

판형 홀다운스프링 집합체 탄성강성 해석

Elastic Stiffness Analysis on the Leaf Type Holddown Spring Assembly

송기남, 정연호, 강홍석, 김대환

한국원자력연구소

대전광역시 유성구 덕진동 150

이종호

충남대학교

요 약

여러 개의 판 스프링들로 구성된 판형 홀다운스프링 집합체의 탄성강성을 예측할 수 있는 탄성강성식을 Euler 보이론과 변형률 에너지법에 근거하여 해석적으로 유도하였다. 유도된 탄성강성식의 유용성을 검사하기 위하여 여러 종류의 스프링 집합체 시편들에 대한 특성시험 결과와 탄성강성식으로부터의 탄성강성을 비교한 결과, 유도된 탄성강성식은 스프링 집합체를 구성하는 판의 개수에 무관하게 판형 홀다운스프링 집합체의 탄성강성을 탄성강성식에 내재된 오차범위 이내로 예측할 수 있음을 발견하였다. 또한 마찰력이 판형 홀다운스프링 집합체의 탄성강성에 미치는 영향을 정량적으로 분석하였다.

Abstract

Based on the Euler beam theory and the elastic strain energy method, the elastic stiffness formula of the holddown spring assembly consisting of several leaves is derived. To check the validity of the formula, the elastic stiffness from the formula is compared with that from the characteristic test on several kinds of specimens of leaf springs. As a result of comparisons, it is found that the formula could predict the elastic stiffness of the holddown spring assembly below the inherent error range of the formula. And also, the frictional effects on the elastic stiffness are also quantitatively investigated.

1. 서론

웨스팅하우스형 가압경수로용 핵연료집합체(Fig. 1 참조)의 최상단에는 여러 개의 판 스프링들로 이루어진 판형 홀다운스프링 집합체가 부착되어 있다. 핵연료에서 홀다운스프링 집합체의 기능은 원자로 운전중에 중성자 조사(Neutron irradiation)에 의한 핵연료집합체의 조사 성장(Irradiation growth)과 오스테니틱 스테인레스 구조강으로 이루어진 원자로 노심 구조물 및 지르칼로이-4로 이루어진 핵연료집합체 구조물간의 열팽창 차이(오스테니틱 스테인레스 구조강의 열팽창계수가 지르칼로이-4의 그것에 비하여 약 3배 이상임)[1] 등을 수용하면서도 노심 운전중에 냉각수 유동력에 의해 핵연료집합체가 원자로 하부 노심판으로부터 부양되는 것을 억제할 수 있도록 충분한 홀다운력으로 핵연료집합체 상단을 누르는 것이다.[1,2]

그런데 판형 홀다운스프링 집합체의 탄성강성이 핵연료의 홀다운력을 평가하는데 가장 중요하고 근본적인 파라미터임에도 불구하고 판 스프링의 형상이 기하학적으로 다소 복잡하고, 또한 여러 개의 판 스프링들이 조합되어 하나의 스프링 집합체를 이루고 있어서 판 스프링들간의 경계면에서 발생하는 마찰, 접촉 등과 같은 상호작용으로 인하여 판형 홀다운스프링 집합체의 탄성강성을 해석적으로 예측하는 것이 용이하지 않았다. 외국의 핵연료 설계회사에서는 판형 홀다운스프링 집합체를 구성하는 판 스프링들에 대한 특성시험결과로부터 각각의 판 스프링에 대한 탄성강성 경험식을 얻고 이 경험식들로부터 구한 각각의 판 스프링들의 탄성강성을 합산하여 스프링 집합체의 탄성강성을 예측하고 이를 핵연료 설계에 사용하고 있다.[2,3] 그러나 이러한 경험식을 이용한 방법은 판 스프링의 치수나 형상이 바뀔 경우에는 사용할 수 없을 뿐만 아니라 스프링집합체의 탄성강성 평가시에 판 스프링들 간의 경계면(Interface)에서 발생하는 마찰의 영향을 별도의 보정계수로 고려해야만 하는 단점이 있다. 따라서 판형 홀다운스프링 집합체의 탄성강성을 판 스프링의 기하학적 형상자료와 물성치만으로 평가할 수 있는 일반적인 방법, 즉 해석적으로 유도한 탄성강성식이나 유한요소법을 이용한 수치적 해석기법 등을 개발하면 판형 홀다운스프링 집합체의 설계 및 설계변경 그리고 핵연료의 홀다운력 평가 등에 유용하게 사용될 수 있다.

본 연구에서는 Euler보 이론과 변형을 에너지법에 근거하여 유도된 탄성강성

식[4]의 유용성을 확인하기 위하여 국내 원자력 발전소에 장전되는 핵연료에 사용되고 있는 두께감소 판형 홀다운스프링 집합체(TT-HDS: Tapered-thickness Holddown Spring Assembly) 시편들에 대한 특성시험을 수행하였다. 금번의 특성시험에서는 판형 홀다운스프링 집합체가 변형될 때 치구와 스프링 집합체 최상단의 접촉면에 수직방향의 외부하중만이 작용할 수 있도록 특별히 제작된 roller 형태의 치구를 사용하였다. 또한 판 스프링들간의 경계면에서 마찰이 탄성강성에 미치는 영향을 정량적으로 조사하고자 한다.

2. 본 론

2.1 이론해석적 탄성강성식 유도

Fig. 2는 판 스프링의 길이방향으로 스프링의 너비는 일정하나 두께가 균일하게 감소하는 TT-HDS의 개략도를 나타낸 것이고 Figs. 3~5는 탄성강성식을 해석적으로 유도하기 위해 편의상 분할한 판 스프링의 구간 영역(영역 I~V)에서의 자유 물체도를 나타낸 것이다.

판형 홀다운스프링 집합체에서 탄성강성식은 자유 물체도에서의 평형조건과 탄성 변형을 에너지법으로부터 유도하며[4], 그 유도과정은 다음과 같다. 첫째, Fig. 4와 Fig. 5의 자유 물체도에서 평형조건을 이용하여 얻은 판 스프링 각 구간 영역에서의 굽힘 모멘트, 전단력, 축력 등의 분포를 이용하여 판 스프링에서 전체 변형을 에너지를 계산한다. 둘째, 카스틸리아노의 정리를 이용하여 판 스프링의 외부하중 작용점 및 반력 작용점에서 변위를 구한다. 셋째, 판 스프링들의 반력 작용점에서 변위에 대한 구속조건을 적용하여 정리하면 판형 홀다운스프링 집합체의 탄성강성식을 얻을 수 있다. 이를 단계별로 정리하면 다음과 같다.

2.1.1 판 스프링에서 전체 변형을 에너지

판형 홀다운스프링 집합체가 외부하중(F)을 받아 변형될 때 판 스프링들 사이의 접촉 경계면에는 법선방향의 반력과 접선방향의 마찰력이 작용하고 있다. 외부하중, 반력(F_R) 그리고 마찰력에 의한 평형조건으로부터 얻은 판 스프링 내부에서의 굽힘 모멘트, 전단력 및 축력 등을 이용하면 n 번째 판 스프링에서 전체 변형을 에너지(U_n)는 다음과 같이 표현된다.[5]

$$U_* = \int \frac{M^2}{2EI} ds + \int \frac{P^2}{2AE} ds + \int \frac{\tau^2}{2G} dv \quad (1)$$

여기서 판 스프링 단면(직사각형)에서의 전단응력의 분포는 단면에서의 전단력 (V)으로부터 다음과 같이 2차 식으로 표현된다.[5]

$$\tau = \frac{V}{2I} \left[\left(\frac{t_x}{2} \right)^2 - y_1^2 \right] \quad (2)$$

2.1.2 하중에 의한 변위

최상단 판 스프링에 대한 외부하중과 반력에 의한 변위는 카스틸리아노의 정리[5]를 이용하면 다음과 같이 표현된다.

$$\delta_{1F} = \frac{\partial U_1}{\partial F} = \Phi_1 F - \Phi_2 F_R, \quad \delta_{1F_R} = \frac{\partial U_1}{\partial F_R} = -\Phi_2 F + \Psi_1 F_R \quad (3)$$

Fig. 5의 반력(F_R^*) 작용점에서 둘째, 셋째 판 스프링에서 하중(반력) 방향으로의 변위는 다음과 같이 표현된다.

$$\delta_{2F_R} = \frac{\partial U_2}{\partial F_R} = \Psi_2 (F_R - F_{R2}), \quad \delta_{3F_{R2}} = \frac{\partial U_3}{\partial F_{R2}} = \Psi_3 F_{R2} \quad (4)$$

2.1.3 각 판 스프링에서 변위에 대한 구속조건

판형 홀다운스프링 집합체가 외부하중을 받아 변형될 때 판 스프링들의 접촉 경계면에서 법선 방향으로의 변위들은 다음과 같이 구속된다.

$$\delta_{1F_R} = -\delta_{2F_R}, \quad \delta_{2F_R} = \delta_{3F_{R2}} \quad (5)$$

2.1.4 판형 홀다운스프링 집합체의 탄성강성식

판형 홀다운스프링 집합체에서 탄성강성(K_{oss})은 식 (3) 및 식 (4)의 변위식과 식 (5)의 구속조건을 이용하여 정리하면 다음과 같이 표현된다.

$$K_{oss} = \frac{F}{\delta_{1F}} = \frac{1}{\Phi_1 - \frac{\Phi_2^2}{\Psi_1 + \frac{1}{\sum_{i=2}^n \frac{1}{\Psi_i}}}} \quad (6)$$

식 (6)에서 δ_{1F} 는 최상단 판 스프링의 외부하중 작용점에서 변위, 즉 판형 홀다운스프링 집합체의 변위를 나타내며 $\phi_1, \phi_2, \psi_1, \psi_2, \psi_3$ 등의 계수들은 판 스프링의 기하학적 형상과 물성치 그리고 마찰계수 등의 함수로 표현된다.[4]

2.2 판형 홀다운스프링 집합체의 특성시험

본 연구에서는 국산 핵연료에 사용되고 있는 17x17형 TT-HDS 시편을 준비하여 특성시험을 수행하였다. 금번의 특성시험에서는 스프링 집합체 최상단의 외부하중(F) 작용점에 치구와 스프링 집합체간에 작용할 수 있는 마찰력(마찰계수 μ^*)의 영향을 조사하기 위해 Fig. 6과 같은 roller 형태의 치구를 제작하였다.

또한 판 스프링 사이에 작용하는 마찰력이 판형 홀다운스프링 집합체의 탄성강성에 미치는 영향을 조사하기 위해 판 스프링이 1개, 2개, 3개 등으로 구성된 TT-HDS 시편을 각 12 세트씩 준비하였다. 여기서 판 스프링이 1개로만 구성된 시편에서는 판 스프링 사이에서 마찰력이 작용하지 않는 경우의 시험자료를, 그리고 판 스프링이 2개, 3개로 구성된 경우에는 판 스프링 사이에서 마찰력(마찰계수 μ)이 작용하고 있는 경우의 시험자료를 얻을 수 있다. 한편 판 스프링들간의 반력 작용점에서 마찰력의 영향을 고려하기 위해 판 스프링간의 접촉면에 윤활제(WD-40)를 사용한 경우($\mu \approx 0.0$)와 사용하지 않은 경우($\mu \neq 0.0$)에 대하여 특성시험을 수행하였다.

스프링 특성시험시 스프링 집합체 최상단의 외부하중 작용점과 접촉한 치구는 스프링 집합체가 변형됨에 따라 Fig. 6의 a)와 b)에서 보듯이 roller형 치구의 슬라이더가 왼쪽에서 오른쪽으로 이동되고 있다. 이것은 roller 형태의 치구를 사용하지 않을 경우 스프링 집합체 최상단의 외부하중 작용점에서의 마찰력이 슬라이더의 진행을 방해하는 방향 즉, 오른쪽에서 왼쪽으로 작용하며 궁극적으로 스프링 집합체의 탄성강성을 증가시키는 요인이 됨을 보여주고 있다. 따라서 슬라이더를 Fig. 6. a)와 같이 왼쪽으로 밀어놓은 상태에서 시험을 수행하면 스프링 집합체가 변형됨에 따라 슬라이더가 오른쪽으로 이동하게 되어서 스프링 집합체 최상단의 외부하중 작용점에 마찰력이 작용하지 않는 경우($\mu^* = 0.0$)의 시험결과를 얻을 수 있으며, 슬라이더를 오른쪽 끝으로 밀어놓은 상태에서 시험하면 스프링 집합체가 변형되어도 슬라이더가 이동하지 못하기 때문에 스프링

집합체 최상단의 외부하중 작용점에는 마찰력이 작용하고 있는 경우($\mu^* \neq 0.0$)의 시험자료를 얻을 수 있다.

한편 판형 홀다운스프링 집합체의 특성시험은 재료시험기(Instron 4505)에서 압축시험으로 수행하였고 특성시험에서 얻은 하중-변위 곡선의 탄성영역내 시험자료를 ORIGIN 프로그램[6]을 이용하여 curve fitting하여 탄성강성을 얻었다.

2.3 판형 홀다운스프링 집합체의 탄성강성식 평가

TT-HDS 시편들에 대한 탄성강성을 식 (6)으로부터 평가하였다. 식 (6)으로부터 예측한 탄성강성과 특성시험으로부터의 탄성강성을 비교한 것이 Fig. 7에 나타나 있다. Fig. 7에서 보면 다음의 2가지 사실을 관찰할 수 있다.

첫째, 판 스프링이 1개로만 구성된 시편의 경우에 판 스프링들 사이에서는 마찰력이 작용하지 않는다. 따라서 식 (6)의 탄성강성식으로부터 예측한 탄성강성과 시험에서 얻은 탄성강성과의 비가 1.0에서보다 크게 벗어나는 것은 탄성강성식을 유도할 때에 고려된 가정들로 인한 오차로 추정할 수 있다. 즉, 식 (6)의 탄성강성식에서 가정한 판 스프링 기저부의 구속조건과 실제 스프링 특성시험조건과의 차이 - 즉, 탄성강성식 모델에서는 모든 변위가 구속되는 완전 구속조건(Ideal clamped support)을 적용한 반면에, 스프링 특성시험에서는 스프링이 나사로 체결되어 있어서 screw의 flexibility가 있고 또한 screw와 판 스프링의 screw hole 사이에 존재하는 간극(gap)에서 미소한 slip이 발생함으로써 어느 정도의 회전변위가 발생할 수 있는 것 - 에 기인하는 것으로 볼 수 있다. Fig. 7에서 보면 식 (6)의 탄성강성식으로부터 예측한 탄성강성은 특성시험에서 얻은 탄성강성 시험치보다 약 ~15%정도 큰 것으로 나타나 있다. 따라서 식 (6)의 탄성강성식 모델에는 약 ~15%정도의 오차가 내재된 것으로 추정할 수 있다.

둘째, 판 스프링 사이에 작용하는 반력(F_R^*)의 방향을 경계면의 기울기에 관계없이 외부하중(F)과 반대방향인 수직하중이 작용한다고 가정하였던 예전의 탄성강성식[7]은 판 스프링 개수가 증가할 수록 탄성강성식으로부터 예측한 탄성강성이 특성시험결과와 비교할 때 최대 19%까지 증가하는데 비하여 반력의 방향을 경계면에 법선(normal)인 방향으로 작용하도록 하고 마찰을 무시하였을 경우에($\mu = \mu^* = 0.0$) 식 (6)의 탄성강성식으로부터 예측한 탄성강성은 시험결과

($\mu \approx 0.0$, $\mu^* = 0.0$)와 판 스프링이 2개, 3개로 스프링 집합체를 구성하는 경우 모두 약~13% 정도의 일정한 차이를 보이고 있다. 그러나 금번의 스프링 특성 시험에서 판 스프링 사이에 윤활제를 사용하였다하여도 약간의 마찰력이 존재하므로($\mu \approx 0.0$) 본 연구에서 얻은 시험결과는 마찰이 존재하지 않는 경우보다 약간 과대 평가된 것이다. 따라서 $\mu = \mu^* = 0.0$ 조건하에서 식 (6)으로부터의 탄성강성과 시험결과와의 비는 약 13~15%사이에 있을 것으로 추정된다. 이러한 상황을 고려하면 여러 개의 판 스프링으로 이루어진 스프링 집합체에서의 탄성강성조차도 판 스프링을 Euler보로 가정하고 변형을 에너지법을 이용하며 판 스프링 기저부 구속조건을 완전구속 조건으로 가정하여 유도하였던 탄성강성식 모델에 내재된 오차범위 이내로 예측할 수 있음을 시사해준다.

Table 1은 스프링 탄성특성시험에서 최상단 스프링과 외부하중의 작용점에서의 마찰과 판 스프링들간의 경계면에서 마찰이 탄성강성에 미치는 영향을 비교한 것으로 시험조건 A에서의 탄성강성으로 정규화한 것이다. Table 1에 기술된 시험조건 A, B, C 등은 다음과 같다.

- 1) 시험조건 A : roller형 치구의 슬라이더를 왼쪽 끝으로 이동시키고 판 스프링 사이에 윤활제를 사용한 경우($\mu \approx 0.0$, $\mu^* = 0.0$).
- 2) 시험조건 B : roller형 치구의 슬라이더를 오른쪽 끝으로 이동시키고 판 스프링 사이에 윤활제를 사용한 경우($\mu \approx 0.0$, $\mu^* \neq 0.0$).
- 3) 시험조건 C : roller형 치구의 슬라이더를 오른쪽 끝으로 이동시키고 판 스프링 사이에 윤활제를 사용하지 않은 경우($\mu \neq 0.0$, $\mu^* \neq 0.0$).

Table 1에서 최상단 판 스프링과 외부하중 작용점에서의 마찰의 영향을 살펴보면 시험조건 B에서의 탄성강성이 시험조건 A에서의 그것에 비하여 판 스프링이 하나로만 이루어진 경우에 약 2.5%, 판 스프링 두 개가 스프링 집합체를 이루는 경우에 약 3.2%, 그리고 판 스프링 세 개로 이루어진 경우에 약 3.8% 정도까지 증가하고 있는데 이것은 최상단 판 스프링과 치구 사이에서 마찰의 영향이 탄성강성을 약 3~4%정도까지 증가시키고 있음을 보여주고 있다. 또한 Table 1에서 시험조건 B와 시험조건 C에서의 탄성강성을 비교해보면 판 스프링간의 마찰의 영향은 윤활제를 사용하지 않은 경우의 탄성강성이 윤활제를 사용한 경우의 그것보다 약 ~1%정도 증가하고 있다. 이것은 판 스프링들 사이의

경계면에서 작용하는 마찰의 영향이 약 ~1%정도임을 시사해 준다.

Table 2는 판형 홀다운스프링 집합체의 공칭 설계치수 및 TT-HDS 시편의 측정치수를 사용하여 식 (6)으로 예측한 탄성강성과 TT-HDS 시편들에 대한 특성시험에서 얻은 탄성강성을 비교한 것이다. Table 2에서 공칭 설계치수와 TT-HDS 시편들의 측정치수를 사용하여 식 (6)으로 예측한 탄성강성을 비교해 보면 후자의 탄성강성이 전자의 그것에 비해 약 95~98% 범위 내에 있는데 여기서 2~5%의 차이는 TT-HDS 시편들이 공칭 설계치수로 가공되지 못함에 기인하는 것으로 추정된다. 한편 공칭 설계치수를 사용하여 식 (6)으로 예측한 탄성강성과 TT-HDS 시편의 탄성강성 시험결과들을 비교할 때 후자는 전자에 비해 83~87% 범위 내에 있는데 이것은 판 스프링 치수가공의 불균일성에 의한 오차에 본 절의 앞부분에서 논의한 탄성강성식 모델에 내재된 오차(13~14%)가 부가됨으로서 기인한 것으로 판단된다.

한편 식 (6)의 탄성강성식으로 예측한 탄성강성에 전단력 및 축력이 미치는 영향은 ~0.2%미만이었다. 이것은 판형 홀다운스프링 집합체의 탄성강성 대부분이 굽힘 모멘트에 기인하고 있음을 보여준다.

3. 결 론

최상단 판 스프링의 외부하중 작용점과 치구 사이에 작용하는 마찰, 그리고 판 스프링들간에 작용하는 마찰이 판형 홀다운스프링 집합체의 탄성강성에 미치는 영향을 조사하였다. Euler보 이론과 변형률 에너지법에 근거하여 유도된 판형 홀다운스프링 집합체의 탄성강성식으로부터 예측한 탄성강성과 TT-HDS 시편들에 대하여 여러 조건하에서 수행하여 얻은 특성시험결과를 비교하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 특성시험결과와 비교한 결과, 판형 홀다운스프링 집합체의 탄성강성식에 내재된 오차는 약 ~15% 정도이며 이는 판 스프링을 Euler 보로 가정하고 판 스프링 기저부를 완전 구속조건으로 가정하여 유도된 탄성강성식 해석모델에 내재된 오차로 추정된다.
2. 최상단 판 스프링과 외부하중 작용점에 작용하는 마찰력이 스프링 집합체의 탄성강성에 미치는 영향은 약 3~4% 정도이다.

3. 판 스프링들간에 작용하는 마찰력이 스프링 집합체의 탄성강성에 미치는 영향은 약 ~1% 정도이다.
4. 전단력 및 축력이 판형 홀다운스프링 집합체의 탄성강성에 미치는 영향은 ~0.2% 미만이다.
5. 판 스프링 시편들의 탄성강성 시험 결과는 판 스프링 도면의 공칭 설계치수를 사용하여 탄성강성식으로 예측한 탄성강성의 약 83~87% 정도이다.

후기

본 연구는 과학기술부의 원자력연구 개발사업의 일환으로 수행되었음.

참고문헌

- (1) Kee-Nam Song and Kunz, 1987, *Fuel Assembly Mechanical Design Manual*, KWU Work Report, U6 312/87/e326, Kraftwert Union, Erlangen, Germany.
- (2) 임정식외 1인, 1995, "핵연료집합체 Hold-down spring 특성해석," 원자력학회지, 제27권, 제5호, pp. 803~810.
- (3) Paul J. Sipush, 1984, *PWR Fuel Rod Design and Fuel Assembly Design: Lecture Notes*, Daejeon.
- (4) 송기남, 강홍석, 윤경호, 1999, "판형 홀다운스프링 집합체의 탄성강성식 확장, 대한기계학회논문집(A)에 게재예정.
- (5) Crandall, S. H. et al., 1972, *An Introduction to the Mechanics of Solids*, 2nd ed. McGraw-Hill, Tokyo, pp. 21~25, pp. 108~119, pp. 432~443, pp. 545~550.
- (6) ORIGINTM *User's Manual Version 5.0*, MicrocalTM Software, Inc., Northampton, MA, USA (1997).
- (7) Kee-Nam Song, H. S. Kang, and K. H. Yoon, 1999, "Derivation of the Extended Stiffness Formula of the Holddown Spring Assembly Comprised of Several Leaves", *Journal of the Korean Nuclear Society*, Vol. 31, No. 3, pp. 328-334.

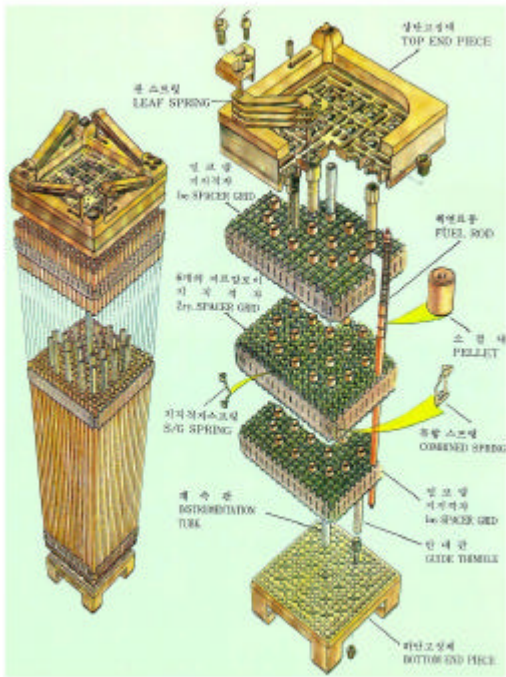


Fig. 1 Schematic diagram of fuel assembly.

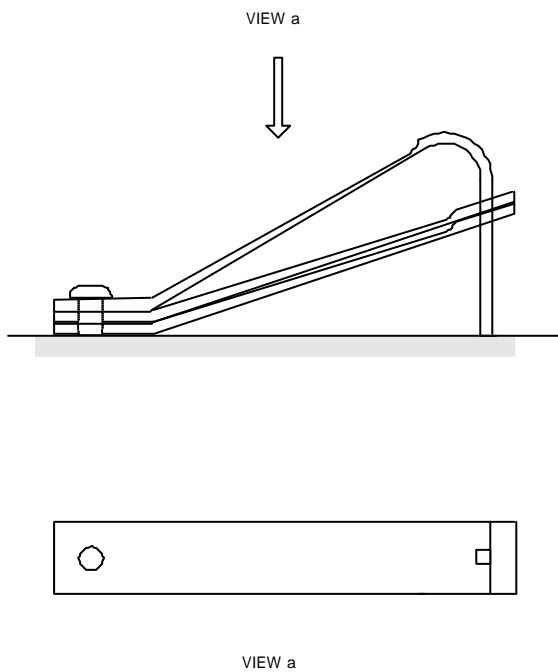
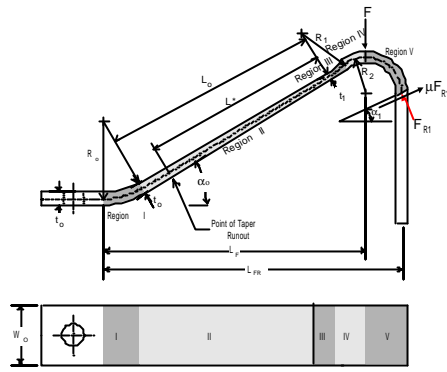


Fig. 2 Tapered-thickness holddown spring assembly(TT-HDS).

a) For the uppermost leaf



b) For the lower(n-2) leaf

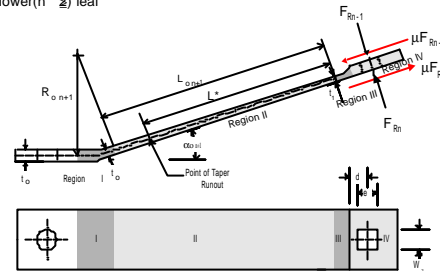


Fig. 3 External force(F) and reaction forces(F_R).

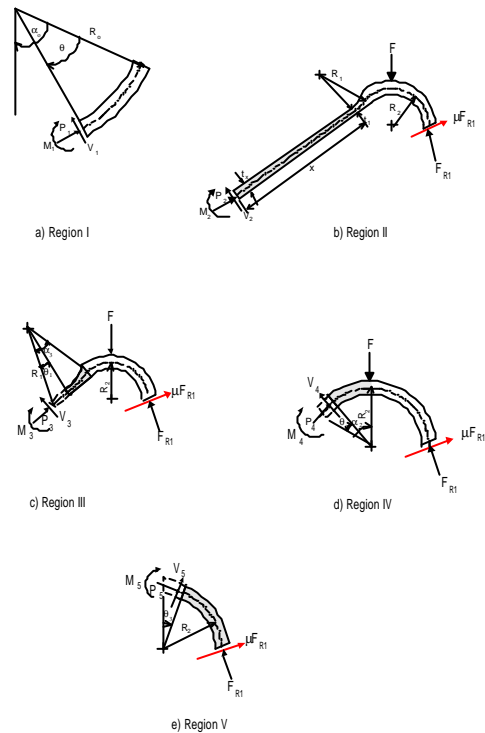


Fig. 4 Free body diagram in each region for the uppermost leaf of TT-HDS.

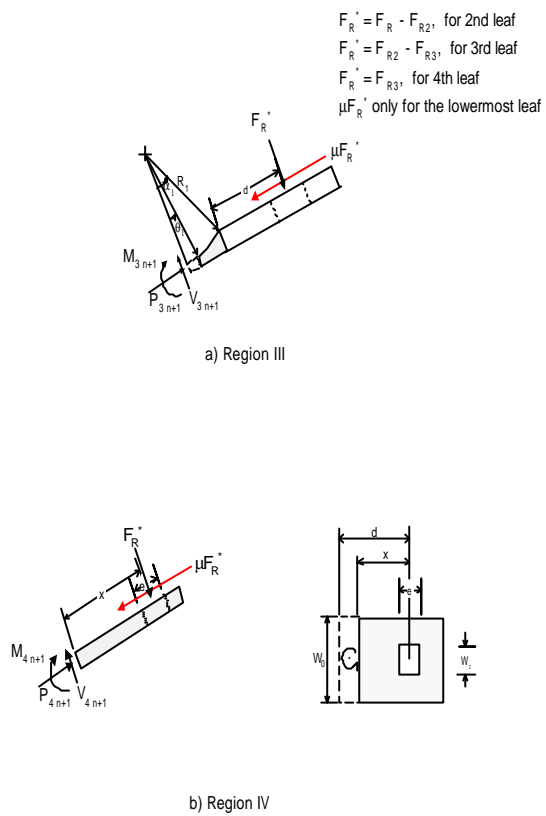
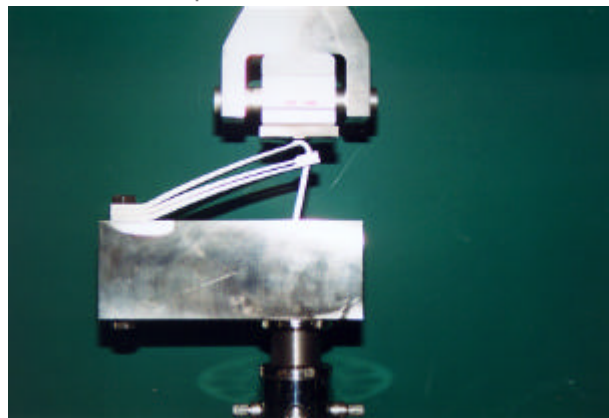


Fig. 5 Free body diagram in region III & IV for the n-th leaf of TT-HDS.



a) Before deformation



b) After deformation

Fig. 6 Setup of test equipment.

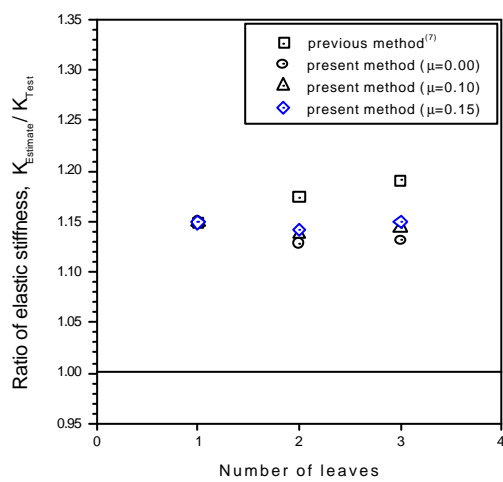


Fig. 7 Comparison of predicted elastic stiffness and test result for 17x17 TT-HDS.

Table 1 Ratio of the elastic stiffness under various test conditions.

No. of leaves	Test conditions	A	B	C
	1		1,000	1,025
2		1,000	1,032	1,042
3		1,000	1,038	1,045

*N/A: Not available

Table 2 Comparison of the elastic stiffness from the formula (6) using nominal/measured dimensions of leaf springs and the characteristic test.

No. of leaves	Elastic stiffness (N/mm)			Ratio	
	$K_{pred. nom.}^*$ (A)	$K_{pred. meas.}^{**}$ (B)	K_{test} (C)	B/A	C/A
1	29,02	27,61	24,15	0,951	0,832
2	58,21	56,21	49,8	0,966	0,856
3	87,41	85,53	75,61	0,978	0,865

* $K_{pred. nom.}$: Predicted elastic stiffness using nominal dimensions of leaf springs.

** $K_{pred. meas.}$: Predicted elastic stiffness using measured dimensions of leaf springs