

‘88 추계학술발표회논문집
한국원자력학회

축하중을 받고 스프링으로 지지된 핵연료봉 모델의 축방향
유동에 의한 유체유발진동
part 2: 진폭모델

**Axial-Flow-Induced Vibration of the Fuel Rod Supported by Spring
System, and Subjected to Axial Force
Part 2: Amplitude Model**

강홍석, 윤경호, 김형규, 송기남, 정연호

한국원자력연구소
대전광역시 유성구 덕진동 150

요 약

본 연구 Part 2는 스프링으로 탄성 지지되고 축하중을 받는 핵연료봉의 축류유체유발진동에 대한 이론적인 진폭모델 개발에 관한 것이다. 제시된 모델은 기존연구자들의 이론 및 실험결과와 비교하여 적합성을 검토한 후 실제 상용 발전소에 사용되는 핵연료봉에 적용하여 핵연료봉의 진동진폭을 원자로내 핵연료봉의 연소시간 대비로 제시하였다.

Abstract

Part 2 is on the development of the analytical displacement model for the axial-flow-induced vibration of the fuel rod supported by a spring system and subjected to axial force. After comparisons of the proposed model with the previous researches for validity, the vibration amplitude of the fuel rod as a function of the operation time has been calculated by the model.

1. 서론

현재까지 축류 유동장에 놓여있는 실린더의 유체유발진동 연구는 실린더의 경계조

건을 단순화한 모델에 의한 것이 대부분이다. 예외적으로 Chen[1]은 축방향 하중이 작용하고 양단이 일반적인 경계조건을 갖는 실린더에 대한 연구결과를 발표하였으나, 실제적으로 핵연료봉과 같이 스프링으로 지지되고 축 하중이 작용하는 경우의 계산 결과는 없다. Chen은 이러한 경우의 고유치 문제는 수치적인 방법으로 풀도록 조언하고 있다. 축하중과 탄성 스프링 지지는 고유치와 고유벡터를 모두 변화 시키게 된다. 이러한 축하중과 지지 스프링이 보의 고유치에 미치는 영향에 관한 연구[2]에 의하면 지지점 스프링은 고유모드에, 그리고 축방향 힘은 고유진동수에 상대적으로 영향을 크게 주는 것으로 연구되었다. 핵연료봉의 경우와 같이 고유모드와 고유진동수가 시간의 함수로 변하는 경우 연소시간대비 최대진폭의 예측에 이러한 고유진동수와 고유모드의 변화를 유기적으로 반영한 연구 결과는 거의 없는 실정이다.

본 연구는 축방향 유속에 의해 발생하는 핵연료봉의 유체유발진동 진폭을 예측하고자 스프링으로 탄성 지지되고 축하중을 받는 오일러-베르누이 보의 유체유발진동에 대한 모델을 제시하고자 하였다. 이러한 모델은 난류경계층내의 압력섭동을 핵연료봉을 진동시키는 힘으로 간주한 힘기인 진동이론을 바탕으로 Corcos[3], Bakewell[4], 그리고 Hambegamb[5] 등과 같은 유체역학 연구자들의 관내유동 실험 결과로부터 PSD를 추출하여 이용하였다. 제시된 모델은 동일한 연구방법을 채택한 Chen과 Kanazawa[6]의 이론 및 실험결과와 비교하여 적합성을 검토한 후 실제 상용 발전소에 사용되는 핵연료봉에 적용하여 원자로내 축 방향 유속에 의한 핵연료봉의 예상 최대진폭을 원자로내 핵연료봉의 연소시간 대비로 제시하고자 하였다

2. 진동 진폭 모델

(1) 운동방정식의 해 [7]

핵연료봉의 진동에 관한 운동방정식은 “Part 1: 감쇠모델”에서 언급한 바와 같이 Paidoussis가 유도한 운동 방정식을 토대로, random 진동의 해를 구하기 위하여 모드 합성법을 이용한다. 실린더의 응답함수는 다음과 같이 충격응답함수를 후리에 변환하여 얻을 수 있다.

$$H_n(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h_n(t) e^{-i\omega t} dt, \quad n=1,2,3,\dots \quad (1)$$

힘 함수는 다음과 같이 정규모드들의 무한급수의 합으로 나타낼 수 있다.

$$F(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t) \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (2)$$

$$\text{여기서 } F_n(t) = \frac{2}{L} \int_0^L F(x, t) \sin \frac{n\pi x}{L} dx \quad (3)$$

실린더의 응답은 convolution 적분에 의하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi x}{L} \int_{-\infty}^{+\infty} F_n(z) h_n(t-z) dz \quad (4)$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi x}{L} \int_{-\infty}^{+\infty} h_n(t-z) \frac{2}{L} \int_0^L F(x, z) \sin \frac{n\pi x}{L} dx dz$$

가진력이 랜덤 함수일 경우 앞의 식 (4)에서 변위와 힘 함수를 통계적인 표시인 곱의 평균 'E []'을 사용하여 나타내면 다음과 같다.

$$E[y_1(x, t)y_2(x', t)] = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi x}{L} \sin \frac{m\pi x'}{L} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h_n(t-z) h_m(t-z') dz dz' \quad (5)$$

$$= \frac{4}{L^2} \int_0^L \int_0^L E[f_1(x, z)f_2(x', z')] \sin \frac{n\pi x}{L} \sin \frac{m\pi x'}{L} dz dz'$$

excitation process를 weakly stationary, 그리고 homogeneous하다고 가정하면 곱의 곱의 기대값은 다음의 교차상관함수와 같다.

$$E[f_1(x, z)f_2(x', z')] = R_{FF}(x-x', z-z') \quad (6)$$

또한 excitation의 교차 스펙트럼밀도함수는 교차상관함수의 후리에 변환과 같다. 반대로 교차상관함수는 역 후리에 변환으로 표시할 수 있으므로 식(5)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$R_{YY}(x, x', z) = \frac{4}{L^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi x}{L} \sin \frac{m\pi x'}{L} \int_{-\infty}^{+\infty} H_n(\omega) H_m^*(\omega) \int_0^L \int_0^L \phi_{FF}(x-x', \omega) \sin \frac{n\pi x}{L} \sin \frac{m\pi x'}{L} e^{i\omega z} dx dx' d\omega \quad (7)$$

여기서 $H_n^*(\omega)$ 는 $H_n(\omega)$ 의 공액 복소수이다.

excitation 함수의 교차 스펙트럼밀도함수는 실린더의 표면에 작용하는 불규칙 압력함수로 표시할 수 있다. 불규칙 압력함수는 그림 1과 같이 실린더의 길이 방향과 반경방향의 함수이므로 앞의 방법을 실린더의 횡방향에 대하여 동일하게 적용하면, 식 (7)의 적분은 길이 및 반경방향 각각의 2차식의 형태로 표시된다.

스펙트럼 밀도함수는 자기상관함수의 후리에 변환관계 $S_f = \int_{-\infty}^{+\infty} R_f(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau$ 로 표시할

수 있고, 역 변환 관계 $R_f(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_f e^{-i\omega z} d\omega$ 도 성립한다. 이러한 두 가지를 반영하여 실린더의 응답을 교차 스펙트럼 밀도 함수로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Phi_{YY}(x, x', \omega) = & \frac{4}{L^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{n\pi x'}{L} H_m(\omega) H_n^*(\omega) \\ & \int_0^d \int_0^d \int_0^L \int_0^L \Phi_{FF}(x-x', z-z', \omega) \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{n\pi x'}{L} dz dz' \end{aligned} \quad (8)$$

실린더 변위의 계급 평균은 변위의 교차 스펙트럼 밀도 함수를 전 주파수 대역으로 적분하여 얻을 수 있다.

$$\overline{y^2}(x, x') = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{YY}(x, x', \omega) d\omega \quad (9)$$

(2) 실린더 표면 경계층내 압력의 계급 스펙트럼 밀도 함수

표면 경계층내의 압력섭동의 통계적인 특성에 대한 실험은 많은 연구자들에 의하여 수행되었다. Corcos [3]는 압력섭동의 교차 스펙트럼 밀도식을 다음과 같이 2차원 함수로 표시하였다.

$$\Phi_{FF}(\bar{x}, \bar{z}, \omega) = \phi(\omega) A\left(\frac{\omega \bar{x}}{U}\right) B\left(\frac{\omega \bar{z}}{U}\right) \cos\left(\frac{\omega \bar{x}}{U}\right) \quad (10)$$

여기서, $U = \text{Convection Velocity}$,

$\phi(\omega) = \text{Spectral Density}$

식 (10)을 식 (8)에 대입하면 다음의 식(11)과 같이 된다.

한편, 그림 1에서 실린더 길이방향의 랜덤하중 $q(x, t)$ 는 다음의 식(12)와 같이 실린더 원주방향의 압력으로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Phi_{YY}(x, x', \omega) = & \frac{4}{L^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{n\pi x'}{L} H_m(\omega) H_n^*(\omega) \\ & \times \int_0^d \int_0^d B\left(\frac{\omega \bar{z}}{U}\right) dz dz' \\ & \times \int_0^L \int_0^L \phi(\omega) A\left(\frac{\omega \bar{x}}{U}\right) \cos\left(\frac{\omega \bar{x}}{U}\right) \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{n\pi x'}{L} dx dx' \end{aligned} \quad (11)$$

$$q(x, t) = - \int_0^{2\pi} \frac{d}{2} p(x, \theta, t) \cos \theta d\theta \quad (12)$$

식 (10) 및 (11)에 있는 B는 여러 실험 데이터를 바탕으로 curve fitting[1]한

다음의 식을 이용한다.

$$B\left(\frac{\omega z}{U}\right) = \text{Exp}\left[-0.55\left|\frac{\omega z}{U}\right|\right] \quad (13)$$

식 (13)과 식 (12) 및 $z = (d)(\theta)/2$ 를 이용하면 (11)의 횡 방향 성분 B는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\int_0^d \int_0^d B\left(\frac{\omega z}{U}\right) dz dz' = \frac{d^2}{4} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \text{Exp}\left[-0.275\frac{\omega d}{U}|\theta - \theta'|\right] \cos\theta \cos\theta' d\theta d\theta' = d^2 \chi^2 \quad (14)$$

길이방향 성분 A는 다음의 식 (15)을 이용하고[11, 변수 x 를 길이 L 로 나누어 무차원화하여, 식 (11)의 길이방향 성분 A가 포함된 적분 부분을 다시 쓰면 식 (15)와 같이 된다.

$$A\left(\frac{\omega x}{U}\right) = \text{Exp}\left[-0.1\left|\frac{\omega x}{U}\right|\right] \quad (15)$$

$$\int_0^L \int_0^L \phi(\omega) A\left(\frac{\omega x}{U}\right) \cos\left(\frac{\omega x}{U}\right) \sin\frac{m\pi x}{L} \sin\frac{n\pi x'}{L} dx dx' = L^2 \phi(\omega) J_n^2 \quad (16)$$

여기서 J_n^2 은 joint acceptance라고 하며 물리적으로 압력이 모드형상에 기여하는 기여도 라고 정의할 수 있다[11. J_n^2 는 다음과 같다.

$$J_n^2 = \int_0^1 \int_0^1 \text{Exp}\left[-0.1\frac{\omega L}{U}|\xi - \xi'|\right] \cos\left(\frac{\omega L}{U}|\xi - \xi'|\right) \sin(m\pi\xi) \sin(n\pi\xi') d\xi d\xi' \quad (17)$$

얻어진 식 (14)과 (16)을 식 (11)에 대입하면 다음과 같은 횡변위에 대한 계층 스펙트럼 밀도함수의 관계식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\Phi_{YY}(\xi - \xi', \omega) = 4d^2 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sin m\pi\xi \sin n\pi\xi' H_{nm}(\omega) H_{nm}^*(\omega) \chi^2 \phi(\omega) J_n^2 \quad (18)$$

한편, 스펙트럼 밀도함수는 여러 연구자들에 의하여 제시되었는데 Chen은 Bakewell[4]의 값을 사용하였고, Kanazawa는 Corcos[3]의 값을 사용하였다. 본 논문은 비교적 작은 범위의 스트로울(Strouhal) 수 ($S = f \cdot d/U$)에서 실험된 Hambegans[5]의 실험결과로부터 가정된 그림 2의 곡선을 사용한다. 가정된 그래프를 curve fitting하여 얻은 수식은 다음과 같다.

$$\phi(\omega)/\rho^2 V^3 d_k = 5.86 \times 10^{-6} + 3.61 \times 10^{-6} e^{(-\omega/1.87)} + 1.81 \times 10^{-6} e^{(-\omega/0.133)} \quad (19)$$

랜덤 압력장에서 대류 속도 U 는 Kanazawa가 제시한 방법과 같이 Corcos[3]의 데이터를 curve fitting하여 얻은 다음의 식을 이용한다.

$$\frac{V}{U} = 0.9 - 0.06 \frac{\omega x_k}{2\pi V} \quad (20)$$

(3) 주파수 응답함수

보의 주파수 응답함수는 앞선 식 (1)과 같이 충격응답함수를 후리에 변환하여 얻을 수 있다. 여기서 힘 함수는 다음과 같이 가정한다.

$$f(x, t) = e^{i\omega t} \sin(n\pi x/L) \quad (21)$$

보의 변위응답 함수는 다음과 같다.

$$y(x, t) = H_n(\omega) e^{i\omega t} \sin(n\pi x/L) \quad (22)$$

식 (21)과 (22)를 "Part 1: 감쇠모델"에 있는 간략화된 운동방정식에 대입하면 다음과 같은 주파수 응답함수를 얻을 수 있다.

$$H_n(\omega) = \{\lambda^4 EI - (m_f V^2 - T_0)\lambda^2 + i 2\xi M \omega \omega_n - M \omega^2\}^{-1} \quad (23)$$

여기서, $2\xi = C/M\omega_n$, $\lambda = n\pi/L$

(4) 진동모델의 평가

유체유발 진동에 의해 발생하는 진동진폭은 유도된 식 (18)를 식 (8)과 같이 전 주파수 대역에서 적분하여 얻을 수 있다.

Part 1에 있는 표 1의 데이터를 이용하여 계산된 결과를 Chen 및 Kanazawa의 결과 비교한 그래프는 그림 3 및 4에 도시하였다. 흥미 있는 사실은 Chen의 case 1의 경우보다 제안된 모델에 의한 계산값이 다소 컸고 case 2의 계산 결과보다는 다소 작았다. case 2의 계산 결과는 일반적으로 하 임계진동의 진폭으로 제시된 다른 연구결과와 비교할 때 상당히 큰 값이다.

그림 4와 같이 제시된 모델로 계산된 결과는 Kanazawa의 시험 결과보다 다소 컸으며 이 경우도 Chen의 case 2와 같이 고 유속의 경우보다 저 유속에서 진동진폭을 크게 예측하는 것으로 나타났다. 저 유속 구간에서의 예측이 다소 큰 이유는 스펙트럼 밀도(ϕ)를 위하여 도입된 그림 2의 Hambegans의 데이터의 fitting 값인

식 (18)이 저유속 구간에서 높게 평가된 것에 기인한다고 판단된다.

3. 핵연료봉의 진동 진폭

(1) 고유진동수와 모드형상

핵연료봉의 고유진동수 및 모드는 Part 1에 기술한 바와 같이 FEM 방법으로 구하였다. 모드형상을 계산한 결과는 단순 지지보의 모드형상 함수의 정함수인 $\sin n\pi x$ 함수와 대비하여 그림 5 ~ 7에 도시하였다. 일차모드는 단순지지 된 $\sin n\pi x$ 함수와 유사한 결과를 나타내었다. 이차모드는 양단 지지점에서 약간의 차이를 나타내었으며, 삼차 모드는 양쪽 끝단과 더불어 중앙점에서도 차이를 나타내기 시작하였다. 이러한 결과를 종합하면 최대 변위를 나타낼 스펙트럼 증감점의 변위를 계산하는 경우, 그리고 저차 모드가 지배적인 진동응답을 하는 경우에 모드 형상으로 단순 지지보의 모드함수인 $\sin n\pi x$ 함수를 사용할 수 있다고 판단된다. 실제 핵연료봉의 진동은 일차모드가 지배적이라고 알려져 있다.

(2) 진동 진폭

모드함수로 $\sin n\pi x$ 함수를 가정하였기 때문에 $n = m = 2, 4, 6$ 과 같이 짝수 모드인 경우 가운데 부분에서 변위가 영(0)이기 때문에 식 (18)의 모드함에서 짝수모드를 소거할 수 있다. 유속 7 m/s 에서 계산한 변위의 계급 스펙트럼 밀도 함수를 도시한 그래프는 그림 8과 같다. 일반적으로 유속이 증가함에 따라 밀도함수의 값은 전반적으로 상승하였다. 삼차 고유진동수 부근의 스펙트럼 밀도의 크기는 초기에 비하여 대략 $10^3 \sim 10^4$ 정도의 차이를 나타내었다. 이런 결과는 최저차 모드가 지배적이라는 기존 연구자들의 결과와 일치한다.

핵연료봉의 최대진폭은 스펙트럼의 중앙점에서 관찰되며 크기는 앞선 식 (18)를 전 주파수 대역에서 적분하여 구할 수 있다. 핵연료봉의 진동진폭을 실제로 계산할 때는 100 Hz 이상의 값을 고려하는 것은 의미가 없다. 실제 240 Hz까지 적분한 결과와 110 Hz 까지 적분한 결과를 비교하면 표 1과 같이 그 차이는 공학적인 면에서 의미를 부여하기 어려운 정도로 상당히 작은 값을 나타낸다. 따라서 핵연료봉의 진동은 저주파 대역에 존재하는 일차 모드가 지배적이기 때문에 일차 모드가 포함된 합리적인 선까지 적분을 수행하면 원하는 결과를 얻을 수 있다. 본 연구에서는 핵연료봉의 진동진

폭을 계산하기 위하여 적분 영역으로 0에서110 Hz대를 이용하였다. 핵연료봉의 연소 시간 대비 진동진폭을 그래프로 도시하면 그림 B와 같이 된다.

4. 결론 및 고찰

핵연료봉의 노내유체유발 진동진폭을 예측할 수 있는 이론적인 모델을 제시하였다. 핵연료봉의 고유치는 유한요소법을 이용하여 구하였고, 이를 이용하여 모드합성법으로 운동방정식의 해를 구하였다. 힘 함수는 기존의 유체연구자들이 제시한 실린더벽압력의 제곱스펙트럼밀도함수를 이용하였다. 핵연료봉을 봉내압과 냉각재 압력차에 의하여 축하중이 발생하는 모델로 가정하는 경우, 이러한 축하중의 변화에 따라 핵연료봉의 유체유발진동 진폭도 상당한 정도로 변할 수 있음을 알았다. 기존 연구자들의 결과와 같이 핵연료봉의 진동은 일차 모드가 지배적임을 확인하였다. 따라서 핵연료봉의 경우 일차 모드만을 고려하여도 충분히 정확한 진동 진폭을 계산할 수 있다. 핵연료봉의 연소도에 따라 변하는 진폭을 계산한 결과 연소말기보다는 증기에 최대 진폭이 발생한다는 결과를 얻었다. 이러한 연구결과에 의하면 핵연료봉에 가끔 발생하는 유체유발진동에 의한 프레팅 마모 손상은 연소말기보다 초기, 혹은 증기에 발생할 가능성이 크다는 의미가 된다. 이러한 결과를 실제 연구 및 설계에 응용하기 위해서는 가장 기본적인 가정인 축하중이 발생하는 모델의 실험적인 검증이 필요하다.

5. 참고문헌

- [1] S. S. Chen and M. W. Hambeganes, "Parallel-Flow-Induced Vibration of Fuel Rods," Nuclear Engineering and Design, Vol. 1B, pp. 253-27B, 1972.
- [2] 강흥석외 4인, "회전 및 굽힘 스프링 기구로 연속지지된 핵연료봉의 진동 연구," 한국소음진동공학회 1998년 춘계학술대회논문집, pp. 454-460, 1998.
- [3] G. M. Corcos, The Structure of the Turbulent Pressure Field in Boundary-layer Flows, J. of Fluid Mechanics, Vol. 1B, pp. 353-35B, 1964.
- [4] H. P. Bakewell Jr., Wall Pressure Fluctuations in Turbulence Pipe Flow, U. S. Navy Underwater Sound Lab. Report No. 55B, 1962.
- [5] M. W. Hambeganes and P. L. Zaleski, Measurement, Interpretation and

Characterization of Near-field Flow Noise, Proc. Conf. on Flow-Induced Vibrations in Reactor System Components, Argonne, Illinois, May 14-15, ANL-7685, pp. 112-140, 1970.

- [6] R.M. Kanazawa, Hydroelastic Vibration of Rods in Parallel Flow Ph.D. dissertation, University of Illinois, 1969.
- [7] 강홍석외 4인, "축방향유동에 의한 핵연료봉의 유체유발진도에 관한 연구," KAERI/TR-1159/88, pp. 11-20, 1988.

후기

본 연구는 과학기술부의 원자력개발 사업의 일환으로 수행되었음

표 1 Displacement of fuel rod according to integration range

Flow velocity ($U = 7 \text{ m/s}$)	Integration range (Hz)	
	240	110
17.8 Hz	0.019272 mm	0.019254 mm
20.0 Hz	0.192213 mm	0.192211 mm
25.8 Hz	0.070363 mm	0.070357 mm

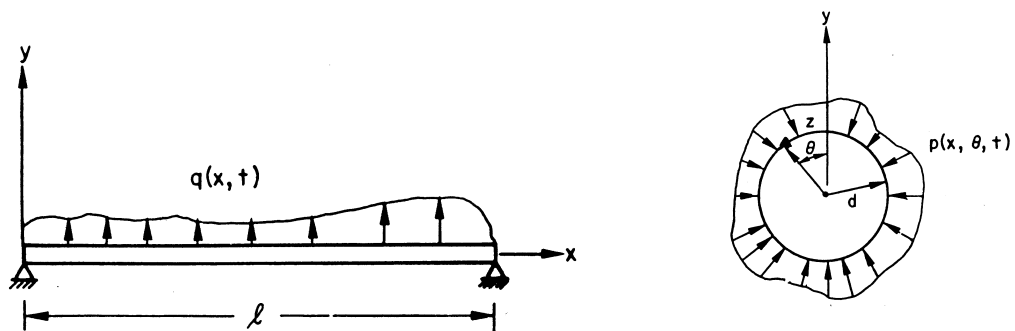


그림 1 축류유동장에 있는 실린도 표면에 작용하는 압력

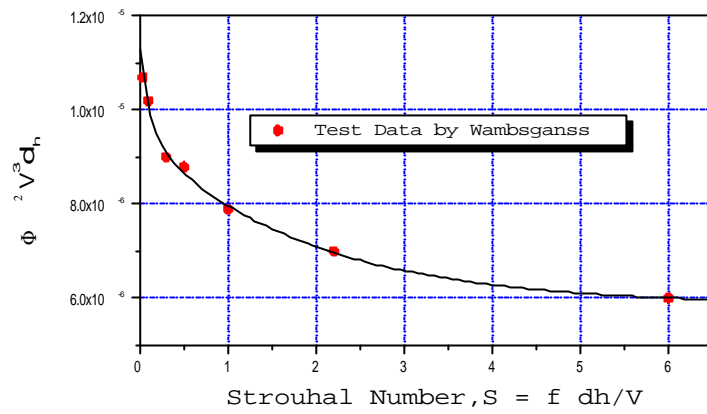


그림 2 Turbulent-wall-pressure power spectra model fitted from Wambsganss test data

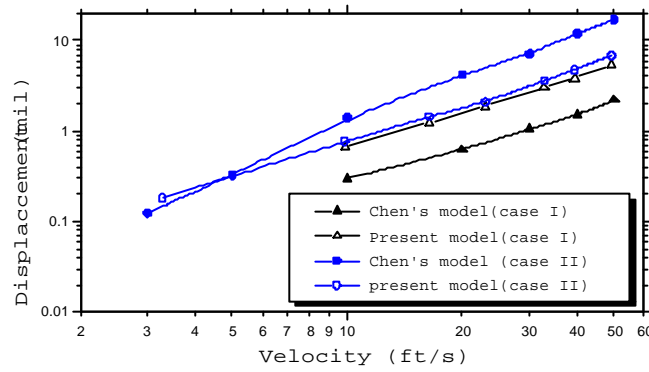


그림 3 Comparison of the calculated displacement with Chen's model

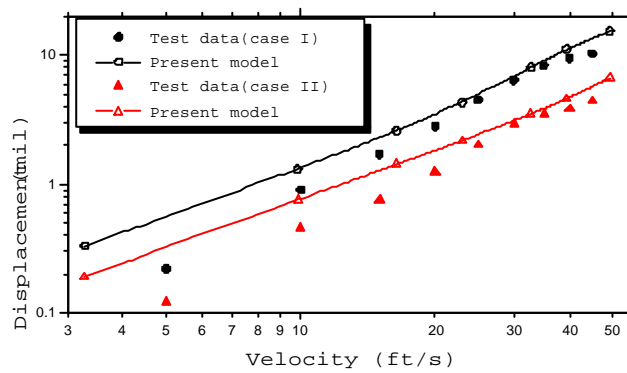


그림 4 Comparison of the calculated displacement with Kanazawa's test data

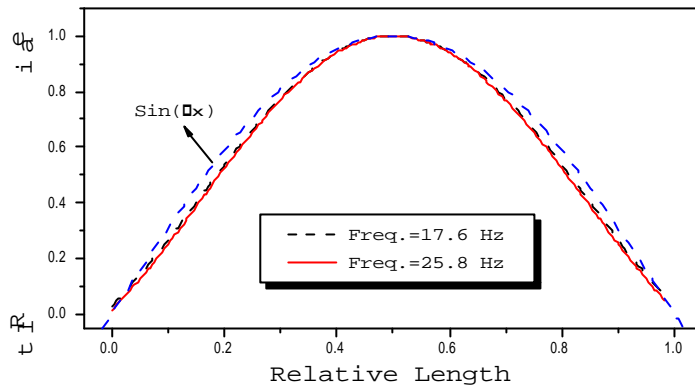


그림 5 Comparison of 1st mode of fuel rod model with that of simple-supported cylinder

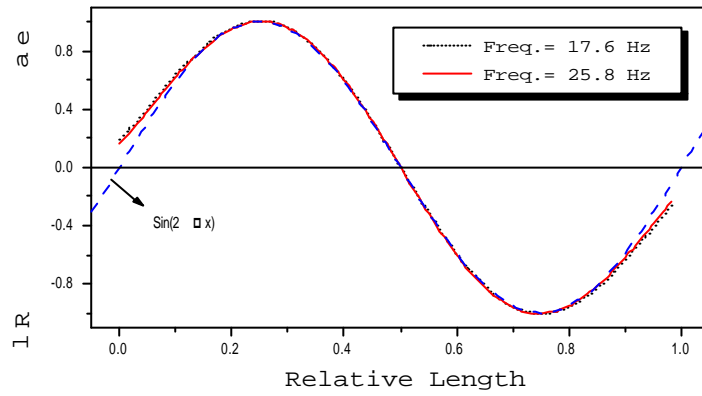


그림 6 Comparison of 2nd mode of fuel rod model with that of simple-supported cylinder

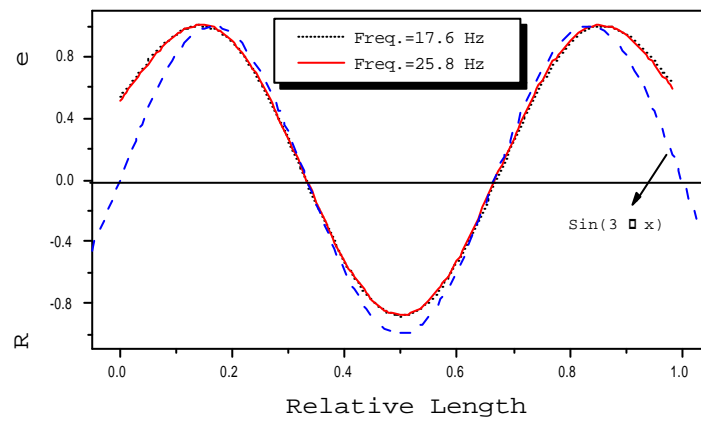


그림 7 Comparison of 3rd mode of fuel rod model with that of simple-supported cylinder

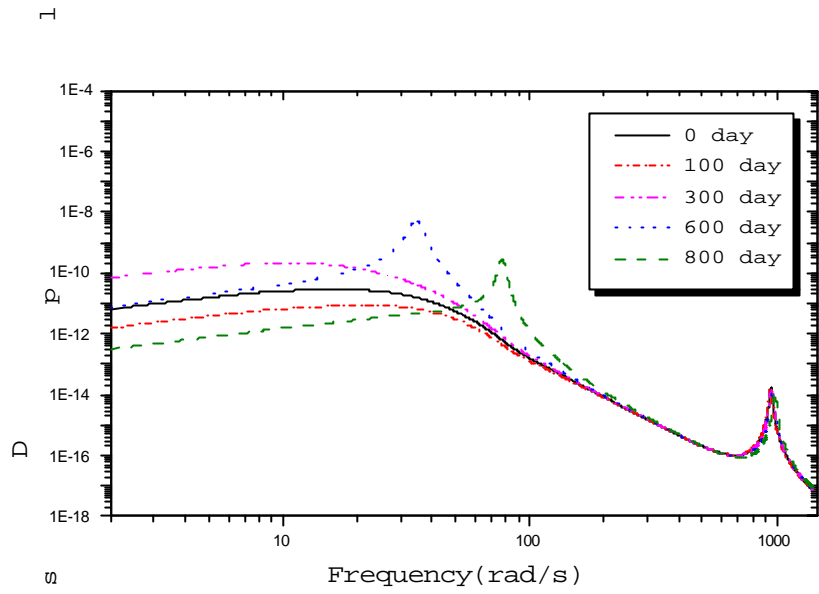


그림 B Power spectral density of fuel rod displacement at L/2
($U = 7 \text{ m/R}$)

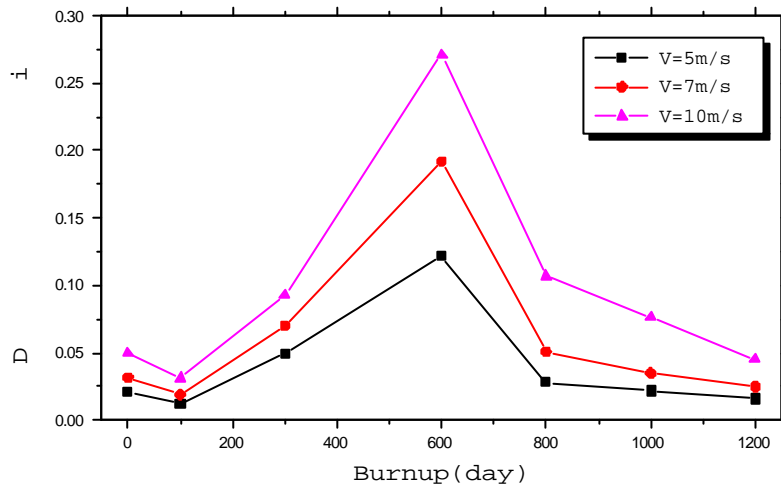


그림 B Displacement of fuel rod model at L/2 as a function
of burnup