2000 춘계학술발표회 논문집
한국원자력학회

Forward Sensitivity Method을 이용한 일점 동특성 모델의 민감도 계수 계산

An Application of Forward Sensitivity Method for the Evaluation of Sensitivity Parameters of a Point Kinetics Model

이병일, 김명현

경희대학교
경기도 용인군 기흥읍 1 번지

요 약

일점 동특성 모델의 시스템 변수가 변하는 경우 시스템 응답에 미치는 영향도를 대변하는 민감도계수를 해석적으로 구하기 위해 Forward Sensitivity Method를 적용하였다. 관심 시스템 응답을 functional형태의 적분으로 정의하였다. 다음 일점 동특성 모델을 G-differential하여 시스템 변수 변위와 시스템 종속변수 변위의 관계를 규정하는 forward equation system을 유도하였다. forward system을 통해 입력 변수 변위로 대한 출력 peak의 발생 시각 및 그 최대 출력 값의 응답 변위를 예측하였다. 이 결과를 직접 반복 계산법으로 구한 참값과 비교하였다. FSM는 이 모델 문제의 경우 민감도 계수에 의한 응답 변위 예측에서 유용함을 확인하였다.

Abstract

A forward sensitivity method was applied to a Point Kinetics Model in order to calculate analytically the sensitivity parameters of system response due to the change of system parameters. Target system response was defined as an integral form of functional. When the G-differential was applied to a point kinetics model, the forward equation system was derived which represented the relationship between the variations of system parameters and their associated time dependent transient solutions. The result of forward system was compared with the direct simulation results. It was shown that FSM could be used to predict the change of system response caused by the perturbation of system parameters.

1. 서 론

물리적 현상을 수학적 모델을 통해 분석하고 과도현상에 대해 결과를 예측하는 수치 모의 실험을 할 때, 다음의 관점에서 의문점을 갖게 된다. 첫째, 수학적 모델을 단순화할 때 어느 수준까지 정확성을 유지할 수 있는가? 또 과도현상 시나리오의 종류에 따라 어떤 모델 변수가 보다 더 중요하기 때문에 입력 값의 평가에 어느 정도의 신뢰성을 유지해야 하는가? 그리고 이런 모델 변수의 입력 오차는 과도현상 해석 결과에 어느 정도 영향을 미칠 수 있는가? 이런 의문점을 해결하기 위해 통계적

방법과 결정론적 방법들을 적용할 수 있다. 먼저 통계적 방법론은 분석자의 판단에 따라 결과에 미치는 정도가 크다고 판단되는 변수를 우선 순위별로 선별하고 각 변수에 대해 많은 반복계산을 수행한 후, 확률적 신뢰도 범위 내에서 불확실성과 민감도 결과를 평가하게 된다. 이때 문제점으로 지적될 수 있는 것은 분석 결과의 종류마다 같은 작업 절차를 반복 계산해야 하기 때문에 계산시간이 긴 경우 부담이 되고 예측 기능이 없다는 것이다. 반면, 결정론적 방법론은 모델특성이 고려된 해석적 방법론의 하나로서 1940년대 이미 adjoint function을 이용한 Perturbation theory가 개발되면서부터 오랜동안 사용하여 온 방법이다. Levine 은 Variational Method를 이용한 민감도 분석을 시도하였고, Stacey와 Greenspan은 선형문제의 민감도 분석에 adjoint function의 적용 타당성을 보여 주었으며[1,2], 이후 비선형 문제로까지 확대되었다. 이런 방법들은 모델변수의 변화로 인해 분석결과에 미치는 영향을 구하는 것이 목적이었다. 통계적 방법론과 크게 다른 점은 수학적 모델이 갖고있는 고유특성을 해석적인 방법으로 민감도를 구한다는 데 있다.

1980년대에 Cacuci는 좀더 수학적인 배경에서 adjoint sensitivity method(ASM)를 확립하고 적용범위를 확대하기 위해 비선형 operater/functional 개념을 도입했다[3,4]. 이후 여러 분야에서의 적용이 시도되었으며, 최근 균질 이상류 해석, 등-엔트로피 이층모델, 대기 현상 등의 문제에 시도하고 있다. 근래 원자력 분야에서는 상용코드인 RELAP, COBRA 등의 평가에 시도하였다[6,7]. 이 방법론은 수학적으로 얻은 민감도계수 값을 이용하여 해당 입력변수 변화에 따른 시스템 응답의 변화량을 예측할 수 있는 방안을 제시한다. 이를 위해서는 각 모델의 입력변수가 교란될 때 변하는 모델 응답의 변화를 계산하고, 미리 계산하여 얻은 adjoint function을 모델 변수의 교란 분포함수와 Base case에 가중적분하여 시스템 민감도 계수를 평가한다.

Forward 민감도 방법론의 적용이 해석적으로 민감도 계수를 구한다는 측면외에 공학적으로 직접적으로 의미를 갖지는 않으나 복잡한 식으로 유도되는 만큼 adjoin 민감도 적용이전에 반드시 검증되어야 한다. 본 논문에서는 forward equation system을 유도하고 검증하는 단계로써 forward 민감도 방법론을 적용하였다.

2. Point Kinetics Model

본 연구에서는 열수력적 반응도 궤환효과를 무시한 point kinetics model에 forward sensitivity method를 적용하였다. 이 문제를 대상모델로 선택한 이유는 대부분의 계통안전해석 코드시스템에서 노심 모델로 사용하는 가장 간단한 모델이면서도 시스템 변수중 하나인 반응도가 시스템의 시간종속해에 직접 영향을 주는 수학적인 모델이기 때문이다.

본 문제를 위해 6개의 선행핵 그룹을 갖는 일점 동특성 방정식을 시스템 모델로 설정하였다.

$$\frac{dP(t)}{dt} = \frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} P(t) + \sum_i \lambda_i C(t)_i \quad (1\text{-}1)$$

$$\frac{d\,C(t)_i}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda} P(t) - \lambda_i C(t)_i \quad , \quad i = 1, ..6 \quad (1\text{-}2)$$

만약 반응도 $\rho(t)$에 열수력적 반응도 궤환이 포함되는 경우, 반응도가 노심출력 $P(t)$와 핵연료 온도, 감속재 온도 등과 비선형적인 관계가 되어 FSM과 ASM의 검증이 복잡해 진다. 따라서 본 연구에서는 보다 명확한 분석을 위해 반응도 궤환 효과를 무시하였다.

3. Forward Sensitivity Method

Forward Sensitivity Method(FSM)는 시스템의 수학적 모델을 G-differential하여 관심 변수의 변위를 포함한 forward equation system의 해를 시스템 응답의 변위를 표현한 식에 대입하여 시스템 응답 변위를 구하는 것이다. 3.1절에서는 시스템 모델의 응답을 정의하고 민감도 분석의 대상이 되는 base case를 정의하였다. 3.3절에서는 일점 동특성모델에 G-differential을 적용하여 forward equation system을 유도하는 과정을 요약하였다.

3.1 시스템 응답 (System Response)의 정의

수학적 모델로 현상을 분석하는 경우 관심이 되는 응답은 여러 가지가 있을 수 있으나 본 연구에서는 시간에 따른 반응도 변화에 대한 Point Kinetics Model의 응답 중 출력변화에서 출력 peak가 발생하는 시점과 그 출력 값을 시스템 응답으로 선정하였다. 즉, 각각의 시스템 변수들(초기조건, β, λ, 출력의 trip setpoint 값 등)이 변하는 경우에 계 응답들이 어떤 민감도를 가지고 어떤 영향을 받는가를 구해보고자 하였다.

먼저 중성자 출력이 최대가 되는 시점은 Base Case로부터 얻어지며, 그 값은 $t_n(\alpha^\circ)$이다. 여기서 α°는 계 변수 벡터의 Base Case 값이고, t_n는 중성자 출력이 최대가 되는 시점이다. time = $t_n(\alpha^\circ)$에서 중성자 출력, $N(t_n)$, 을 계 응답으로 정의하고 δ-$function$을 가중하여 phase space에 대해 적분형태로 표현하면 식(2)과 같이 된다,

$$R_n(e^\circ) = \int_t N(t)\delta[t - t_n(\alpha^\circ)]dt \qquad (2)$$

식 (2)에서 N(t)는 시간종속 중성자 출력(Point Kinetics Model의 해)이고, R_n은 time= $t_n(\alpha^\circ)$에서의 출력 값이다. 계 응답은 일반적으로 모델의 종속변수 벡터, U°와 계 변수벡터, α°의 함수이므로 편의상 한 개의 벡터변수로 다음과 같이 $e^\circ \equiv (U^\circ, \alpha^\circ)$로 표기될 수 있다. 그런데 실제로 관심이 되는 것은 계 변수벡터, α°가 $\alpha^\circ + \delta\alpha$로 변했을 때 계 응답, $R_n(e^\circ)$가 $R_n(e^\circ) + \delta R_n(\delta e^\circ)$로 변하는 정도를 계산하는데 있다. 이것은 일종의 민감도를 의미하게 되는데, 이런 민감도 계수를 정의하는 가장 일반적인 개념이 Gateaux-differential[4]이다. 식(2)에 G-differential을 적용하면 식(3)을 얻는다.

$$\begin{aligned} DR_n(e^0;h) &= \int_t h_n(t)\delta[t - t_n(\alpha^\circ)]dt \\ &= \langle h_n, \delta[t - t_n(\alpha^0)]\rangle_t \end{aligned} \qquad (3)$$

상공간의 위치(phase space location)에 대한 계 응답 민감도 계수의 Implicit 형태는 다음과 같다.

$$Dt_n(\alpha_0) = \sum_{i=1,I} \left(\frac{\partial t_n}{\partial \alpha_i}\right)_{\alpha^0} h_{\alpha_i} \tag{4}$$

Explicit하게 Dt_n을 구하기 위해 $t = t_n(\alpha^\circ)$에서 $\frac{dn}{dt} = 0$을 식(2)의 형태로 쓰고 G-differential을 취하고 Dt_n에 대해 정리하면 식(5)을 얻을 수 있다.,

$$Dt_n = \frac{\int_t \frac{dh_n}{dt}\delta[t - t_n(\alpha^\circ)]dt}{\int_t \frac{dn}{dt}\delta'[t - t_n(\alpha^\circ)]dt} = \frac{\int_t \frac{dh_n}{dt}\delta[t - t_n(\alpha^0)]dt}{\int_t \frac{dn^2}{dt^2}\delta[t - t_n(\alpha^0)]dt}$$

$$= \langle h_n, \delta'(t - t_0)\rangle_t / (d^2n/dt^2)_{t_n(\alpha^0)} \tag{5}$$

위에서 정의한 두 민감도계수에 Base case와 시간종속 h_n 을 대입하여 계 변수 변위 벡터 h_α에 대한 종속변수 변위를 구할 수 있다. 이때 시간종속변수 변위 벡터, $h_n(t)$ 는 Point Kinetics Model을 G-differential하여 얻은 Forward System을 풀어서 얻게된다. 민감도 분석을 수행하기 위하여 민감도 분석 대상이 되는 Case를 결정하여야 하는데 이 Case를 Base Case라 부르며 본 연구에서는 열수력적 반응도 궤환이 제거된 programmed 반응도 모델을 다루었다 .

3.2 Base Case의 정의

민감도 분석을 수행하려고 하는 Phase space에 대한 종속변수 벡터와 시스템 변수(system parameter)의 전체 set을 Base Case라고 하며, 앞에서 기술한 기호로 표현하면 $e^\circ \equiv (U^\circ, \alpha^\circ)$의 벡터 set이다. 본 연구에서는 다음과 같은 시간종속해 벡터 와 시스템 변수 벡터를 의미한다.,

$$U^0 = [n^0, C_1^0, C_2^0, C_3^0, C_4^0, C_5^0, C_5^0]^T \tag{6}$$

$$\alpha^0 = [\rho_p, \rho_s, \Delta t, n_0, \beta, \beta_1, \beta_2, .., \beta_6, \lambda_1, \lambda_2, .., \lambda_6]^T \tag{7}$$

α^0에서 사용된 시스템 변수 중 몇 개를 나열해보면, ρ_p : programed input reactivity, Δt : delay time to scram, n_0 : trip set point 이며 Base case 계산에서 사용된 시스템 변수들의 값은 표1에 나타내었다.

Base Case값들은 Forward와 Adjoint Sensitivity Method를 사용할 때 known value로써 사용되는데 그중 시간종속변수는 그 자체로도 사용되지만 몇몇 값은 post processing을 통해 사용된다. 식(3),(5)에서 얻어진 반응도 변위 항에 포함된 $(dN/dt)_{t_0}$항과 시스템 응답

변위를 정의한 식(5)에서는 $(d^2N/dt^2)_{t_n(\alpha^0)}$항들이 그것이다. 첫 번째 항은 중성자 출력이 원자로 정지 설정치에 도달했을 때의 Base Case 중성자 출력의 변화율이고 두 번째 항은 중성자 출력의 최대점에서의 이차미분 값이다. 이 값들은 수치미분을 통해 얻어질 수 있고 그 값은 각각 다음과 같다.

$(dN/dt)_{t_0} = 0.8157$, $(d^2N/dt^2)_{t_n(\alpha^0)} = -608.67$, $t_0 = 0.311$,
$t_n(\alpha^0) = 0.482$

3.3 Forward Equation System의 유도

각 종속변수 벡터 U^0의 변위 벡터는 다음과 같이 표현되는데,

$$h_u = [h_u,\ h_{c1},\ h_{c2},\ h_{c3},\ h_{c4},\ h_{c5},\ h_{c6}]^T \tag{8}$$

이 벡터를 구하기 위해서는 Point Kinetics Model을 G-differential하여 h_u에 대한 선형 미분방정식을 얻게된다. Point Kinetics Model을 각각 행렬식과 연산기호로 써 보면,

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dt} - \frac{\rho-\beta}{\Lambda}, & \lambda_1, & \lambda_2, & \lambda_3, & \lambda_4, & \lambda_5, & \lambda_6 \\ -\frac{\beta_1}{\Lambda}, & \frac{d}{dt}+\lambda_1, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ -\frac{\beta_2}{\Lambda}, & 0, & \frac{d}{dt}+\lambda_1, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -\frac{\beta_2}{\Lambda}, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & \frac{d}{dt}+\lambda_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \end{bmatrix} = 0 \text{ 와}$$

$$N(\alpha^0)\,U^0 = 0 \tag{9}$$

으로 표현할 수 있다. Forward System은 Point Kinetics Model, 즉 식(9)을 G-differential하여 얻을 수 있다.

3.4 Point Kinetics Model에 G-differential의 적용

Operator 형태에 G-differential을 적용하여 식(10)와 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{d}{d\varepsilon}\{N(\alpha^0+\varepsilon h_\alpha)[U^0+\varepsilon h_\alpha]\}_{\varepsilon=0} = 0 \tag{10}$$

Point Kinetics Model에 식(10)를 직접 적용하여 표현하면 식(11)과 (12)을 얻게된다

$$\frac{d}{dt}h_n - \frac{\rho^0 - \beta^0}{\Lambda^0}h_n - \sum_i \lambda_i^o h_{ci} + \tag{11}$$

$$\frac{1}{\Lambda^0}\frac{\partial\rho}{\partial\tau}\frac{\partial\tau}{\partial t_0}\frac{1}{(dN/dt)_{t_0}}\int_{t_0+\Delta t}^{t_f} h_n\delta(t-t_0)dt[1(\tau)+\delta(\tau)]N^0 =$$

$$\frac{N^0}{\Lambda^0\Lambda^0}(h_\rho - h_\beta) + \frac{1}{\Lambda^0\Lambda^0}(\rho^0 - \beta^0)h_\Lambda N^0 + \sum_i h_{\lambda i}c_i^0 +$$

$$\frac{N^0}{\Lambda^0}\frac{\partial\rho}{\partial\tau}\frac{\partial\tau}{\partial t_0}\frac{1}{(dN/dt)_{t_0}}h_{n_0}[1(\tau)+\delta(\tau)] + \frac{N^0}{\Lambda^0}\frac{\partial\rho}{\partial\tau}\frac{\partial\tau}{\partial t_0}\frac{1}{(dN/dt)_{t_0}}h_{n_0}[1(\tau)+\delta(\tau)]$$

$$\frac{d}{dt}h_{c_i} - \frac{\beta_i^0}{\Lambda^0}h_n + \lambda_i^0 h_{c_i} = \frac{h_{\beta_i}}{\Lambda^0}N^0 - \frac{\beta_i^0 h_\Lambda}{\Lambda^0\Lambda^0} - h_{\lambda_i}C_i^0 \tag{12}$$

연산자 형태로 써 보면,

$$N_U' h_u = N_\alpha' h_\alpha \tag{13}$$

여기서 $h_\alpha = [h_\rho, h_\beta, h_\Lambda, h_{\Delta t}, h_{n_0}, h_{\lambda_1}, .., h_{\lambda_6}, h_{\beta_1}, .. h_{\beta_6}]^T$

이 과정에서 반응도 항에 대한 함수적 이해가 중요하다. 왜냐하면 시스템 변수 중에 하나인 반응도는 시간종속 변수이므로 임의의 시스템 변수가 변하면 시간종속 해가 변하고 원자로 출력정지 신호에 도달하는 시간을 변화시킨다. 그 결과로 시간에 따른 반응도 또한 변하게 된다[1]. 또한 forward system의 system parameter중 분석자가 임의로 결정할 수 있는 계 변수와는 다르게 유일하게 forward system의 종속변수의 함수가 되는 변수가 존재한다. 그것은 원자로 정지신호 발생위치를 의미하는 t_0의 변위인 h_{t_0}이다. 앞 절에서 얻은 forward system의 계 변수 중 h_{t_0} 는 분석자가 임의로 다룰 수 없다. 그러므로 근사를 통해 분석자가 다룰 수 있는 시스템 변수로 표현할 필요가 있다. 그 방법은 reactor trip setpoint를 implicit 형태로 정의하고 G-differential 함으로써 근사적으로 얻을 수 있다[7].

4. Forward System의 검증

Point Kinetics Model을 G-differential하여 얻은 forward equation system은 종속변수 변위 벡터, h_u와 시스템 변수 변위 벡터, h_α에 대해 선형관계에 있다. forward system의 물리적 의미는 Point Kinetics Model이 규정하는 거동에 있어서 시스템 변수 변위에 대한 종속변수 변위를 규정하는 방정식 set이다. 이 방정식을 풀기 전에 G-differential을 통해 얻은 forward system을 검증할 필요성이 있다. 그런 방법 중의 한가지는 가장 간단한 계산(경계조건의 변화에 대해)을 통해 얻은 결과를 직접 perturbed된 경우와 비교(Base Case와)하는 것이다. 본 절에서는 초기 출력 변화에 대해 중성자 출력변위, $h_n(t)$와 perturbed된 경우의 $N'(t)$와 Base Case, $N(t)$의 차이를 비교함으로써 forward system을 검증하려 한

다. 먼저 초기조건의 변화에 대한 계산이므로 forward system, $N_U' h_u = N_\alpha' h_\alpha$ 을 $N_U' h_u = 0$ 으로 놓는다.

그림 1은 Base Case와 시스템 변수가 교란된 경우를 비교하였다. 그림 2는 forward방법을 써서 그림1에서의 차이를 예측한 결과이다. 그림 2에서 보면 $t = t_0' + \Delta t$ 에서 $h_n(t)$가 최대값이 되고 그 이후로 $h_n(t)$가 감소하는 이유는 정지 반응도 삽입시간이 $t_0 + \Delta t$ 이 $t_0' + \Delta t$ 으로 이동하여 반응도 효과를 의미하는 $-\frac{N^0}{\Lambda^0}\frac{\partial\rho}{\partial\tau}\ldots\int_t\ldots dt$ 항이 작동하기 때문이다. 그 이후 $t_0 + \Delta t$ 부터는 $t_0 + \Delta t$ 부터 까지 삽입된 정지 반응도 효과가 감소하는데 그 이유는 $-\frac{N^0}{\Lambda^0}\frac{\partial\rho}{\partial\tau}\ldots\int_t\ldots dt$ 항에 가중된 Base Case값인 $N^0(t)$의 효과 때문이다. 위의 검증 결과로 반응도 점프를 고려하는 항($-\frac{N^0}{\Lambda^0}\frac{\partial\rho}{\partial\tau}\ldots\int_t\ldots dt$)이 수학적으로 적절하게 다루어 졌음을 확인하였다.

5. Forward Sensitivity Method를 이용한 계 응답 변위 계산

앞 절에서 검증된 forward system을 이용하여 다른 시스템 변수에 대한 민감도 계수를 구하려 한다. 초기 조건에 대한 $N_\alpha' h_\alpha = 0$경우와 다르게 $N_\alpha' h_\alpha$가 존재하는 식 (13)를 사용하여야 한다. 식 (13)을 정리하여 써보면,

$$N_N' h_N = \frac{1}{\Lambda^0}(h_\rho - h_\beta)N^0 + \frac{N^0}{\Lambda^0}\frac{\partial\rho}{\partial\tau}\frac{\partial\tau}{\partial t_0}\frac{1}{\left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_{t_0}} h_{n_0}$$

$$+ \frac{N^0}{\Lambda^0}\frac{\partial\rho}{\partial\tau}\frac{\partial\tau}{\partial\Delta t}\frac{1}{\left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_{t_0}} h_{\Delta t} - \frac{\rho^0 - \beta^0}{\Lambda^0\Lambda^0} h_\Lambda N^0 + \sum_i h_{\lambda_i} c_i^0 \qquad (14)$$

$$N_{C_i}' h_{C_i} = \frac{h_{\beta_i}}{\Lambda^0}N^0 - \frac{h_\Lambda \beta_i^0}{\Lambda^0\Lambda^0}N^0 - \sum_i h_{\lambda_i} c_i^0 \quad , \quad i = 1,..,6 \qquad \mathbf{(15)}$$

Forward Sensitivity Method를 사용하기 위해서는 시스템 변수 변위 벡터 h_α중 관심있어하는 변수 h_{α_i}를 제외한 변수를 zero로 대입하여 $N_U' h_u = N_\alpha' h_\alpha$를 풀고, 시간종속해 $h_u(t)$를 식(3)와 (5)에 대입하여 시스템 응답변위를 구하고 h_{α_i}에 대한 상대적 계 응답 민감도 계수를 구하게 된다. 각 주요 변수에 대하여 forward method를 적용한 결과와 직접 반복계산 결과를 비교하였다. 계산된 시스템 응답의 변화량인 predicted change 자체 만으로도 의미는 있지만 좀더 쉽게 민감도 크기를 비교하기 위해 민감도 계수를 구하는 것이 편리하다. 본 연구에서는 기존의 민감도 분석에서 사용하는 개념을 사용하여 다음과 같이 정의하였다.

$$\text{민감도 계수} = \frac{DR_n / R^0}{h\alpha_i / \alpha_i^0}$$

여기서, DR_n은 시스템 응답 변위, R^0은 Base case의 시스템 응답, $h\alpha_i$은 i-th 시스템 변수의 변위, α_i^0는 i-th 시스템 변수의 Base case 값이다.

결국 위에서 정의한 민감도 계수는 변수의 % 변화에 대한 응답의 % 변화량이 된다. 이 값이 클수록 시스템 변수 변화에 대해 응답이 민감하다고 말할 수 있다. 다음은 각 시스템 변수의 교란에 대하여 직접 반복계산에 의한 결과와 forward system을 통해 base case로부터 교란된 차이를 예측하였다.

5.1 지발중성자 분율 β값의 교란 경우

먼저 β값이 변하는 경우에 대해 응답 변위를 계산하였다. β의 Base Case 값 β^0는 $7.0 * 10^{-3}$이다. β값이 1% 감소한 경우에 대하여 forward system을 풀어 민감도 계수를 구하였다. 그림 3은 Base Case의 결과와 직접 β값을 변화시켜 계산한 결과를 비교하였다. 물리적으로 예상된 것처럼 β 값이 감소하면서 출력 증가가 빨라짐이 확인되었다. 그림 4는 forward system을 풀어 Base Case와 교란된 경우의 출력 변위 차이를 직접 구하고 두 그래프의 차이와 비교하였다. 서로 잘 일치하고 있음이 확인되었다.

5.2 정지 반응도 삽입까지의 시간지연, Δt의 교란

Δt가 교란되는 경우에 대해 계 응답변위를 구하였다. 그림5에서는 Δt의 base case 값은 0.17sec 이며 5%가 감소하는 경우에 대해 직접 반복계산을 통해 응답이 어떻게 영향을 받는가를 보였다. 그림 6에서는 그림 5에서의 두 결과의 차이를 forward system을 통해 예측한 결과이다. 원자로 정지까지 변화가 없는 이유는 정지 반응도 삽입시간의 교란은 정지신호 발생 이전에는 아무 영향도 주지 않기 때문이다.

5.3 원자로 정지 설정치, n_0의 교란

그림 7은 원자로 정지 설정치, n_0 가 1%감소하는 경우에 대해 직접 반복 계산을 통해 base case로부터 얼마나 교란을 받는지를 나타냈고, 그림 8은 FSM를 통해 그림 7의 두 그래프의 차이를 예측하였다. 원자로 정지 설정치가 변하는 경우 출력이 교란된 원자로 설정치에 도달할 때까지 출력에는 변화가 없다. n_0의 교란에 의한 원자로 정지신호발생 시간의 변화만큼 정지반응도 삽입시작 시간이 변하게 된다. 원자로 정지 설정치의 교란의 경우에 대해 forward system의 예측이 정확함을 확인 하였다.

5.4 반응도가 교란되는 경우

그림 9는 반응도가 5% 증가한 경우를 직접 반복 계산을 통해 base case 와 비교하였다. 그림 10에서는 forward system을 통해 그림 9에서의 두 그래프의 차이를 예측하였다. 반응도가 5%증가하여 교란됨으로써 출력 증가가 빨라지며 원자로 정지 설정치에 base case 보다 일찍 도달하였으며 그림 10.에서 정지 반응도 삽입이후 출력변위가 크게 예측된 이유는 반

응도가 시간종속 변수로 다루어지는 과정에서 수치해석의 원인이다. 그러나 그 경향은 크게 다르지 않음을 확인하였다.

6. 민감도 계수 계산

앞 절들에서 계산된 각 시스템 변수의 변위에 대한 출력 peak 값과 peak 발생 위치의 변화를 상대적 민감도 계수로 구하여 표 2와 표 3에 각각 정리하였다. Peak 출력 변위에 대한 FSM에 의한 예측은 잘 맞고 있으나, 발생 위치에 대하여는 다소 틀리게 예측하고 있음을 확인하였다. 원인으로는 식(8)에서 처럼 불연속하고 비대칭이 존재하는 위치에서 미분값을 사용하는데서 기인한다고 보이며, 따라서 시스템 응답이 시상수를 가지고 거동을 하는 온도나 궤환이 존재하는 좀더 완만한 변하를 하는 경우에는 좀더 정확한 예측을 할 수 있음이 기대된다.

7. 결 론

일점 동특성모델을 시스템으로 한 모델 문제에서 Forward Sensitivity Method를 적용하고 각 시스템 변수의 변위에 대한 시스템 응답변위를 계산하여 보았다. Peak 출력 변위를 응답으로 하는 경우는 직접 반복 계산에 의한 결과와 초기출력, 지발 중성자분율, 정지 설정치, 시간종속 반응도 등의 변수들에 대해 응답 변위를 매우 잘 예측할 수 있음을 확인하였다. 그러나 시간종속 해의 미분 항이 적용되는 peak 발생 위치에 대한 응답에서는 FSM의 적용이 어려움을 확인하였다.

감사의 글

본 연구는 한국전력공사, 기초전력공학공동연구소 1999년도 자유공모과제의 연구비 지원으로 수행되었음을 밝힙니다.

References

1) W.M.Sracey, Jr., Variational Methods in Nuclear Physics, Academic Press, New York (1974)
2) Greenspan,"Developments in Perturbation Theory," Advances in Nuclear Science and Technology, Vol.9, Academic Press, New York (1976)
3) D.G.Cacuci, "Sensitivity Theory for Nonlinear System I", J. Math.Phys.,22,2794 (1981)
4) D.G.Cacuci, "Sensitivity Theory for Nonlinear System II", J. Math.Phys.,22,2803 (1981)
5) M Iunescu-Bujor & D.G.Cacuci, "Adjoint Sensitivity Analysis of the two fluid Model in Relap5/Mod3.2", Proc. of M&C'99, Madrid, Spain, (1999)
6) M.M.Vainberg, Variational Method for the Study of Non-linear Operators, Holden-Day, INC., (1964)
7) C.V.Parks, P.J.Maudlin and C.J. Wever, "Application of Differential Sensitivity Theory to Transients with Scram", Trans. Am. Nucl. Soc., 35,376 (1980)

표 1. Point Kinetics Model에서 사용된 시스템 변수값

System Parameter	Base Value	System Parameter	Base Value
ρ_p	0.0036/sec	n_0	1.02
ρ_s	-0.01/sec	β	7.0E-3
Δt	0.17 sec	Λ	1.0E-4 sec
β_1	$2.66*10^{-4}$	λ_1	$1.27*10^{-2}$ sec^{-1}
β_2	$1.491*10^{-4}$	λ_2	$3.17*10^{-2}$ sec^{-1}
β_3	$1.361*10^{-3}$	λ_3	$1.15*10^{-2}$ sec^{-1}
β_4	$2.849*10^{-3}$	λ_4	$3.11*10^{-2}$ sec^{-1}
β_5	$8.96*10^{-4}$	λ_5	$1.40*10^{-2}$ sec^{-1}
β_6	$1.82*10^{-4}$	λ_6	$3.87*10^{-2}$ sec^{-1}

표 2. 시스템 응답 DR_n에 대한 상대적 민감도

i	Parameter α_i	Relative Sensitivity	Fractional Parameter Variation	Predicted Change in Response*	Direct Perturbed Case*
1	$\tilde{n}$	-2.142	1%	-0.02915	-.02831
2	β	2.865	-1%	-0.03899	-.03793
3	Δt	0.3284	-5%	-0.02235	-.02202
4	n_0	3.1448	-1%	-0.0428	-.04148
5	ρ_P	-0.2708	5%	-.01843	-.01514

표 3.계응답 Dt_n 변화예측 결과 (절대값,sec)

i	Parameter α_i	Fractional Parameter Variation	Predicted Change in Response *	Direct Perturbed Case *
1	$\tilde{n}$	1%	-0.0199	-0.016
2	β	-1%	-0.02	-0.02
3	Δt	-5%	-0.0188	-0.0148
4	n_0	-1%	-0.197	-0.0157
5	ρ_P	5%	-0.0249	-0.016

* 계 응답 Peak Power Time Location의 base case 값은 0.482sec이며 세 번째, 네 번째열은 각 시스템 변수의 교란으로 계 응답이 base case로 부터 벗어난 절대 크기이다.

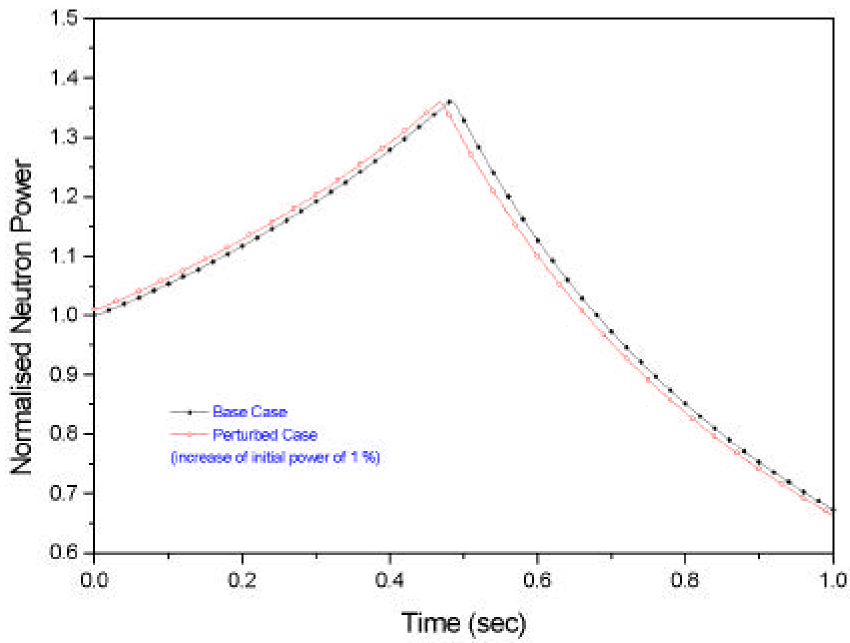

그림 1. Base Case와 직접반복계산 결과
(초기출력 1%증가에 대한 경우)

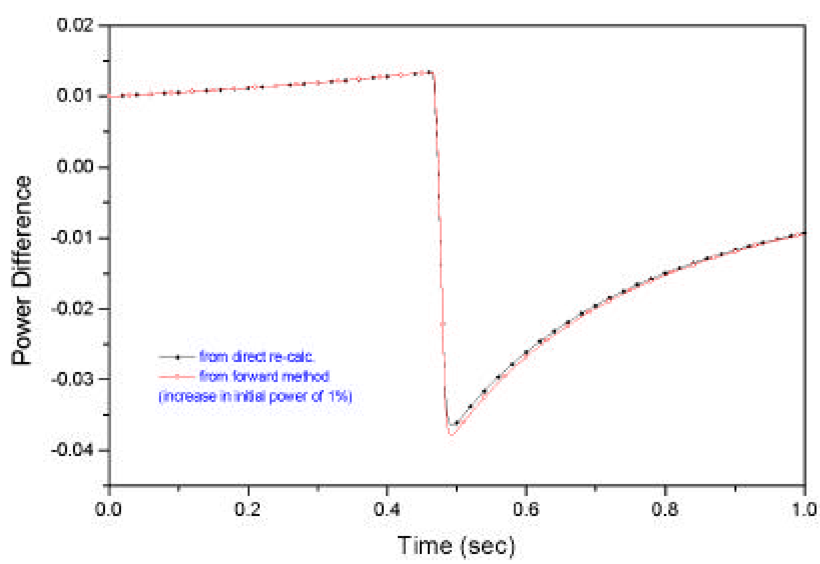

그림 2. forward 방법에 의한 결과비교
(초기출력 1%증가에 대한 경우)

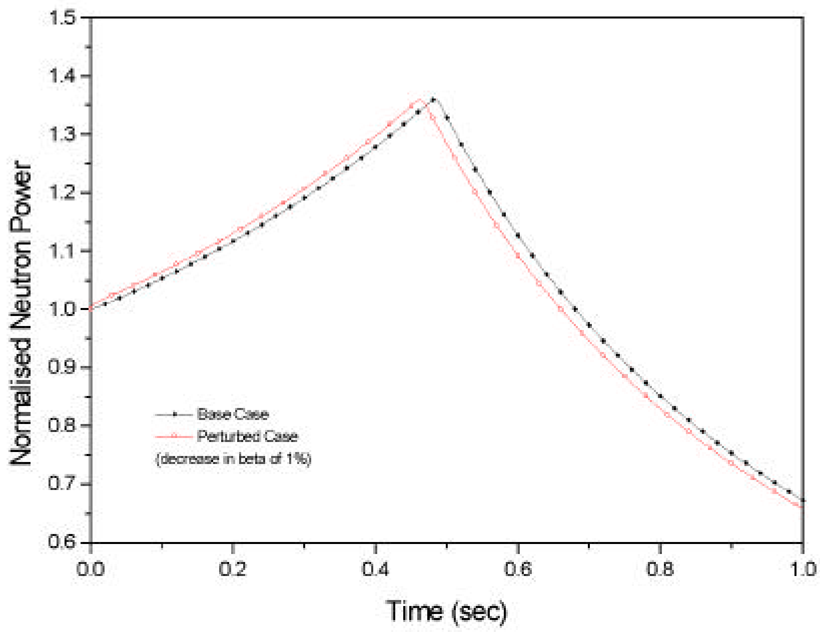

그림 3. Base Case와 직접반복계산 결과
(β값의 1%감소에 대한 경우)

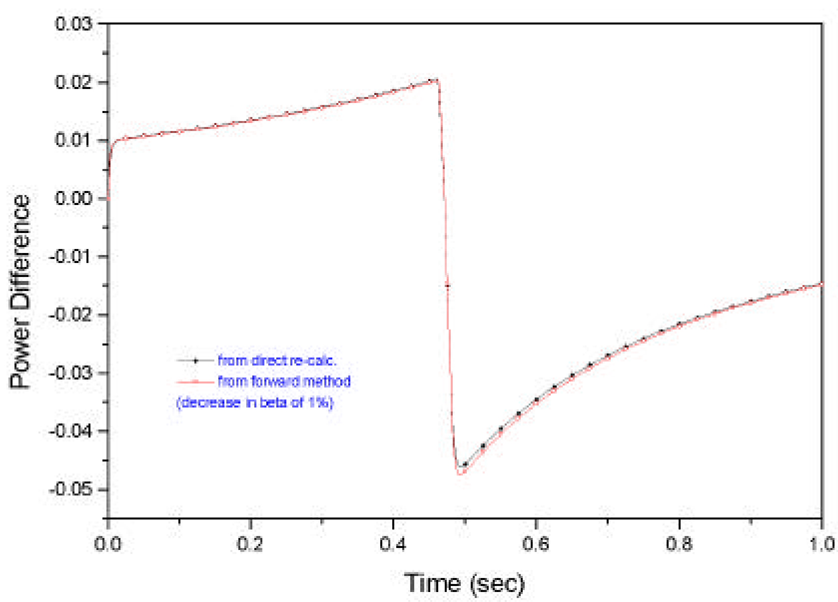

그림 4. forward 방법에 의한 결과비교
(β값의 1%감소에 대한 경우)

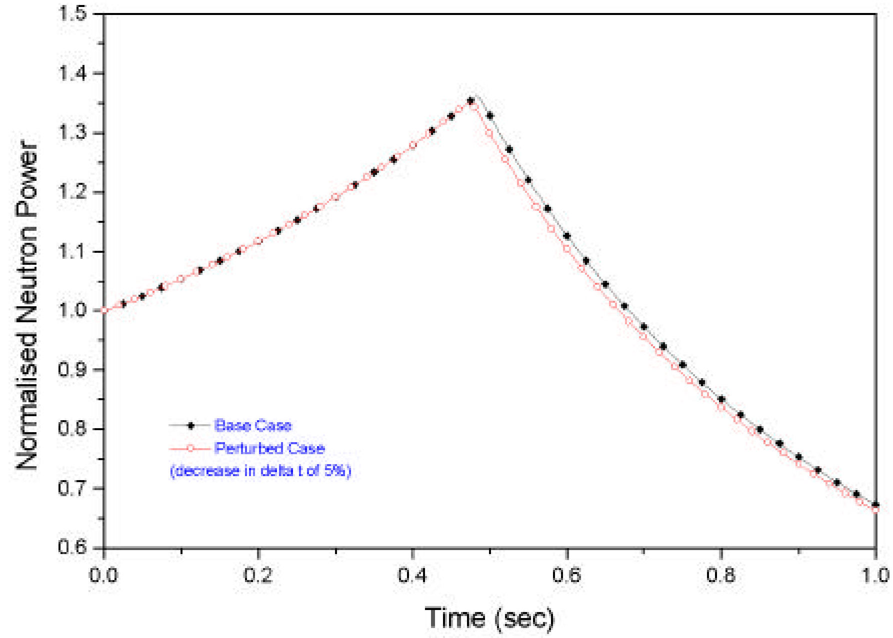

그림 5. Base Case와 직접반복계산 결과
(Δt값의 5%감소에 대한 경우)

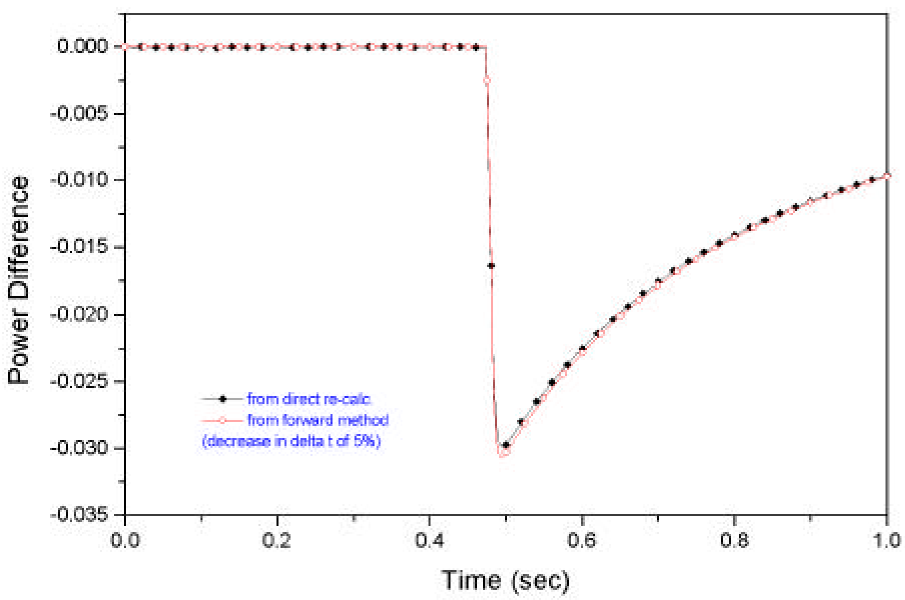

그림 6. forward 방법에 의한 결과비교
(Δt값의 5%감소에 대한 경우)

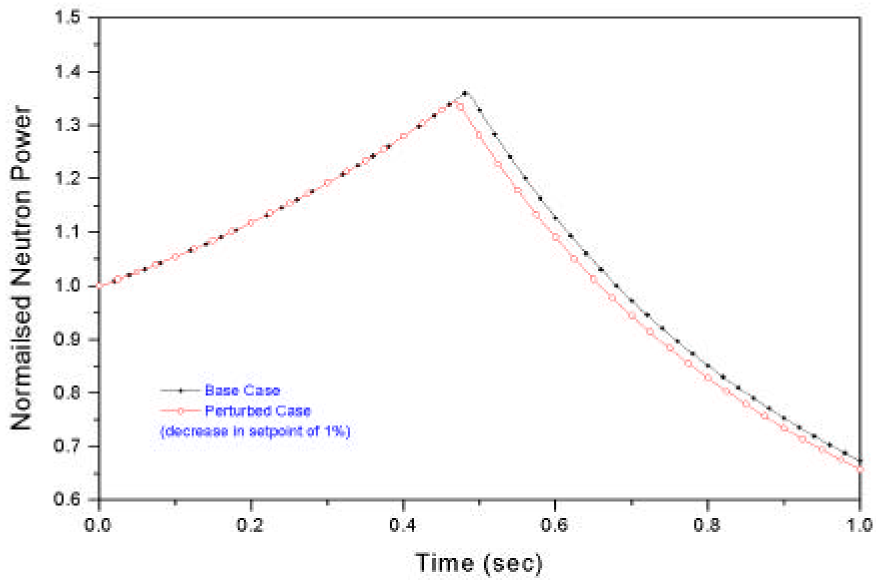

그림 7. Base Case와 직접반복계산 결과

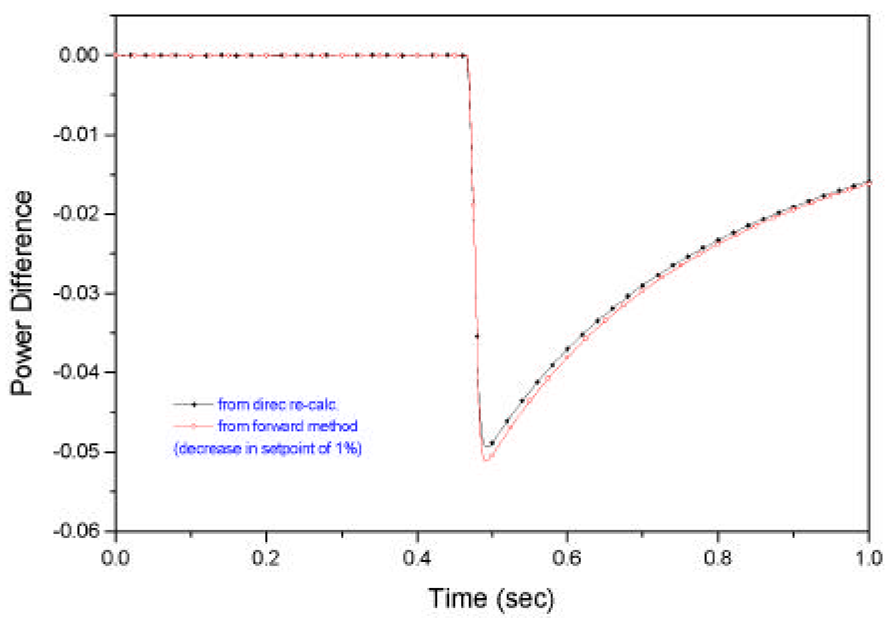

그림 8. forward 방법에 의한 결과비교
(n_0값의 1%감소에 대한 경우)

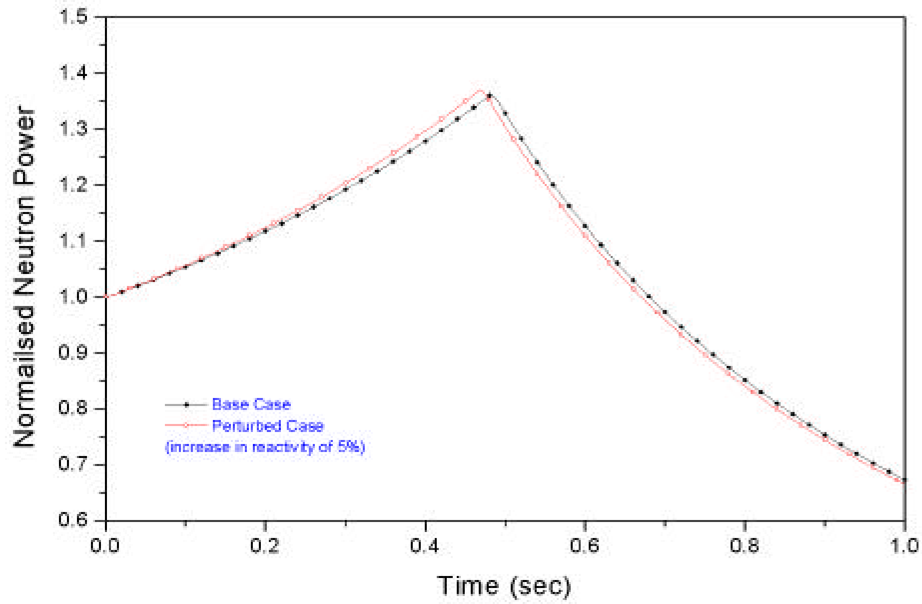

그림 9. Base Case와 직접반복계산 결과

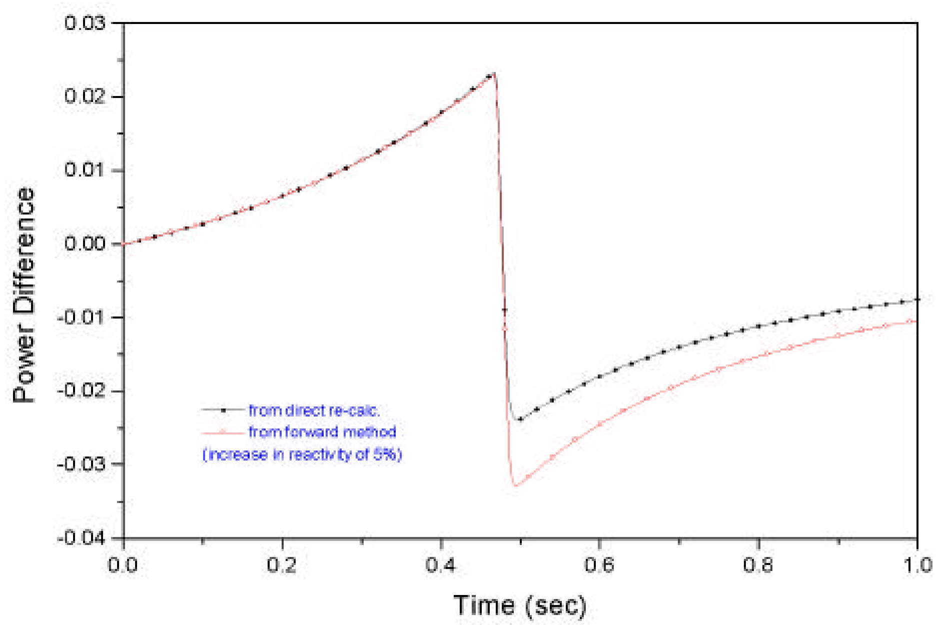

그림 10. forward 방법에 의한 결과비교
(ρ_p의 5%증가에 대한 경우)