99 추계학술발표회 논문집
한국원자력학회

모드형상과 정규화기법을 이용한 구조물의 손상진단

Structural Damage Detection Using Modal Data with Regularization Technique

강주성, 여인호, 이해성, 신수봉

Korea Earthquake Engineering Research Center
서울 관악구 신림동 산 56-1

요 약

이 논문에서는 시스템 변수 추정법에 기초하여 개량된 손상탐지 기법을 제안한다. 역해석문제에서 발생하는 수치적 불안정성을 극복하기 위하여 정규화기법을 도입한다. 정규화함수로서 구조물의 강성행렬의 Frobenius norm **을 사용하였고,** VRFS **를 이용하여 정규화계수를 결정한다. 측정 데이터들의 빈약성과 측정시에 발생할 수 있는 오차를 고려하기 위하여 통계적기법을 사용한다. 측정치로서 정적 측정데이터와 동적 측정데이터 모두를 사용할 수 있으나 이 논문에서는 동적 측정데이터 만을 이용하여 구조물의 손상진단을 수행한다. 임의의 행렬에 대해 기준화된 모드형상에 대한 민감도를 계산하는 방법을 제안한다. 수치예제를 통해서 제안된 방법의 타당성을 검증한다.**

Abstract

This paper proposes an improved damage detection and assessment algorithm based on the system identification. In this algorithm, the regularization technique is introduced to overcome ill-posedness of the inverse problem in the conventional algorithm. Frobenius norm for the change of the stiffness matrix of a structure is used as the regularization function. VRFS is employed to determine a regularization factor. Although measured information suffers from sparseness and noise, reliable damage detection and assessment can be carried out by this algorithm. In this algorithm, measuring responses by both static and dynamic test can be used, however current paper introduces only the case where the modal data are used as the measuring responses. The sensitivity of the normalized mode shape vector by an arbitrary matrix is proposed. The validity of the proposed algorithm is demonstrated by a numerical example.

주요어 : **손상탐지**, **수치적 불안정성**, **정규화기법**, VRFS, **통계적기법**, **모드형상**, **민감도**

1. 서론

구조물은 지진등과 같은 과도한 하중을 받거나 제작 후에 오랜시간이 흐르게 되면 강성의 감소가 발생하게 된다. 이러한 하나 또는 여러 부재의 강성감소로 인한 구조물 손상은 고유진동수나 모드 형상과 같은 동적거동에 영향을 주게 된다. 이런 변화에 기초하여 손상위치나 손상정도를 추정하는 방법들이 많이 개발되어 왔다. Adams[Adams, 1978]는 두개의 모드형상의 변화를 이용하여 손상의 위치를 결정하는 방법을 개발하였다. Lim 과 Kashangaki[Lim and Kashangaki, 1994]는 측정 모드형상과 최적 모드형상 간의 Euclidian norm 을 이용하여 손상을 탐지하는 기법을 제안하였다. Kaouk 과 Zimmerman[Kaouk and Zimmerman, 1994]은 손상이 구조물강성의 국부적인 변화를 유발시킨다고 가정하여 구조물 손상의 위치와 정도를 결정하는 방법을 제안하였다. 이 방법에서 손상의 정도는 minimum rank updating thoery 에 의해 결정된다.

이 논문에서는 시스템 변수추정법에 기초하여 측정된 모드형상과 계산된 모드형상 간의 차를 최소화하는 최소자승법에 의해 시스템 변수를 추정한다. 휨강성 및 축방향강성을 시스템 변수로 가정한다. 비선형 최적화문제를 풀기 위해서 recursive quadratic programming(RQP)과 Fletcher active set strategy[Banan and Hjelmstad, 1993]를 사용한다.

RQP 방법에서는 시스템 변수에 대한 모드형상의 민감도가 필요하다. 현재 모드형상의 민감도를 계산하는 방법에는 modal method, modified modal method, Nelson’s method[Nelson, 1976]등이 있다. 그러나 이런 방법들은 모두 모드형상이 질량행렬에 의해 기준화되어 있는 경우에만 사용가능하다. 모드형상을 질량행렬에 의해 기준화하기 위해서는 전 자유도에 대하여 모드를 측정 하여야만 하는데 실제 상황에서는 전자유도에 대하여 측정하기 힘들다. 따라서 질량행렬이 아닌 임의의 행렬에 대하여 기준화되어있는 모드형상의 민감도를 구하는 방법을 제안한다.

일반적으로 경제적, 물리적인 제약으로 인해 시스템 변수 추정을 위한 충분한 수의 측정치를 얻는 것은 불가능하다. 신뢰성 있는 시스템 변수 추정을 위해서는 측정치의 개수를 늘리거나, 추정하려는 시스템 변수의 개수를 줄이는 방법이 있다. 이 논문에서는 시스템 변수의 개수를 효율적으로 줄이고, 손상을 격리시킬 수 있는 시스템 변수 그룹화 기법[Hjelmstad et al., 1990]을 도입한다.

일반적으로 시스템 변수 추정법은 비존재성, 비유일성, 해의 불연속성 등과 같은 수치적 불안정성이 심한 ill-posed 문제이다. 이러한 ill-posed 특성을 극복하기 위하여 Tikhonov[Groetsch, 1984;Bui, 1994]에 의해 제안된 정규화기법을 도입한다. 정규화함수로는 초기 강성행렬과 추정된 강성행렬간의 차이를 이용하는 Frobenius norm[Groetsch, 1984;Bui, 1994] 을 사용하고 정규화함수의 크기를 결정하여주는 정규

화계수로는 Lee[Lee et al., 1999]에 의해 제안된 VRFS를 사용한다.

시스템 변수 추정법에 의하여 추정된 시스템 변수들은 손상이 없을 당시의 값인 기준값과의 상대적인 감소비를 통해 그 분재의 손상유무를 판단한다. 그러나 측정 데이터에 오차가 생긴 경우에는 비록 손상탐지 알고리즘을 통하여 손상부재로 판단되었다 할지라도 이 손상이 실제 구조물에 손상이 발생해서 생긴 것인지 측정데이터의 오차에 의해서 잘못 추정된 것인지 판단하기가 매우 어렵다. 실제상황에서는 측정데이터에 오차가 포함되는 것은 불가피하므로, 손상탐지 알고리즘을 통해 추정된 결과를 그대로는 사용할 수가 없다. 이를 해결하기 위해 Hjelmstad와 Shin[Hjelmstad and Shin, 1997]에 의해서 제안된 측정데이터 교란반복법과 Yeo[Yeo, 1999]에 의해 제안된 통계적 접근방법을 사용한다.

수치예제를 통해 제안된 방법의 타당성을 검증한다.

2. 본론

2.1 모드형상을 이용한 output error estimator

이 논문에서는 이미 알고 있다고 가정한 기준값에 대한 시스템 변수들의 상대적인 감소값으로 손상을 정의한다. 시스템 변수들은 output error estimator(OEE)에 의해서 추정된다. OEE의 기지의 정보로서 동적 측정 데이터를 사용하게 되고 이러한 데이터는 많은 동적 실험방법들에 의해 쉽게 구해진다. 구조물의 동적 반응에대한 output error는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{e}_i(\mathbf{x}) = \mathrm{f}_i - \hat{\mathrm{f}}_i \qquad i = 1,\ldots,nmd \tag{1}$$

여기서 $\mathbf{x}$, f_i, $\hat{\mathrm{f}}_i$, nmd는 각각 시스템 변수 벡터, 계산된 i차 모드형상, 측정된 i차 모드형상, 측정된 모드의 개수이다.

미지의 시스템 변수들은 (1)식과 같이 정의된 output error 벡터에 의해서 구해진 목적함수를 최소화하는 값들로 구해진다. 따라서 시스템 변수 추정법은 (2)번 식과 같은 구속조건이 있는 비선형 최적화문제가 된다.

$$\underset{\mathbf{x}}{Minimize} \quad \Pi(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{nmd} \alpha_i \left\| \mathrm{f}_i - \hat{\mathrm{f}}_i \right\|^2 \qquad \text{subject to} \qquad \mathbf{R}(\mathbf{x}) \ge 0 \tag{2}$$

여기서, $\mathbf{R}(\mathbf{x})$는 시스템 변수들의 상한, 하한 구속조건이고 α_i는 i차 모드의 가중치이다. 식 (2)와 같이 표현되는 구속조건이 있는 비선형 최적화문제를 풀기 위해 recursive quadratic programming(RQP)과 Fletcher active set strategy [Bannan and Hjemlstad, 1993]를 사용한다. RQP에서 시스템 변수들에 대한 오차함수의 민감도가 필요하다.

오차함수의 민감도는 식(3)과 같다.

$$\Pi_{,x} = \sum_{i=1}^{nmd} \alpha_i \left\| \phi_i - \hat{\phi}_i \right\| \cdot \phi_{i,x} \tag{3}$$

여기서, 첨자 $(\ )_{,x}$ 는 시스템 변수 x 에 대한 편미분을 나타낸다. 모드형상이 질량행렬에 대해 기준화되어있는 경우에 민감도를 계산하는 방법에는 modal method, modified modal method, Nelson' s method [Nelson, 1976] 등 몇가지 방법들이 있다. 모드형상이 질량행렬에 대해 기준화되어있는 경우에 모드형상에 대한 민감도는 다음과 같이 구해진다.

$$\phi_{j,x} = -\sum_{i \neq j}^{nmd} \frac{\phi_i^T \mathbf{K}_{,x}\, \phi_j}{(\lambda_i - \lambda_j)\phi_i^T \mathbf{M}\, \phi_i} \phi_i \qquad (\ i \neq j\ ) \tag{4}$$

여기서, λ , $\mathbf{M}$, and $\mathbf{K}_{,x}$ 는 각각 eigen value, 질량행렬, 강성행렬의 민감도이다. 그러나 실제 측정되는 부분은 전자유도에 대해서가 아니라 일부분일 경우에는 질량행렬에 대해 기준화 할 수가 없다. 따라서 질량행렬에 대하여 기준화 되어있지 않은 모드형상에 대한 민감도가 필요하다.
만약 $\bar{\phi}$ 가 임의의 행렬 $\mathbf{C}$ 에 대하여 기준화되어 있다고 하면, 그 모드형상의 민감도를 $\bar{\phi}_{,x}$ 는 다음과 같다.

$$\bar{\phi}_{j,x} = \frac{1}{\phi_i^T \mathbf{C}\, \phi_i} \left(\phi_{j,x} \sqrt{\phi_i^T \mathbf{C}\, \phi_i} - \phi_j \frac{\phi_i^T \mathbf{C}\, \phi_{i,x}}{\sqrt{\phi_i^T \mathbf{C}\, \phi_i}} \right) \tag{5}$$

식 (5)에서 $\sqrt{\phi_i^T \mathbf{C}\, \phi_i}$ 를 m_c 로 치환하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{\phi}_{i,x} = \frac{1}{m_c} \phi_{i,x} - \frac{1}{m_c^3} \left(\phi_i^T \mathbf{C}\, \phi_{i,x} \right) \phi_i \tag{6}$$

2.2 변수 그룹화 기법

변수추정을 하는데 있어서 첫번째 문제는 경제적 물리적인 제약으로 인해 실제로 구하고자 하는 시스템 변수의 개수에 비해서 측정정보의 양(측정 자유도수)가 작다는 점이다. 비록 충분한 측정정보의 양을 가진다고 할지라도 많은 수의 시스템 변수의 개수를 갖게 되면 연산과정에 있어 많은 시간이 들게 되므로 경제적이지 못하

다. 여기서는 유한요소 모델링을 바꾸지 않고 동일한 성질의 시스템 변수값을 가지는 변수들을 그룹으로 묶어서 시스템 변수의 개수를 줄이는 변수 그룹화 기법을 사용한다. 변수 그룹화 기법은 토목구조물과 같이 많은 수의 부재가 비슷한 시스템 변수 값을 가지는 경우에 있어서는 매우 유용한 기법이다. 변수 그룹화 기법이 적용되면 총 미지의 시스템 변수의 수 n_p 는 식 (7)과 같이 계산된다.

$$n_p = \sum_{i=1}^{n_g} nelp_i \tag{7}$$

여기서, n_g 와 $nelp_i$ 는 각각 전체 그룹의 개수와 i 번째 그룹의 구성변수의 개수를 나타낸다.

2.3 Monte Carlo simulation

변수 추정법의 신뢰성 여부는 수학적 모델이 실제 구조물에 얼마나 정확하게 근사되었는가와 측정데이터가 얼마나 정확한가에 달려있다. 수학적모델의 정확도 문제는 이 논문의 논외에 있으므로 여기에서는 수학적모델은 정확하다고 가정한다. 즉, 수학적 모델과 실제 구조물이 정확하게 일치한다고 가정한다. 측정데이터에 오차가 포함되면 이 오차로 인하여 마치 실제 구조물의 손상으로 인한 것처럼 시스템 변수를 구성하고 있는 변수들의 값이 바뀌게 된다. Shin[Shin, 1994]은 측정정보에 오차가 포함되어 있는 경우를 고려할 수 있는 유용한 통계적 방법인 Monte Carlo simulation 을 사용하였다.

이 논문에서는 (2)와 같이 표현된 구속조건이 있는 비선형 최적화문제를 풀어서 유한요소모델의 시스템 변수들을 추정한다. 일단 유한요소 모델이 주어지면 미지수 $\mathbf{x}$ 는 몇 개의 자유도에서 측정된 응답벡터 $\hat{\mathrm{f}}$ 만의 함수가 된다. 측정오차를 구현하기 위해 $\hat{\mathrm{f}}_0$ 에 측정오차를 고려한 항을 더하여 Monte Carlo simulation 에 사용되는 $\hat{\mathrm{f}}$ 를 만든다.

$$\hat{\mathrm{f}} = \hat{\mathrm{f}}_0 \{1 + \bar{\mathrm{e}}\Re(-1,1)\} \tag{8}$$

여기서, $\bar{\mathrm{e}}$ 는 최대오차의 크기를 나타내는 계수이다. 오차가 포함되지 않은 실제 측정데이터는 측정테이터와 그 값에 최대 오차를 곱한 값의 사이에 존재한다.

2.4 정규화 기법

OEE 를 이용한 설계변수 추정법은 측정데이터에 오차가 포함되어 있는 경우에는 비존재성, 비유일성, 해의 불연속성 등과 같은 수치적 불안정성이 발생할 수 있는 ill-posed 성질을 가지는 역해석 문제이다[Bui, 1994]. 많은 연구에서 이러한 불안정성을 해결하기 위해 수행되어 시스템 변수의 상한, 하한 구속조건을 설정하였다. 그러나 Neuman[Neuman, 1979]과 Hjelmstad[Hjelmstad, 1996]은 그것만으로는 의미 있는 결과를 얻어내기에 충분하지 않다는 것을 보였다.

이 논문에서는 이러한 수치적 불안정성을 극복하기 위해 정규화함수를 도입한다. 정규화기법은 여러가지 다양한 역해석 문제[Becks and Murio, 1984; Lee et al., 1999; Neuman and Yakowitz, 1979; schnur and Zabaras, 1990]에서 성공적으로 사용되었다. 정규화기법에서는 식(2)와 같은 목적함수에 연속인 추정되는 해의 공간을 줄일 수 있다. 여러가지 역해석문제에 다양한 종류의 정규화함수가 사용되었다. 이 논문에서는 강성행렬의 변화를 고려하는 Frobenius norm 을 정규화함수로 사용한다.

$$\Pi_R = \frac{\beta}{2}\left\|\mathbf{K}(\mathbf{x}) - \mathbf{K}(\mathbf{x}_0)\right\|_F^2 \tag{9}$$

여기서 $\beta, \mathbf{x}_0$, $\|\cdot\|_F$ 는 각각 정규화계수와 구조물의 기준값으로 표현되는 시스템 변수, 그리고 행렬의 Frobenius norm 이다. 정규화 기법을 이용한 시스템 변수 추정문제의 목적함수는 다음과 같이 정리된다.

$$\underset{\mathbf{x}}{\text{Minimize}} \quad : \quad \Pi = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{nmd} \alpha_i \left\| \mathrm{f}_i(\mathbf{x}) - \hat{\mathrm{f}}_i \right\|^2 + \frac{\beta}{2}\left\|\mathbf{K}(\mathbf{x}) - \mathbf{K}(\mathbf{x}_0)\right\|_F^2 \quad \text{subject to} \quad \mathbf{R}(\mathbf{x}) \le 0 \tag{10}$$

위 식(10)과 같이 나타내어진 error estimator 를 regularized output error estimator (ROEE) 라고 정의한다. 정규화함수가 시스템 변수의 기준값으로부터 추정하려 하는 시스템 변수가 멀리 벗어나지 않도록 하는 최소의 값을 가진다면 설계변수 추정문제에서 해의 유일성과 해의 연속성을 보장할 수 있다. ROEE 에 의한 최소화문제는 무수히 많은 수의 정해 중에서 가장 시스템 변수의 기준값에 가까운 정해를 찾아가게 되고 이로 인해 통계적으로 설계변수의 기준값 부근에 분포하게 된다.

시스템 변수 추정에 있어서 정규화 효과의 크기는 정규화계수에 의해 결정된다. 정규화계수가 너무 작으면 정규화 효과가 거의 무시할 수 있을 정도로 작게 되고 반대로 정규화계수가 너무 크면 최적화 과정에서 오차함수보다 정규화함수가 지배적인 영향을 끼치게 된다. 따라서 ROEE 가 의미 있는 정해를 가지려면 적당한 정규화계수를 결정하는 것이 매우 중요하다. 선형 역해석 문제에서 최적의 정규화계수

를 결정하는 방법은 몇 가지 제안되었다. L-curve method [Hansen, 1992], the cross validation method [Golub et al, 1978], the Bayesian theory 에 기초한 통계적 접근법 [Maniatty, 1994] 등이 그 예이다. 최근에 Lee 등에 의해 제안된 variable regularization factor scheme (VRFS)[Lee et al., 1999]방법에 의해 효과적으로 비선형 역해석 문제에서 정규화계수를 결정할 수 있게 되었다. VRFS 에서는, 각 최적화 단계에서 정규화함수가 에러함수보다 커지지 않도록 정규화계수를 결정하게 된다.

$$\sum_{i=1}^{nmd}\left\|\mathrm{f}_i(\mathbf{x}^k)-\hat{\mathrm{f}}_i\right\|^2 \geq \beta^k\left\|\mathbf{K}(\mathbf{x}^k)-\mathbf{K}(\mathbf{x}_0)\right\|_F^2 \tag{11}$$

여기서, 위 첨자 k 는 최적화 단계에서 반복계산 횟수를 나타낸다. 만약 k 번째 반복계산 과정에서 정규화함수가 에러함수보다 커지게 되면 미리 0 과 1 사이의 값으로 결정되어있는 감소계수 γ를 곱해서 항상 정규화함수가 에러함수보다 작게 되도록 정규화계수를 조절한다.

$$\beta^{k+1}=\gamma\beta^k \tag{12}$$

ROEE 의 사용으로 인하여 상한치의 구속조건 없이도 시스템 변수의 추정과정에 유일한 해를 보장하게 되었다. 따라서 상한치의 구속으로 수렴성을 보장할 필요가 없게 되었다. 단지 설계변수의 하한치만을 구속조건으로 주면 된다. 설계변수가 너무 작아지게 되면 강성행렬이 singular 해지기 때문이다.

2.5 측정자료 교란반복 기법

만약 충분한 수의 측정데이터가 있다면 측정오차는 서로서로 상쇄되어 평균적인 값을 가지게 된다. 그러나 실제 상황에서는 한정된 수의 오차가 포함된 측정자료만을 알 수 있으므로 평균적인 분포를 가질 수 없다고 알려져 있다. 따라서 추정 결과가 실제 구조물의 손상인 것인지 측정오차에 의한 것인지 결정하기가 힘들다.

수치적 테스트의 목적으로 측정자료 교란반복기법이 Hjelmstad 과 Shin [Hjelmstad and Shin, 1997]에 의해서 제안되었다. 측정자료 교란 반복기법에서는 주어진 측정자료를 작은 양으로 교란을 하여 새로운 데이터 자료를 만들고 그 자료를 이용하여 시스템 변수 추정을 한다. 그 결과로 추정되어 나온 설계변수들의 값은 통계적으로 의미 있는 분포를 이루게 된다. 측정자료 교란반복 기법은 다음과 같이 수행된다.

$$(\bar{u}_j)_i^k=(\bar{u}_j)_i(1+\eta_j^k) \tag{13}$$

여기서, $(\bar{u}_j)_i^k$ 와 η_j^k 는 각각 i 번째 모드형상에 대한 교란된 모드형상이과 i 번째

모드형상에 대한 임의의 수이다.

2.6 손상도

시스템 변수는 m 번의 Monte Carlo Simulation 과 n 번의 측정자료 교란반복기법, 설계 변수 그룹화 기법을 통하여 구해진다. 그런 다음 구해진 시스템 변수값을 보고 손상부재의 유무를 결정하여야 한다. 손상의 유무는 구조물의 기준 설계변수 값들과의 상대비교를 통하여 결정하는데 일단 기준값에서 감소한 부재는 손상을 받았을 가능성이 있다. 통계적인 분석을 통해 손상을 받은 부재라고 판명된 경우 다음과 같이 손상도를 정의한다[Yeo, 1999].

$$S_D = \frac{x_0 - \bar{x}}{x_0} \times 100(\%) \tag{14}$$

여기서, x_0 와 $\bar{x}$ 는 각각 기준값과 추정된 시스템 변수값을 의미한다.

3. 예제

그림 1 과 같은 2 층 프레임 구조물의 수치적인 예제를 수행해보았다. 프레임 구조물에서는 축방향 변형은 무시할 수 있으므로 휨방향 강성 EI 만을 시스템 변수로 보았다. 손상은 지진과 같은 어떤 과도한 하중에 의하여 11 번 절점이 손상을 입어서 회전강성을 완전히 손실한 경우로 가정하였다. 여기에서는 절점의 회전강성 저하는 그 부재에 연결되어 있는 부재의 휨강성 감소로 표현된다고 가정하였다.

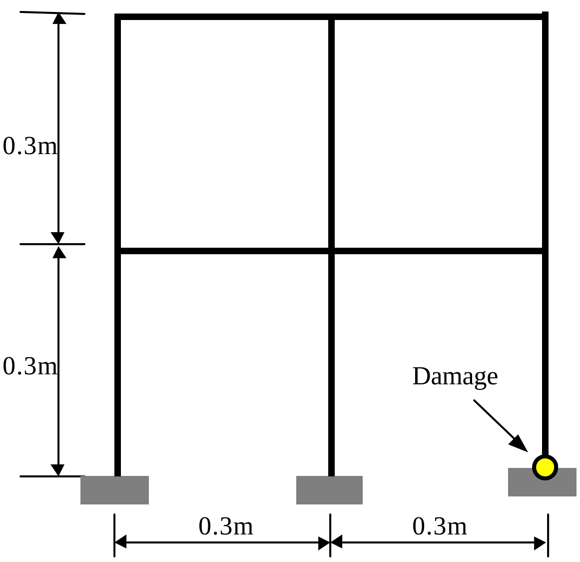

Fig. 1 geometry and boundary condition

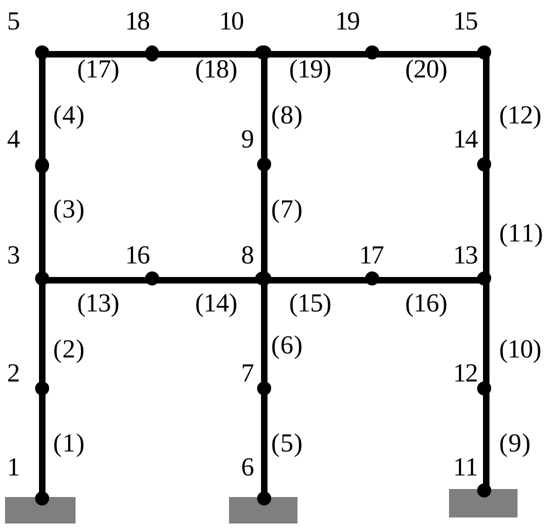

Fig. 2 FEM modeling

그림 1은 구조물의 기하학적 형상과 경계조건을, 그림 2는 구조물의 유한요소 모델을 나타내고 있다. 구조물은 강재로 이루어져있다고 보고 탄성계수는 균일하게 206 Gpa 로 하였다. 단면은 모든 부재가 0.02 m × 0.02 m 의 정사각형 단면이고 단면 2차 모멘트는 1.33×10^{-8} m^4 이다. 측정오차를 고려하기 위하여 Monte Carlo simulation 에 5%의 임의의 오차를 각 모드마다 모드형상에 더해주었다. 각 부재의 설계변수 기준값은 2746.67 N·m^2 이고 이 값들은 역해석 과정에서 초기값으로 사용되었다. 측정자료로 사용한 것은 3,5,13,15번 절점의 수평, 수직, 회전 자유도를 사용하였다. 전체 자유도 48개 중에서 측정자료의 자유도는 12개이다. 모드형상의 개수는 처음 3개 모드를 사용하였다.

그림 3은 시스템 변수의 기준값에 대한 상대적인 비로 정리한 추정결과이다. 그림에서 몇몇 부재가 설계변수의 기준값보다 떨어져 있음을 알 수 있다. 이 부재들은 모두 손상의 가능성이 있는 부재들이다. 그러나 Yeo[Yeo, 1999]에 의한 방법을 사용하면 9,10번 부재만이 손상부재로 판명된다. 이 두 부재의 손상도는 그림 4와 같다. 이 두 부재는 처음에 손상을 가정했던 11번 절점에 연결되어 있는 부재들이다. 따라서 처음에 가정했던 바와 같이 절점의 회전강성 감소를 부재의 휨강성 감소로 나타내어진다고 하면 이 추정결과는 정확하게 11번 부재의 회전강성 감소를 그 절점에 연결되어 있는 9,10번 부재의 휨강성감소로 잘 나타내고 있음을 볼 수 있다.

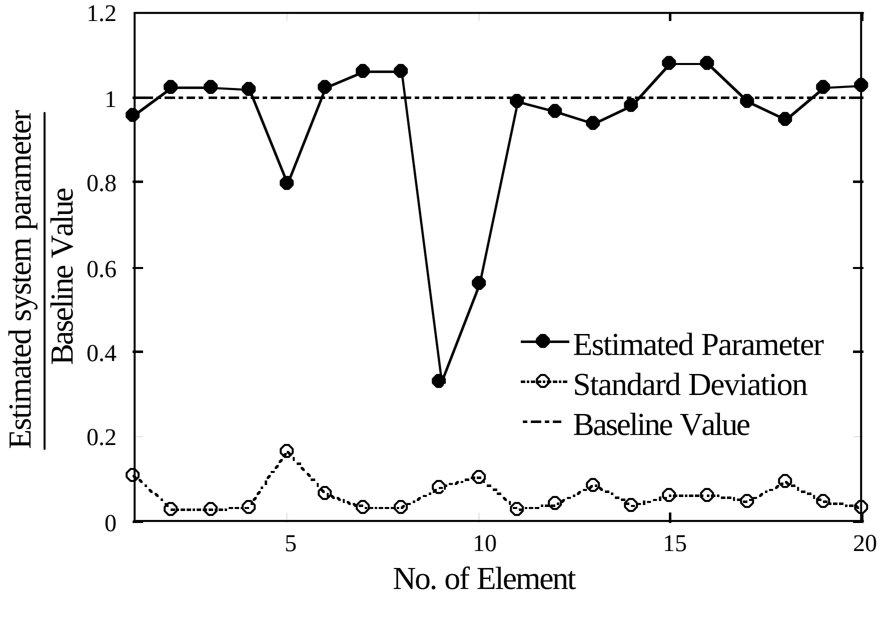

Fig. 3 estimated average system parameters and standard deviation

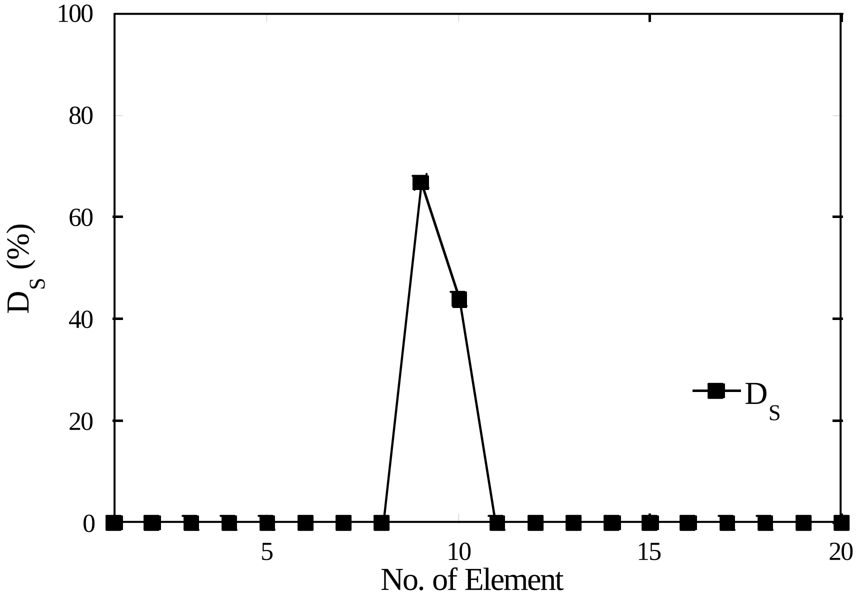

Fig. 4 Damage severity

4. 결과

모드형상을 이용한 구조물의 손상진단 알고리즘을 제안하였다. 임의의 행렬에 의해 기준화되어 있는 모드형상에 대한 민감도를 계산하는 방법을 제안하였다. 손상부재의 결정과 손상도의 계산에 통계적인 접근방법이 사용되었다. 통계적인 방법을 사용해 오차를 고려하기 위하여 측정자료 교란반복기법을 사용하였다. 제안한 방법의 타당성을 검증하기 위하여 수치적인 예제를 수행해보았다. 예제에서, 각 부재의 휨강성을 추정한 결과, 소성힌지가 발생한 지점에 연결된 부재의 휨강성이 감소하였고, 이로부터 소성힌지에 의한 구조물의 손상을 부재단위의 평균적인 손상으로 잘 나타낼 수 있었다.

5. 참고자료

1. Adams, R. D., Cawley, P., Pye, C. J., and Stone, B. J. (1978). “A vibration technique for non-destructively assessing the integrity of structure.” J. Mech. Engrg. Sci., 20(2), 93-100

2. Banan, M. R., Banan, M. R. and Hjelmstad, K. D. (1993), “Identification of structural systems from measured response,” Structural Reseach Series NO. 579, Dept. of Civil Eng. Univ. of Illinois at Urbana-Champaign, May

3. Becks, J. V. and Murio, D. A. (1984), “Combined function specification-regularization procedure for the solution of inverse heat conduction problem”, AIAA. J., 24, pp. 180-185

4. Bui, H. D. (1994), Inverse problems in the mechanics of materials: An introduction, CRC Press, Boca Raton

5. Golub, G. H., Heath, M. and Wahba, G. (1978), "Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter," Technometrics, Vol. 21, pp. 215-223

6. Groetsch, C. W. (1984). The theory of Tikhonov regularization for Fredholm equations of the first kind, Pitman Advanced Publishing, Boston

7. Hansen, P. C. (1992), "Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve", SIAM review, Vol. 34, No. 4, pp. 561-580

8. Hjelmstad, K. D., Wood, S. L. and Clark, S.J. (1990), "Parameter estimation in complex linear structures," Structural Research Series No. 557, Dept. of Civil Eng., Univ. of Illinois at Urbana-Champaign, December

9. Hjelmstad, K.D., and Shin, S. (1997). "Damage Detection and Assessment of Structures from static response." J. of Engineering Mechanics, ASCE, 123(6), 568-576

10. Hjelmstad, K. D. (1996). "On the uniqueness of modal parameter estimation." J. of Sound and Vibration 192(2), 581-598

11. Kaouk, M. and Zimmerman, D. C. (1994). "Structural damage assessment using a generalized minimum rank perturbation theory", AIAA J., Vol. 32, No.4, April

12. Lee, H.S., Kim, Y.H., Park C. J., and Park, H.W. (1999). "A new spatial regularization scheme for the identification of geometric shapes of inclusions in finite bodies." to appear in vol. 46 in Inter. J. for Numerical Methods in Engineering

13. Lim, T. W., and Kashangaki, T. A. L. (1994). "Structural damage detection of space truss structures using best achievable eigenvectors." AIAA J., 32(5), 1049-1057

14. Maniatty, A. M. (1994), "Investigation of regularization parameters and error estimating in inverse elastic problems", Inter. J. for Numerical method in Engineering, Vol. 37, 1035-1052

15. Nelson, R.B., "Simplified Calculation of Eigenvector Derivatives," AIAA Journal, Vol. 14, Sept. 1976, pp. 1201-1205

16. Neuman, S. P., and Yakowitz S (1979). "A statistical approach to the inverse problem of aquifer Hydrology." Water Resources Research, 15(4), 845-860

17. Schnur, D. S. and Zabaras, N. (1990), "Finite element solution of two dimensional inverse elstaic problems using spatial smoothing", Int. J. for Numerical Methods in Engineering, Vol. 30, pp. 57-75

18. Shin, S. (1994). "Damage Detection and Assessment of Structural Systems from Measured Response, Ph. H. Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, Illinois

19. Yeo, I. (1999). "Statistical Damage Assessment of Structures from Static Responses Using System Identification with Tikhonov Regularization", Ph.D. dissertation, Seoul National University, Seoul, Korea