

'88 추계학술발표회논문집
한국원자력학회

**축하중을 받고 스프링으로 지지된 핵연료봉 모델의 축방향
유동에 의한 유체유발진동 part 1: 감쇠모델**

**Axial-Flow-Induced Vibration of the Fuel Rod Supported by Spring
System, and Subjected to Axial Force Part 1: Damping Model**

강홍석, 윤경호, 김형규, 송기남, 정연호

한국원자력연구소
대전광역시 유성구 덕진동 150

요 약

본 연구는 Paidoussis에 의하여 유도되고 Kanazawa에 의하여 단순화된 운동방정식을 근간으로 스프링으로 탄성 지지되고 축하중을 받는 핵연료봉의 축류유체유발진동에 대한 이론적인 감쇠모델을 제안하였다. 제시된 모델은 기존연구자들의 이론 및 실험결과와 비교하여 적합성을 검토한 후 실제 상용 발전소에 사용되는 핵연료봉에 적용하여 원자로내 축 방향 유속에 의한 핵연료봉의 예상 감쇠를 변위대비, 유속대비, 그리고 원자로내 핵연료봉의 연소시간 대비로 제시하였다.

Abstract

Based on the equation of motion derive by Paidoussis, and simplified by Kanazawa, an analytical damping model has been proposed for the axial-flow-induced vibration of the fuel rod supported by a spring system and subjected to axial force. After comparisons with the previous researches for validity, the model has been applied to calculate the fuel rod damping as a function of the vibration amplitude, coolant velocity and operation time.

1. 서론

원자력산업계에서 초기 유체유발진동에 대한 연구는 증기발생기내의 세관에서 발생

하는 프레팅 마모현상을 극복하고자 시작되었다. 이러한 증기발생기내 세관에 관한 프레팅 마모는 횡류에 의한 유체유발진동에 의한 것으로 축류유동장에 놓여있는 핵연료봉의 유체유발진동현상과는 다소 차이가 있다. 핵연료봉과 같이 비교적 낮은 속도로 유동하는 축류유동장에 있는 실린더의 유체유발진동은 불안정성을 유발하는 임계 유속에 관한 연구보다는 장기간 계속되는 작은 진동진폭에 의한 마모(wear) 등의 문제에 관심을 기울여야 한다. 본 연구는 하임계 축류유동에 의해 발생하는 핵연료봉의 유체유발진동에 관한 연구중 일편으로 감쇠모델 개발에 관한 것이다. 축류유동장에서 실린더의 감쇠에 관한 여러 연구자들의 연구 결과에 의하면 감쇠는 일반적으로 유속이 커짐에 따라 커지는 경향이 있고 저유속에서는 진동진폭에 거의 영향을 받지 않는다고 한다. 본 연구의 감쇠 모델은 Paidoussis[1]에 의하여 유도된 축류유동장에 있는 실린더의 운동방정식을 근간으로 동식을 단순화한 Kanazawa[2]의 방법을 채택하여 유도되었다.

2.. 수학적 모델

(1) 축류 유동장에서 실린더의 운동방정식

Paidoussis는 다음과 같이 축방향 유속장에 있는 탄성 실린더의 일반 운동 방정식을 유도하였다.

$$\begin{aligned}
 EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \left[(m_f V^2 - T_D) - \frac{1}{2} \rho D V^2 C_A \left(\frac{L}{2} - x \right) \right] \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + 2m_f V \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} \\
 + \rho D V^2 C_f \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{1}{2} \rho D V C_f \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{1}{2} \rho D C_D \left| \frac{\partial y}{\partial t} \right| \cdot \frac{\partial y}{\partial t} + (m_f + m_r) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \\
 + \frac{1}{2} \rho D V^2 \left[C_D \left(\frac{V}{V} \right)^2 + C_A \left(\frac{V}{V} \right) \right] = 0
 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 다음과 같은 두 가지 가정을 도입한다.

첫째, 힘 함수는 난류 유동에 의해 발생하며 실험에 의하여 구할 수 있는 랜덤함수이다.

$$q(x, t) = -\frac{1}{2} \rho D V^2 \left[C_D \left(\frac{V}{V} \right)^2 + C_A \left(\frac{V}{V} \right) \right] \quad (2)$$

둘째, 등가 점성 감쇠력 $\propto (\partial y / \partial t)$ 를 식(1)에 있는 형상 및 항력계수들의 항과 코리올리(Coriolis)항을 등가로 간주한다. 이들 식은 다음과 같다.

$$F_s = C \frac{\partial y}{\partial t} = -\frac{1}{2} \rho D V^2 C_f \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \left(\frac{L}{2} - x \right) + 2m_f V \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} + \rho D V^2 C_f \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{1}{2} \rho D V C_f \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{1}{2} \rho D C_D \left| \frac{\partial y}{\partial t} \right| \cdot \frac{\partial y}{\partial t} \quad (3)$$

식 (3)에서 코리올리항을 감쇠력으로 간주하는 것에는 논란의 여지가 있다. Chen은 이런 방식을 도입한 Kanazawa의 감쇠 모델은 잘못이라고 하였으나 원자로의 냉각계 속도와 같이 유속이 임계값 보다 상당히 작은 하임계진동모델인 경우, 그리고 지지점에서 실린더의 변위가 발생하는 경우는 코리올리항이 감쇠력으로 기여한다고 한다.

위의 가정에 입각하면 식(1)는 다음과 같이 간략히 표시된다.

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} (m_f V^2 - T_0) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + C \frac{\partial y}{\partial t} + M \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = q(x, t) \quad (4)$$

여기서 $M = m_f + m_r$ 이다.

(2) 점성감쇠 모델[2]

유체부가질량에 의한 감쇠력(Coriolis force)은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$F_{cd} = 2m_f V \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} \quad (5)$$

실린더 표면 항력과 전 항력에 의한 감쇠력은 다음의 두식으로 표시할 수 있다.

$$F_{sd} = \frac{1}{2} \rho D V C_f \left[\frac{\partial y}{\partial t} + 2V - V \left(\frac{L}{2} - x \right) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] \quad (6)$$

$$F_D = \frac{1}{2} \rho D C_D \left| \frac{\partial y}{\partial t} \right| \cdot \frac{\partial y}{\partial t} \quad (7)$$

앞의 세 식을 다음과 같이 $F_s(x, y, t)$ 로 놓고 점성감쇠력 $F_v = C \partial y / \partial t$ 로 표시하면 임의시간 τ 동안 전체 실린더의 길이 L 에서 발산되는 에너지를 다음과 같이 등가로 나타낼 수 있다.

$$\int_0^L \int_0^\tau F_s(x, y, t) |y| dt dx = C \int_0^L \int_0^\tau \frac{\partial y}{\partial t} |y| dt dx \quad (8)$$

핵연료봉의 변위는 기본모드가 지배적인 협대역 랜덤 과정(narrow-band random

process)으로 간주할 수 있으므로 진동 변위함수를 다음과 같이 가정한다.

$$y(x, t) = a(t) \sin \frac{\pi x}{L} \sin \omega_0 t \quad (8)$$

진폭함수 $a(t)$ 는 변위함수 $y(x, t)$ 에 비하여 시간에 대한 변화가 상당히 느리다고 가정한다. 식(8)을 식(5)~(7)에 대입하면 이들의 합 F_x 를 다음의 식(10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} F_x(x, y, t) = & 2m_f V \frac{\pi}{L} \omega_0 a \cos \frac{\pi x}{L} \cos \omega_0 t + \rho D V^2 C_f \frac{\pi}{L} a \cos \frac{\pi x}{L} \sin \omega_0 t \\ & + \frac{1}{2} \rho D V C \omega_0 a \sin \frac{\pi x}{L} \cos \omega_0 t + \frac{1}{2} \rho D V^2 C_f \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 t \\ & a \left(\frac{L}{2} - x \right) \sin \frac{\pi x}{L} \sin \omega_0 t + \frac{1}{2} \rho D C_D \omega_0^2 a^2 \left(\sin \frac{\pi x}{L} \right)^2 \cos \omega_0 t \cos \omega_0 t \end{aligned} \quad (10)$$

점성감쇠력이 수행한 일이 영(zero)이 되지 않게 하기 위하여 공간적분 구간은 $0 \leq x \leq L/2$, 그리고 시간 적분구간은 $0 \leq t \leq \pi/2\omega_0$ 으로 결정한다. 이러한 가정아래서 식(8)을 감쇠계수 C 에 대하여 풀고 먼저 분모를 계산하면 다음의 식(11)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \int_0^L \int_0^{\pi/2\omega_0} \frac{\partial y}{\partial t} |y| dt dx = & \omega_0 a^2 \int_0^{L/2} \int_0^{\pi/2\omega_0} \left(\sin \frac{\pi x}{L} \right)^2 \sin \omega_0 t \cos \omega_0 t dt dx \\ = & \frac{L a^2}{8} \end{aligned} \quad (11)$$

(10) 및 (11)식을 (8)식에 대입하고 C 에 대하여 풀면 다음의 결과를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} C = & \frac{4m_f V}{L} + \frac{8\rho D V^2 \pi}{L^2} \int_0^{L/2} \int_0^{\pi/2\omega_0} C_f \sin \frac{\pi x}{L} \cos \frac{\pi x}{L} (\sin \omega_0 t)^2 dt dx \\ & + \frac{4\rho D V}{L} \omega_0 \int_0^{L/2} \int_0^{\pi/2\omega_0} C_f \left(\sin \frac{\pi x}{L} \right)^2 \sin \omega_0 t \cos \omega_0 t dt dx \\ & + \frac{4\pi^2 \rho D V^2}{L^3} \int_0^{L/2} \int_0^{\pi/2\omega_0} C_f \left(\frac{L}{2} - x \right) \left(\sin \frac{\pi x}{L} \right)^2 (\sin \omega_0 t)^2 dt dx \\ & + \frac{4\rho D \omega_0^2 a}{L} \int_0^{L/2} \int_0^{\pi/2\omega_0} C_D \left(\sin \frac{\pi x}{L} \right)^3 \sin \omega_0 t (\cos \omega_0 t)^2 dt dx \end{aligned} \quad (12)$$

매끈한 원관에 발생하는 마찰에 의한 전단응력은

$$\tau_0 = \frac{1}{8} \lambda \rho V^2 \quad (13)$$

여기서, λ 는 다음의 식[3]과 같이 표시된다.

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 0.87 \ln(Re\sqrt{\lambda}) - 0.8 \quad (14)$$

따라서 λ 는 계산할 각 경우에 대하여 수치적으로 계산된다. 전단응력에 의해 발생하는 실린더 단위 길이당 항력 F_f 는 다음과 같다.

$$F_f = \pi d \tau_0 \quad (15)$$

그리고 표면항력을 다음과 같이 식 (15)으로 정의하면 식 (15)와 동가로 놓고 표면 마찰 항력계수를 (17)과 같이 얻을 수 있다.

$$F_f = \frac{1}{2} \rho D V^2 C_f \quad (16)$$

$$C_f = \frac{\pi}{4} \lambda \quad (17)$$

횡류에 의한 항력계수 C_D 로 H. Schlichting 과 J. Keestin의 실험식[2의 3B]과 매끈한 실린더의 항력계수식을 더한 다음과 같은 항력계수 식[4]으로 부터 유동 조건에 따라 항력계수 C_D 를 선택적으로 사용한다.

$$C_D = \begin{cases} 10Re^{-0.773}, & 0.1 \leq Re < 1 \\ 10Re^{-0.587}, & 1 \leq Re < 7 \\ 4.9Re^{-0.216}, & 7 \leq Re \leq 10^3 \\ 1.0 + 10.0(Re)^{-0.67}, & Re \leq 2 \times 10^5 \end{cases} \quad (18)$$

앞의 결과 식 (14), (17), (18)을 식 (12)에 대입하면 점성감쇠계수 C 는 최종적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C = \frac{4m_f V}{L} + \frac{\pi \rho D V^2}{\omega_0 L} C_f + \frac{\rho D V}{2} + C_f + \frac{\pi^2 - 4}{16} \frac{\rho D V^2}{\omega_0 L} C_f + \frac{4\rho D}{L} \omega_0 \alpha \int_0^{L/2} \int_0^{\pi/2\alpha} C_D \left(\sin \frac{\pi x}{L} \right)^3 \sin \omega_0 t (\cos \omega_0 t)^2 dt dx \quad (19)$$

3. 수학적 모델의 평가 및 고찰

앞서 제안된 점성감쇠 모델을 Chen[5]과 Kanazawa[2]의 기존 계산 결과와 비교하였다. Chen과 Kanazawa가 계산한 실린더의 계원과 물성치를 표 1에 정리하였다. Chen의 경우 case 1의 1차 고유진동수는 28 Hz, case 2는 23 Hz이고 Kanazawa의 case 1 및 2 각각의 고유진동수는 8.53 Hz 및 15.5 Hz 이었다.

제시된 모델과 Chen의 계산 결과를 비교한 그래프를 그림 1에 Kanazawa와 비교한 그래프를 그림 2에 도시하였다. 각각의 그래프에는 실험데이터도 함께 도시하였다.

Chen의 감쇠모델은 자신이 실험으로 구한 데이터와 유속 10 m/s 까지는 거의 정확하게 일치하고 있다. 제시된 모델은 저속에서는 Chen의 모델에 비하여 상당히 작게 예측하였으나 유속이 증가함에 따라 그 차이가 줄어들어 유속이 10 m/s 정도가 되면 상당히 근접한 결과를 나타내었다. 이러한 이유는 식 (5)에 있는 코리올리항 이 식 (6)과 (7)에 있는 다른 두 항에 비하여 감쇠에 기여하는 기여도가 크며 유속의 증가에 따른 증가율이 상대적으로 커지는 이유에 있다. 단순 지지된 실린더의 경우 Chen모델은 유속의 증가에 따라 감쇠항을 증가 시키는 항이 단지 수직 항력항 뿐이며, 그 증가율도 크지않다. 이런 이유로 유속이 커지면 제시된 모델의 임계감쇠비가 Chen의 모델에 비하여 상대적으로 커지는 것이다. 이런 결과는 그림 1에서 유속 15 m/s이상의 구간에서 나타난다. 제시된 모델은 실린더 내부의 점,탄성력을 무시하였기 때문에 코리올리항의 기여가 커지기 전인 저 유속 구간에서 감쇠력을 상대적으로 작게 예측한다. 이런 결과는 그림 1에서 유속 15 m/s 이하의 구간에서 나타난다.

Kanazawa의 감쇠모델과 제시된 모델은 유속의 증가에 대하여 동일한 정도의 민감도를 갖는 것으로 나타났다. 제시된 모델은 Kanazawa 자신의 모델보다 실험 데이터에 조금 근접한 결과를 나타내었으나 실험결과보다는 다소 작게 예측하는 것으로 나타났다. Kanazawa는 항력계수를 얻기 위하여 환형유동과 낮은 레이놀즈 수의 유동($Re \leq 10^3$)을 고려하였고 제시된 모델은 실린더 주위의 무한 흐름과 실제적인 유속($Re \leq 10^6$)을 고려하였다. 이러한 유동조건이 차이가 결국 Kanazawa 모델과 제시된 모델의 차이를 나타내는 원인이 되었다.

4. 핵연료봉의 임계감쇠비

(1) 고유 진동수

핵연료봉의 고유진동수를 구하기 위하여 이용한 지지격자 굽힘스프링 강성은 KOFA 핵연료의 노내 강성값 40 N/mm[B1] 및 회전 강성은 100 Nm/rad[7의 3]을 이용하고, 핵연료봉의 계원은 표 2를 이용하였다.

표 3에는 연소도에 따라 변하는 핵연료봉의 내부압력의 변화[B1]와 이에 따라 냉각수 압력차로 발생하는 축하중을 계산하고, 이를 이용하여 계산한 핵연료봉 단일 스펀의 고유진동수를 나타내었다. 축하중을 받고 스프링으로 지지된 그림 3과 같은 핵연

료봉의 고유진동수는 기 개발된 FEM 프로그램[7]을 이용하였다.

(2) 임계감쇠비

핵연료봉의 임계감쇠비를 100, 300, 500, 800, 1000, 그리고 1200 연소일에서 계산하였다. 계산을 위해 사용한 핵연료봉과 원자로 냉각수의 물성 데이터는 표 2를 사용하였다. 앞에서 유도한 식과 $\xi = C/2(m_c \omega_c)$ 의 관계식을 이용하여 임계감쇠비를 중앙점 변위의 함수로 나타내면 그림 4와 같다. 동일한 변위조건에서 고유진동수에 따라 대략 50%의 편차를 나타내었다. 임계감쇠비는 변위가 커질수록 서서히 증가하는 경향을 나타내었다.

그리고 임계감쇠비는 유속의 증가함에 따라 커지는 경향을 나타내었는데 고유진동수가 작은 경우 유속이 증가함에 따라 임계감쇠비는 상당히 큰 폭으로 증가하는 그림 5와 같은 경향을 나타내었다. 임계감쇠비는 고유진동수가 작을수록, 즉 축하중이 작을수록, 유속증가대비 임계감쇠비의 증가율이 커지는 경향을 보이고 있다. 그림 6은 핵연료봉의 연소시간대비 임계감쇠비의 변화를 도시한 그래프이다. 그림 4에서 알 수 있는 바와 같이 최대 압축력이 걸리는 100일 근처(최소 고유진동수 17.6 Hz)에서 최대 임계감쇠비를 갖는 것으로 나타났다. 핵연료봉의 임계감쇠비는 핵연료봉의 고유진동수 변화에 민감한 경향을 나타내었다.

5. 결론 및 고찰

축류유동장에 있는 핵연료봉의 감쇠모델을 제시하였다. 제시된 모델은 기존 두 연구자의 실험 데이터 및 감쇠모델과 비교하여 적용가능성을 확인하였다. 제시된 모델에 의하면 실리더의 감쇠는 유속이 커질수록 커지는 경향과 임계유속이하의 저유속에서는 진동진폭에 거의 영향을 받지않는 기존의 연구 결과를 확인하였다. Chen의 감쇠모델과 비교하면 제시된 모델은 유속 증가 대비 임계감쇠비의 증가율이 컸다. 계산된 유속(< 20 m/s) 범위 내에서 제시된 감쇠모델은 Chen보다는 작게, 그리고 Kanazawa의 결과보다는 다소 크게 예측하고 있다. Kanazawa의 감쇠모델과 비교하면 제시된 모델은 Kanazawa 자신의 모델보다 실험 데이터에 조금 근접한 결과를 나타내었으나 실험결과보다는 다소 작게 예측하는 것으로 나타났다.

제시된 모델로 계산한 KOFU 핵연료봉(17×17)의 임계감쇠비는 고유진동수가 작을수록 유속증가대비 임계감쇠비의 증가율이 커지는 경향을 보였다. 핵연료봉은 최대 압축력이 걸리는 100일 근처(최소 고유진동수 17.6 Hz)에서 최대 임계감쇠비를 갖는 것

으로 나타났다. 핵연료봉이 연소중 원자로내에서 갖는 임계감쇠비는 0.01 ~ 0.02 사이의 값을 갖을 것으로 예측되었다.

B. 참고문헌

- [1] M. P. Paidoussis, "Vibration of Cylindrical Structures Induced by Axial Flow, Trans. of the ASME J. Of Engineering for Industry, Vol. 96, pp. 547-552, 1974.
- [2] R.M. Kanazawa, Hydroelastic Vibration of Rods in Parallel Flow Ph.D. dissertation, University of Illinois, 1969.
- [3] T. Cebeci and P. Bradshaw, Momentum Transfer in Boundary Layers, McGraw-Hill Company, 1977.
- [4] P. M. Gerhart and R. J. Gross, Fundamentals of Fluid Mechanics, Addison-Wesley Publishing Company, pp. 521-522, 1985.
- [5] S. S. Chen and M. W. Hambeganes, "Parallel-Flow-Induced Vibration of Fuel Rods," Nuclear Engineering and Design, Vol. 18, pp. 253-278, 1972.
- [6] 한국원자력연구소, "Fuel Design Report for 17×17 Assembly," 1987.
- [7] 강홍석외 4인, "회전 및 굽힘 스프링 기구로 연속지지된 핵연료봉의 진동 연구," 한국소음진동공학회 1988년 춘계학술대회논문집, pp. 454-460, 1988.

후기

본 연구는 과학기술부의 원자력개발 사업의 일환으로 수행되었음

표 1 Chen과 Kanazawa에 의하여 계산된 실린더의 물성치와 형상 데이터

Name	Ma (Kg/m)	d (mm)	L (m)	d _b (m)	EI (N/m ²)
Chen case 1	1.88	12.7	1.18	0.0381	139.1
case 2	0.376	12.7	0.814	0.0381	55.06
Kanazawa case 1	0.106	12.7	1.22	0.0381	39.64
case 2	0.172	12.7	1.22	0.0381	150.73

표 2 KOFA(17×17) 핵연료와 원자로 냉각수의 물성 데이터

Parameter	Value	Parameter	Value
Density (kg/m ³)	8.6×10 ³	Temperature (°C)	310
Inner diameter (mm)	8.22	Density (kg/m ³)	8.22
Outer diameter (mm)	8.5	Viscosity (kg/m·sec)	0.000075
Span Length (m)	0.62	Flow Velocity (m/sec)	3 - 7
Young's Modulus at 310 °C(N/m ²)	7.98×10 ¹⁰	Calculated diameter of equivalent flow pipe(mm)	21.3

표 3 연소도에 따라 KOFA 핵연료에 작용하는 축하중변화

Operation Day	Internal Pressure (bar)	Calculated Axial Force (N)	1 st Natural Frequency (Hz)
0	75	-384.4	18.5
100	70	-433.7	17.6
300	82	-368.4	19.0
500	80	-322.6	20.0
800	115	-186.7	22.4
1000	128	-110.6	23.7
1200	157	34.6	25.8

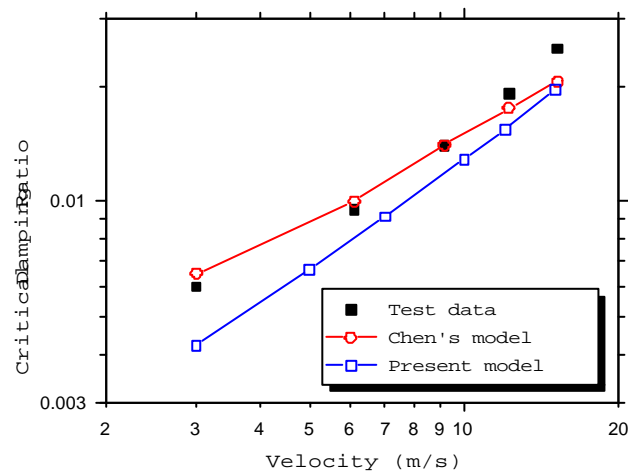


그림 1 Comparison of the calculated critical damping ratio with Chen's model

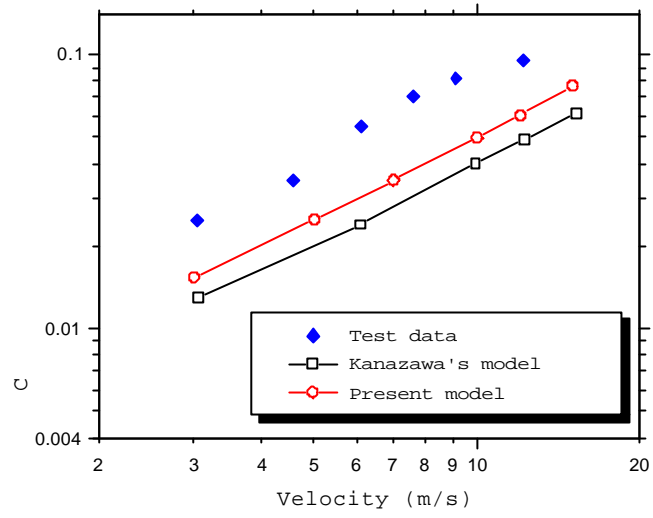
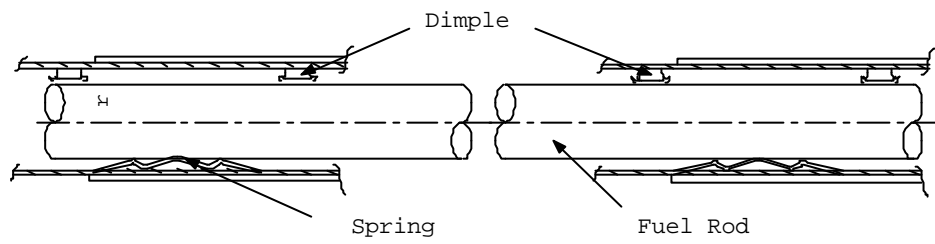
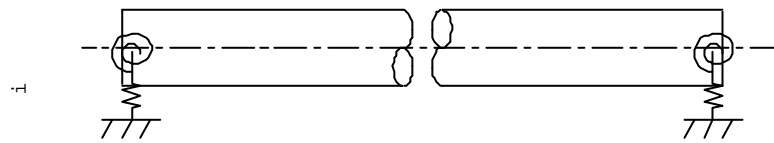


그림 2 Comparison of the calculated critical damping ratio with Kanazawa's model



a) Rod supported by grid spring



b) Rod vibration model simplified by rotary and bent spring

그림 3 Fuel rod vibration model supported by a bent and rotational spring

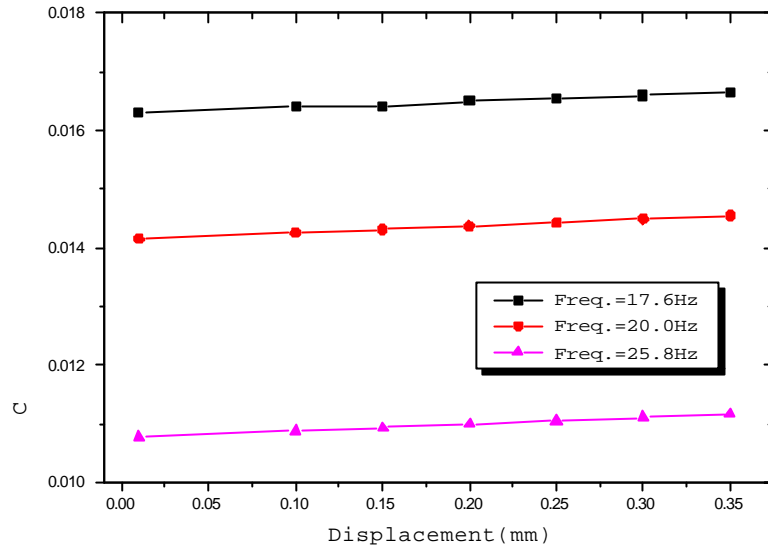


그림 4 Critical damping ratio of fuel rod model as a function of displacement

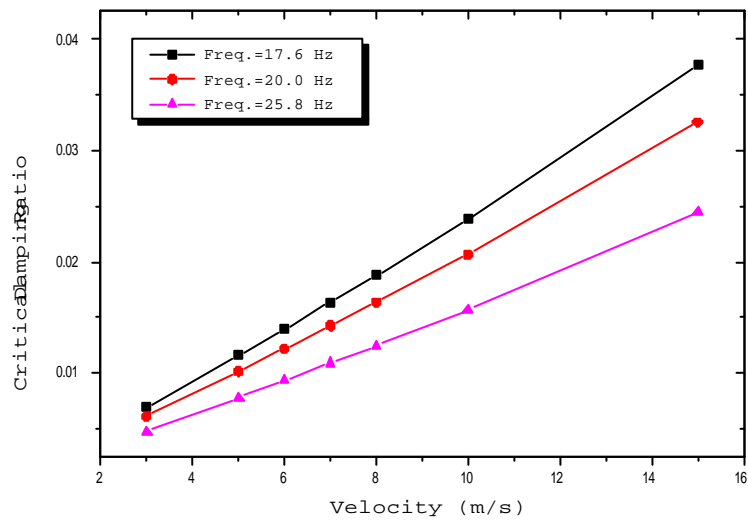


그림 5 Critical damping ratio of fuel rod model as a function of flow velocity

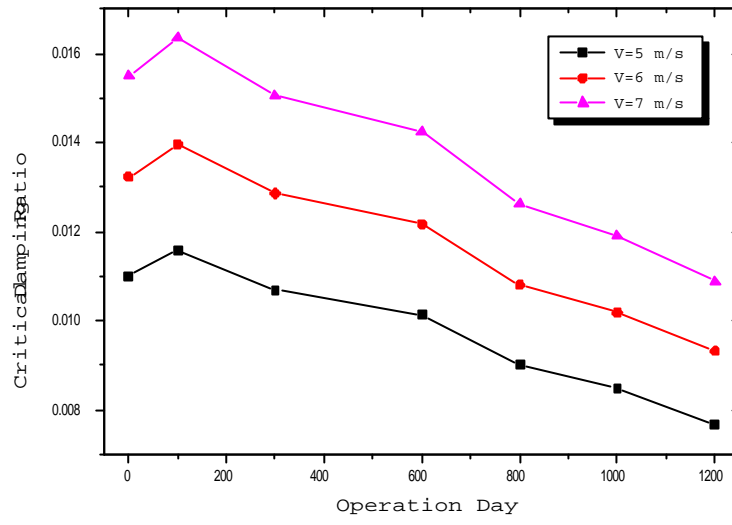


그림 5 Critical damping ratio of the fuel rod model as a function of operation day