratories, (1971).
- [4] J. Weisman and R. W. Bowring, "Methods for Detailed Thermal and Hydraulic Analysis of Water-Cooled Reactors," *Nucl. Sci. Eng.*, **57**, 255-276, (1975).
- [5] C. W. Stewart, C. L. Wheeler, R. J. Cena, C. A. McMonagle, J. M. Cuta, and D. S. Trent, "COBRA-IV: The Model and the Method," BNWL-2214, Battelle Pacific Northwest Laboratories, July (1977).
- [6] J. M. Cuta, C. W. Stewart, A. S. Koontz, and S. D. Montgomery, "VIPRE-01: A Thermal-Hydraulic Code for Reactor Cores, Volume 4: Applications," EPRI NP-2511-CCM-A, Volume 4, Prepared by Battelle Pacific Northwest Laboratories, Prepared for Electric Power Research Institute, April (1987).
- [7] KAERI, Y. J. Yoo, D. H. Hwang, D. S. Sohn, M. H. Chang, and J. R. Park, "MATRA (Multichannel Analyzer for steady states and Transients in Rod Arrays) Ver.  $\alpha$ ," Program Registration Number: 97-01-12-5227, Korea Computer Program Protection Foundation, November (1997).
- [8] Y. J. Yoo and D. H. Hwang, "Development of a Subchannel Analysis Code MATRA (Ver.  $\alpha$ )," KAERI/TR-1033/98, Korea Atomic Energy Research Institute, April (1998).
- [9] Y. J. Yoo, D. H. Hwang, and D. S. Sohn, "Development of a Subchannel Analysis Code MATRA Applicable to PWRs and ALWRs," J. Korean Nucl. Soc., to be published in June (1999).
- [10] D. S. Rowe, "COBRA IIIC: A Digital Computer Program for Steady State and Transient Thermal-Hydraulic Analysis of Rod Bundle Nuclear Fuel Elements," BNWL-1695, Battelle Pacific Northwest Laboratories, March (1973).
- [11] F. H. Bowditch and D. J. Mogford, "An Experimental and Analytical Study of Fluid Flow and Critical Heat Flux in PWR Fuel Elements," AEEW-R2050, AEE Winfrith, February (1987).

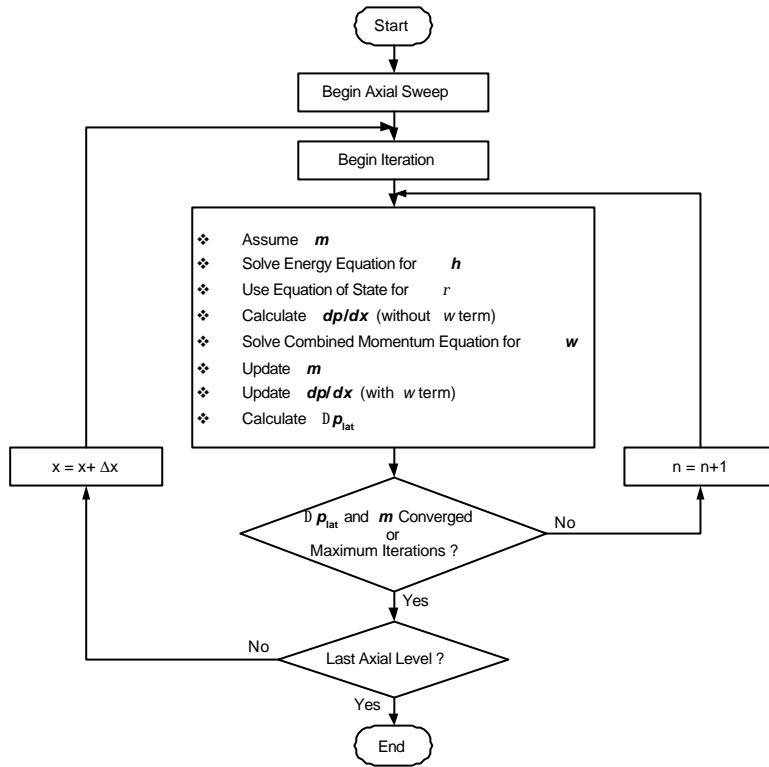


그림 1. Single-Pass Marching Scheme의 계산 흐름도

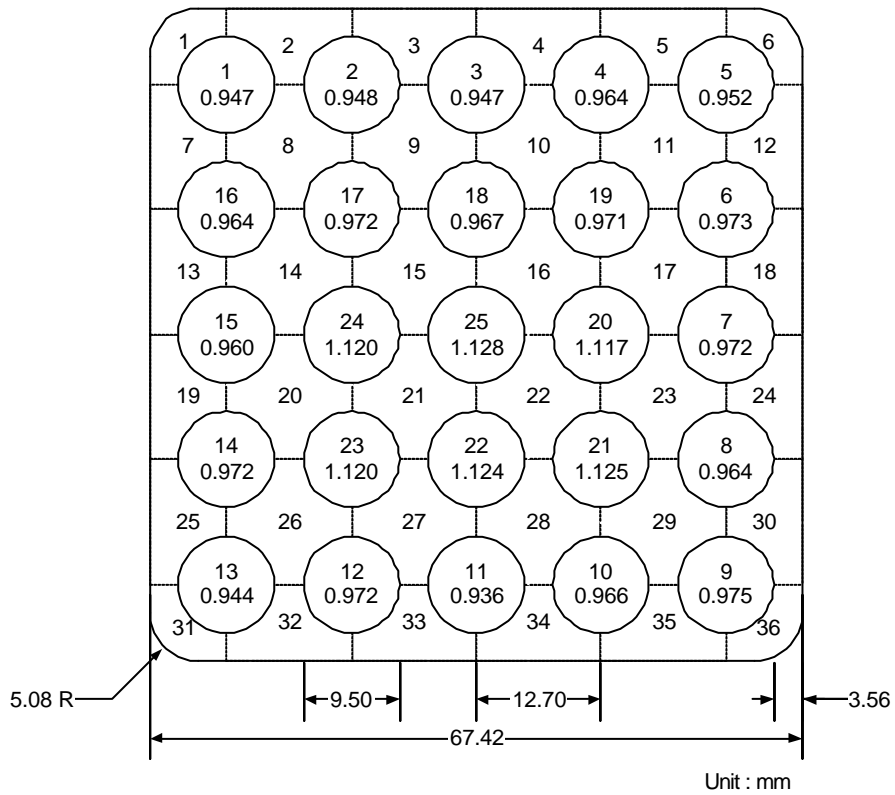


그림 2. Winfrith 5×5 봉다발의 부수로 해석 모형

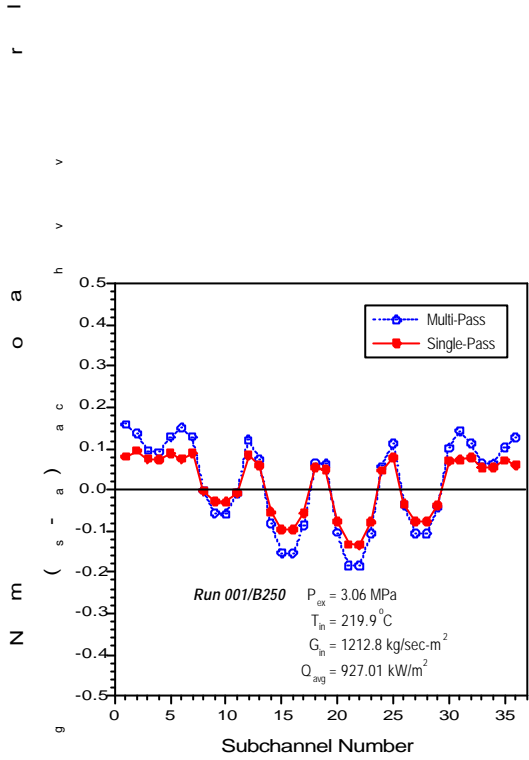


그림 3. 저압력/고유속 조건에서의 출구 유동 분포에 대한 Multi-Pass Marching Scheme과 Single-Pass Marching Scheme의 예측 결과 비교

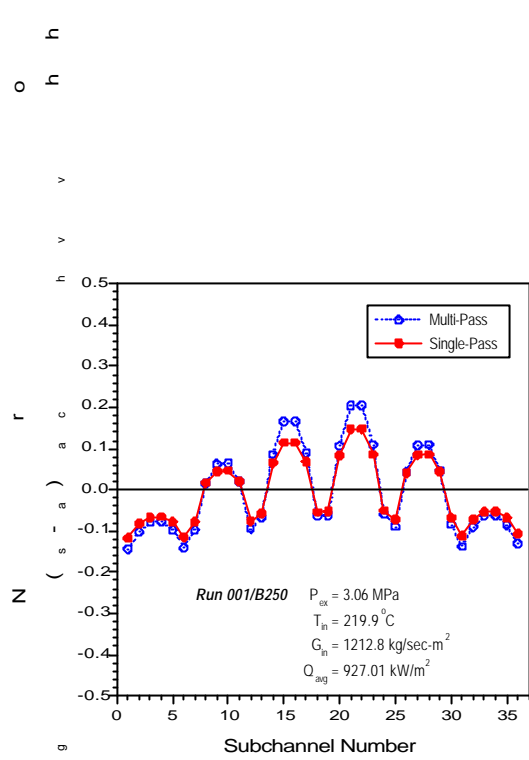


그림 4. 저압력/고유속 조건에서의 출구 엔탈피 분포에 대한 Multi-Pass Marching Scheme과 Single-Pass Marching Scheme의 예측 결과 비교

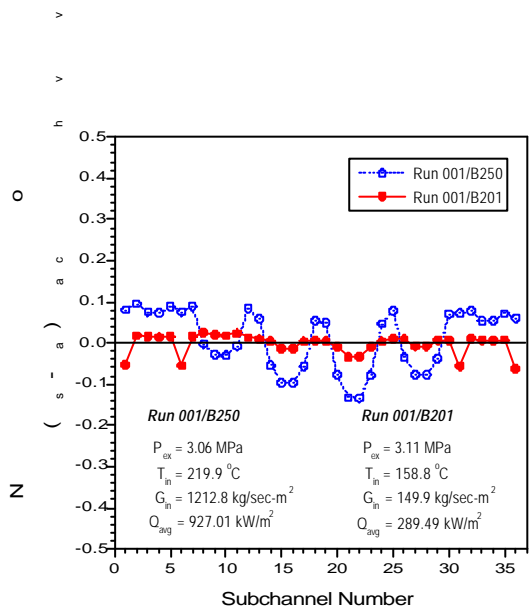


그림 5. Single-Pass Marching Scheme에 의해 예측된 저압력/고유속 조건과 저압력/저유속 조건에서의 출구 유동 분포 비교

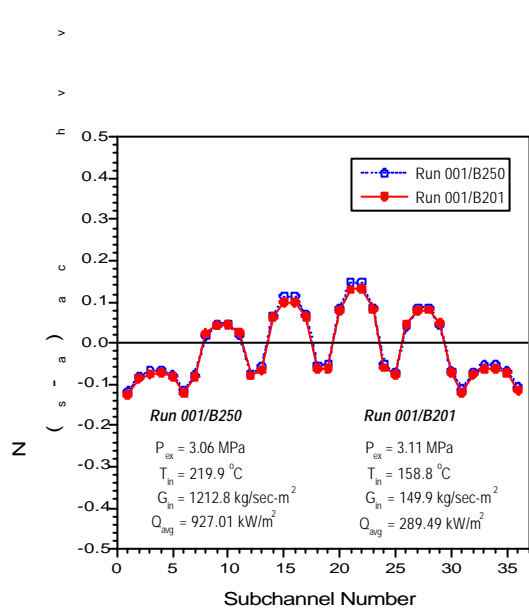


그림 6. Single-Pass Marching Scheme에 의해 예측된 저압력/고유속 조건과 저압력/저유속 조건에서의 출구 엔탈피 분포 비교