'2000 춘계학술발표회 논문집
한국원자력학회

단일 격자해 기반의 비선형 해석적 노달 방법

One-Node Solution Based Nonlinear Analytic Nodal Method

주한규, 이기복, 박상윤, 조병오, 지성균

한국원자력연구소
대전광역시 유성구 덕진동 150

요약

비선형 해석적 노달 방법의 구현에 있어서 그간 통상적으로 사용되어온 쌍격자 구조에 대한 횡방향 적분 중성자 확산 방정식의 해 대신, 단일 격자 구조에 대한 해를 이용하는 방식을 제시한다. 여기에서는 효율적인 단일 격자 노달해를 구할 수 있는 방법으로 반경 방향의 두 일차원 중성자 확산 방정식을 연립해서 푼다. 이때 경계 조건으로 네 면에서의 인입 부분 중성자류를 택하고, 외행 부분 중성자류를 결과로 취한다. 이렇게 구성된 단일 격자 노달 해법은 임의의 대칭 조건 하에서도 소격 격자 차분법에 적용하기가 용이하다. 여기서 제안한 방식을 MASTER 코드에 구현하고 고유치 계산과 과도 계산에 적용한 결과, 단일 격자해를 이용할 경우 수렴된 결과를 얻기 위한 노달 계산 횟수가 쌍격자의 경우에 비해 다소 (약 15%) 증가하지만, 계산 시간 측면에서는 거의 동일한 것으로 나타났다.

Abstract

As a replacement of the two-node nodal formulation to solve the transverse-integrated neutron diffusion equation, which was conventionally used in the implementation of the nonlinear nodal method, a one-node nodal formulation is derived. In order to achieve better convergence property, the two one-dimensional neutron diffusion equations on the radial domain are solved simultaneously. The boundary conditions used for the one-node problem are taken from the incoming partial currents specified at the four boundary surfaces and the outgoing partial currents are solved for. The one-node based nodal solution is easy to apply within the framework of the coarse mesh finite difference method with any kind of symmetry option. The proposed method was implemented in the MASTER code and the results obtained from the applications

to steady-state and transient calculations indicate that the number of nodal updates increases slightly (about 15%) compared to the two-node formulation, but the total computation time remains essentially unchanged.

1. 서론

소격 격자 차분(Coarse Mesh Finite Difference, CMFD)법은 효율적인 중성자 확산 계산법으로 최근 많은 각광을 받고 있다. 문갑석 등은 CMFD 방식을 통해 해석함수전개 노달 (Analytic Function Expansion Nodal, AFEN) 계산의 가속화를 시도하였으며[1], Chao 는 CMFD 방식을 이론적으로 체계화하였다[2]. CMFD 방식에는 격자간 중성자류를 쌍격자의 평균 중성자속의 함수로 기술해 주는 연관식이 필요하고, 통상적으로 이 연관식은 각 경계면 양쪽 두 계산 격자만을 대상으로 한 쌍격자 문제에 대한 노달해로부터 구해진다.

쌍격자 구조에 대한 노달해는 주어진 쌍격자 평균 중성자속 조건을 만족하는 격자 내부의 중성자속 분포로써 결정되고, 노달 해법 방식은 횡방향 적분 중성자 확산 방정식을 사용하는 일차원 방식과 축방향 적분 중성자 확산 방정식을 사용하는 이차원 방식으로 나눌 수 있다. 대표적인 일차원, 이차원 방식으로는 각각 ANM(Analytic Nodal Method)과 AFEN 을 들 수 있다. 일차원 방식은 이차원 방식에 비해 계산 결과의 정확성에서는 다소 뒤떨어지나 계산 속도 측면에서는 월등하여 대부분의 상용 노달 코드에는 일차원 노달 방식이 사용되고 있다. 이런 관점에서 이 논문에서는 일차원 방식을 적용대상으로 삼는다.

쌍격자 노달 방식은 경계면 좌우 격자의 정보를 모두 사용하기 때문에 격자간 연계성을 결정하는데 있어서 아주 효과적이고, 이에 따라 CMFD 계산의 신속한 수렴성을 제공한다. 그러나 실제 코드 내 적용 측면에서 보면 쌍격자 계산 방식은 몇 가지 단점을 지니고 있다. 첫째, 매 계산 격자에 대해 각 방향 별로 (정방형 3 차원의 경우, x,y,z 3 방향) 쌍격자 문제를 구성하여야 하므로 계산 대상이 되는 쌍격자 문제의 수가 많다. 둘째, 쌍격자에 대한 노달해를 동시에 구해야 하므로 각 문제의 크기가 크다. 셋째, 한 격자의 좌,우 경계면에 대해 따로 노달해를 구해야 하므로, 격자 내 중성자속 분포가 유일하지 않다. 마지막으로, 경계 조건 처리를 위해서는 쌍격자 방식을 사용할 수 없으므로 별도의 노달해 방식이 필요하고, 특히 회전 대칭 조건을 처리하기가 까다롭다.

위에서 제시한 쌍격자 계산 방식의 단점은 단일 격자 계산 방식을 사용하면 모두 해소될 수 있다. 단일 격자 계산 방식은 통상적으로 대응 행렬 체제의 노달 해법에 주로 사용되어 왔다. 단일 격자 계산 방식에서는 한 격자내의 중성자속 분포를 결정하기 위해 양 경계면에서의 인입 부분 중성자류를 경계조건으로 삼아 확산해가 구해진다. 이 논문은 CMFD 체제하에서 사용되던 쌍격자 노달 계산 방식의 단점을 극복할 수 있는 효율적인 단일 격자 노달 계산 방식을 다룬다. 여기서 제시되는 단일 격자에 대한 노달 해법은 인입

부분 중성자류를 경계 조건으로 삼는다는 점에서는 대응 행렬 체제의 단일 격자 노달 해법과 동일하나, 양방향에 대한 일차원 중성자 확산 방정식을 상호 연계 시킨 후 양방향에 대한 해를 동시에 구한다는 점에서 큰 차이가 있다.

아래 절에서는 먼저, 한 격자의 네 경계면에서의 부분 인입 중성자류를 경계조건으로 하여 상호 연계된 두 개의 일차원 중성자 확산 방정식의 해석적 해를 유도한다. 그 다음, 제 3 절에서는 단일 노드 해석해를 이용하여 격자간 연계 인자를 결정하는 방법과 비선형 반복 계산 체제하에서 CMFD 계산과 단일 격자 노달 계산을 교차 수행하는 방식을 설명하고, 제 4 절에서는 여기서 제시한 방식을 실제 노심 해석 계산에 적용하여 구한 결과를 기존 쌍격자 방식과 비교하여 그 유효성을 평가한다.

2. 양방향 연계 일차원 노달 해법

정방형 핵연료 집합체가 장전된 노심에 대한 삼차원 중성자 확산 계산에서 횡방향 적분 기법을 적용할 경우, 각 방향 별로 한 개씩 총 3 개의 일차원 중성자 확산 방정식이 각 계산 격자 마다 성립된다. 기존의 단일 격자 해법의 경우, 미리 계산된 횡방향 누설을 사용하여 각 방향에 대한 일차원 중성자 확산 방정식을 독립적으로 푼다. 그러나 해의 수렴성을 향상시키기 위해 단일 격자 계산 시 방향간 연계성을 고려하는 것이 필요하다. 이 절에서는 반경 방향에 대한 두 개의 일차원 중성자 확산 방정식을 연계 시켜 두 방향에 대한 해를 동시에 구하는 단일 격자 노달 해법을 폭이 h 인 정방형 격자를 기준으로 유도한다.

2.1 연립 일차원 중성자 확산 방정식

x-y 평면에서 횡방향 2 군 중성자 확산 방정식은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$-D\frac{d^2}{du^2}f_u(u)+Af_u(u)=-L_{\bar{u}}(u)-L_z(u) \quad , \quad u\in\{x,y\}, \quad \bar{u}=\begin{cases} y & \text{if } u=x \\ x & \text{if } u=y \end{cases}. \tag{1}$$

여기서 계수 행렬은 군정수의 함수로 다음과 같이 정의되고:

$$D=\begin{bmatrix} D_1 & \\ & D_2 \end{bmatrix},\ A=\begin{bmatrix} \Sigma_{r1}-ln\Sigma_{f1} & -ln\Sigma_{f2} \\ -\Sigma_{12} & \Sigma_{r2} \end{bmatrix},\ l=\frac{1}{k_{eff}}\ , \tag{2}$$

중성자속과 횡방향 누설을 나타내는 벡터는 아래와 같다.

$$f(u)=\begin{bmatrix} f_1(u) \\ f_2(u) \end{bmatrix},\ L_d(u)=\begin{bmatrix} L_{d1}(u) \\ L_{d2}(u) \end{bmatrix}. \tag{3}$$

통상적으로 횡방향 노달 방법에서 사용되는 이차함수 횡방향 중성자 누설 근사식을 적용하면, 한 계산 대상 격자에 대해 (1)식의 우변을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$L_{\bar{u}}(u)+L_z(u)=\bar{L}_{\bar{u}}+\bar{L}_z+b_1^u x+b_2^u f_2(x) \quad , \quad x=\frac{u}{h}, \quad f_2(x)=3x^2-\frac{1}{4}. \tag{4}$$

여기서 일차항과 이차항의 계수 및 격자 평균 축방향 누설 $\bar{L}_z$는 알려져 있다고 본다. 양방향 연계를 고려하지 않는 기존의 단일 격자 노달 해법에서는 $\bar{L}_z$ 뿐만 아니라 $\bar{L}_{\bar{u}}$도 알려져 있다고 간주하나, 여기에서는 미지수로 간주한다. 단, u 방향에 대한 누설은 u 방향 일차원 중성자속과 다음과 같은 관계를 만족하여야 한다.

$$\bar{L}_u=\frac{J_u^r-J_u^l}{h}, \quad J_u^{r,l}=-D\frac{df_u}{du}\bigg|_{u=\frac{h}{2},-\frac{h}{2}} \tag{5}$$

(5)식에 의해 x 와 y 방향에 대한 일차원 중성자 확산 방정식은 서로 연계되며, 이들은 아래와 같이 연립된 2 원 2 차 미분 방정식을 형성한다.

$$\begin{aligned} -D\frac{d^2}{dx^2}f_x(x)+Af_x(x)&=-\frac{J_y^r-J_y^l}{h}-\bar{L}_z+b_1\frac{x}{h}+b_2\left(3\frac{x^2}{h^2}-\frac{1}{4}\right) \\ -D\frac{d^2}{dy^2}f_y(y)+Af_y(y)&=-\frac{J_x^r-J_x^l}{h}-\bar{L}_z+b_1\frac{y}{h}+b_2\left(3\frac{y^2}{h^2}-\frac{1}{4}\right) \end{aligned}. \tag{7}$$

단일 정방형 격자 문제에서 (7)식의 해가 만족해야 할 경계 조건으로 네 면에서의 인입 부분 중성자류 설정하면, (7)식의 해는 유일하게 존재한다. P_1 근사에 따르면 인입 부분 중성자류 경계 조건은 다음과 같다.

$$J_{ul}^{in}=\frac{1}{4}f_u\left(-\frac{h}{2}\right)+\frac{1}{2}J_u^l, \quad J_{ur}^{in}=\frac{1}{4}f_u\left(\frac{h}{2}\right)-\frac{1}{2}J_u^r \tag{8}$$

2.2 해석해의 구성과 제약 조건

(7)식에 나타난 x 방향에 대한 확산 방정식은 비록 우변의 첫 항이 미지수 이지만 독립 변수 x 의 측면에서 보면 상수항이므로 쉽게 해가 구해진다. 참고 문헌 3 에는 (7)식과 같은 일차원 중성자 확산 방정식의 해가 상세히 유도되어 있다. 이에 따르면 한 방향에 대한 해를 다음과 같이 일반해와 특이해의 합으로 표시할 수 있다.

$$f_u(u)=\begin{bmatrix} f_{u1}(u) \\ f_{u2}(u)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} r & s \\ 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_{u1}\sin(ku)+a_{u2}\cos(ku) \\ a_{u3}\sinh(mu)+a_{u4}\cosh(mu)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix} a_{01}^u \\ a_{02}^u\end{bmatrix}+A^{-1}\left(b_1^u\frac{u}{h}+b_2^u f_2\left(\frac{u}{h}\right)\right) \tag{9}$$

위 식에 사용된 각종 기호의 정의는 참고 문헌 3 과 동일하다. 위 식의 일반해 중 삼각

함수항을 포함하는 부분은 대상 노드의 증배 계수가 노심의 유효 증배계수보다 클 때에 한해 적용되고 그 반대의 경우는 지수함수 (sinh 와 cosh)로 대체되어야 한다. (9)식의 상수항은 (7)식 우변의 상수항, 즉 횡방향 누설양에 의해 결정되므로 각 방향에 대한 해는 이 상수항을 통해 서로 연결되어 있다.

(9)식에서 미지수는 일반해에 나타나는 4 개의 계수와 각 에너지군 별로 나타난 두 개의 상수항이다. 따라서 각 방향별로 총 6 개의 미지 계수가 있고, 두 방향에 각각 미지 계수가 있으므로 총 12 개의 계수가 결정되어야 한다. 12 개의 미지 계수를 결정하기 위해서는 각 에너지군 별로 6 개의 제약 조건이 필요한데 이중 4 개의 조건은 (8)식으로 주어진 바와 같이 네 경계면에서의 인입 부분 중성자류로 제공된다. 나머지 두 개의 제약조건 중 하나는 각 방향 일차원 중성자속의 평균이 서로 같다는 조건이다. 즉,

$$\bar{f}_x = \bar{f}_y = \bar{f} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{h}\int_{-h/2}^{h/2} f_x(x)dx = \frac{1}{h}\int_{-h/2}^{h/2} f_y(y)dy. \tag{10}$$

마지막 제약 조건은 격자 전체에 대한 2 차원 중성자 균형방정식으로 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{1}{h}\left(J_x^r - J_x^l + J_y^r - J_y^l\right) + A\bar{f} = -\bar{L}_z. \tag{11}$$

2.3 미지 계수의 결정

(9)식을 (10)식에 대입하여 적분을 수행하면 각 방향 평균 중성자속의 차이는 상수항과 짝수 계수항만의 함수로 남게 된다. 즉,

$$\bar{f}_x - \bar{f}_y = f_{avg}(a_{01}^x, a_{02}^x, a_2^x, a_4^x, a_{01}^y, a_{02}^y, a_2^y, a_4^y) = 0 \tag{12}$$

마찬가지로 (11)식에 (9)식을 대입하여 정리하면 2 차원 중성자 균형방정식 역시 다음과 같이 상수항과 짝수 계수항만의 함수로 표현된다.

$$f_{NB}(a_{01}^x, a_{02}^x, a_2^x, a_4^x, a_{01}^y, a_{02}^y, a_2^y, a_4^y) = -\bar{L}_z. \tag{13}$$

(12)식과 (13)식은 각 에너지군에 대해 한 개 씩의 방정식을 제공함으로 (12), (13) 식은 총 4 개의 연립방정식을 형성한다. 이 연립방정식을 상수항에 대해 풀면 상수항을 다음과 같이 짝수 계수의 선형 조합과 상수의 합으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} a_{01}^x \\ a_{02}^x \\ a_{01}^y \\ a_{02}^y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & w_3 & w_4 \\ w_5 & w_6 & w_7 & w_8 \\ w_3 & w_4 & w_1 & w_2 \\ w_7 & w_8 & w_5 & w_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2^x \\ a_4^x \\ a_2^y \\ a_4^y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{01} \\ w_{02} \\ w_{01} \\ w_{02} \end{bmatrix}. \tag{14}$$

여기서 우변 둘째 항은 축방향 누설과 횡방향 누설 이차근사식의 이차항 계수에 의해 결정되는 상수이다. (14)식으로 표현된 상수항을 (9)식에 대입하면 이제 결정해야 할

미지계수는 일반해에 나타나는 2 종의 네 계수, 총 8 개로 줄어든다. 이 8 개의 계수는 인입 부분 중성자류 경계 조건을 사용하여 결정한다.

인입 부분 중성자속 조건은 좌우 경계면에서의 서로 더하거나 두 값의 차이를 구함으로써의 간략화 할 수 있다. 먼저 두 값의 차이는 짝수함수 값의 상쇄 작용으로 인해 홀수 함수 계수만을 포함하게 된다. 따라서 홀수 함수의 계수는 다음 2x2 연립방정식의 해로부터 쉽게 결정된다.

$$\begin{bmatrix} g_1 & g_2 \\ g_3 & g_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^u \\ a_3^u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{ur1}^{in} - J_{ul1}^{in} \\ J_{ur2}^{in} - J_{ul2}^{in} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{b1}(b_{11}^u) \\ f_{b1}(b_{12}^u) \end{bmatrix}. \tag{15}$$

반면, 좌우 인입 부분중성자류의 합은 짝수 함수 계수만의 함수로 두 방향의 계수가 서로 연계되어 있어 네 계수에 대한 다음과 같은 연립방정식을 형성한다.

$$\begin{bmatrix} w_9 & w_{10} & w_3 & w_4 \\ w_{11} & w_{12} & w_7 & w_8 \\ w_3 & w_4 & w_9 & w_{10} \\ w_7 & w_8 & w_{11} & w_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2^x \\ a_4^x \\ a_2^y \\ a_4^y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{xl1}^{in} + J_{xr1}^{in} \\ J_{xl2}^{in} + J_{xr2}^{in} \\ J_{yl1}^{in} + J_{yr1}^{in} \\ J_{yl2}^{in} + J_{yr2}^{in} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{b2}(\bar{L}_{z1}, b_{21}^x, b_{21}^y) \\ f_{b2}(\bar{L}_{z2}, b_{22}^x, b_{22}^y) \\ f_{b2}(\bar{L}_{z1}, b_{21}^x, b_{21}^y) \\ f_{b2}(\bar{L}_{z2}, b_{22}^x, b_{22}^y) \end{bmatrix} \tag{16}$$

두 방향에 대한 짝수항의 계수는 이 4x4 연립방정식의 해로써 결정된다. (14)식을 이용하면 짝수항의 계수로부터 상수항이 결정되므로 모든 미지 계수 계산이 완료되고 이에 따라 두 방향에 대한 일차원 중성자속 분포가 각각 정해진다. 이 중성자속 분포로부터 격자 평균 중성자속과 각 경계면에서의 외행 부분 중성자류를 결정하면 이들은 단일 격자 노달 계산의 최종 결과물이 된다. 이 결과를 대응 행렬 방식으로 표현하면 다음과 같다.

$$J_{out} = RJ_{in} \quad , \quad \bar{f} = \Phi J_{in}, \tag{17}$$

여기서 J_{in} 은 8 개의 원소(4 면 x 2 에너지군)로 이루어진 벡터이고, R 은 8x8 행렬, Φ 는 2x8 행렬이다.

3. 비선형 반복 계산 기법

위 절에서 유도된 단일 격자 노달해는 CMFD 계산에 필요한 격자간 연계 인자를 갱신하는데 사용된다. CMFD 계산은 각 격자간의 포괄적 연계성을 고려하여 새로운 격자 평균 중성자속 분포를 생산하는 기능을 담당한다. 새로이 갱신된 중성자속 분포는 다음 단계의 단일 격자 노달 계산의 입력 조건으로 사용된다. CMFD 계산과 단일 격자 노달 계산의 이러한 교차 계산의 해가 수렴할 때까지 계속되어야 한다. 이 절에서는 이 교차 계산의 수렴성을 증진시키는 방향으로 고안된 반복 계산 기법을 기술한다.

3.1 경계면 특성 보정 인자

(17)식에 의해 대표되는 단일 격자 노달해는 궁극적으로 경계면에서의 순중성자류를 쌍격자 평균 중성자속의 함수로 표시하는데 사용되어야 한다. 모든 격자에 대한 단일 격자 계산이 끝나면 모든 경계면에서의 외행 부분중성자류와 격자 평균 중성자속 갱신된다. 이 때 순중성자류는 경계면 좌우 격자에서 해당 경계면에 대해 구해진 외행 부분중성자류의 차이로써 구할 수 있다. 즉,

$$J = J_{out}^{r}\Big|_{L} - J_{out}^{l}\Big|_{R} . \tag{18}$$

여기서 $J_{out}^{r}\Big|_{L}$ 은 경계면 왼쪽 격자 (L)의 오른쪽 끝(r)에서의 외행 부분중성자류이고 $J_{out}^{l}\Big|_{R}$ 은 경계면 오른쪽 격자(R)의 왼쪽 끝(l)에서의 외행 부분중성자류이다. CMFD 계산에서의 순중성자류는 좌우 격자의 평균 중성자속의 함수로서 다음과 같이 표시되므로,

$$J = -\tilde{D}(\bar{f}_R - \bar{f}_L) - \hat{D}(\bar{f}_R + \bar{f}_L) . \tag{19}$$

(17)식을 사용하여 격자간 연계 보정인자를 다음과 같이 구한다.

$$\hat{D} = \frac{J_{out}^{r}\Big|_{L} - J_{out}^{l}\Big|_{R} - \tilde{D}(\bar{f}_R - \bar{f}_L)}{\bar{f}_R + \bar{f}_L} . \tag{20}$$

CMFD 계산은 (20)식에 의한 경계면 연계 보정 인자만 정의되면 수행될 수 있다. 그러나 CMFD 계산 결과인 중성자속 분포로부터 단일 격자 노달 계산의 입력인 인입 부분중성자류 결정하기 위해서 별도의 경계면 특성 보정인자가 필요하다. 여기에서는 별도의 경계면 특성 보정인자를 경계면 중성자속을 경계면 좌우의 격자 평균 중성자속의 함수로 다음과 표시할 수 있도록 정의한다.

$$f_s = a\bar{f}_R + (1-a)\bar{f}_R + b(\bar{f}_R + \bar{f}_L) . \tag{20}$$

이 식에서 a 는 순수 FDM 만을 적용했을 때 경계면 중성자속을 쌍격자 평균 중성자속의 가중평균으로 표시할 수 있는 가중치이고 b 가 바로 경계면 중성자속에 대한 보정인자 이다. 두 부분 중성자류의 합의 두 배가 경계면 중성자속이 됨에 착안하면 b 도 (20)식에서와 유사하게 한 경계면 대해 구해진 두 개의 외행 부분중성자류를 사용하여 결정할 수 있다. 즉,

$$b = \frac{2(J_{out}^{r}\Big|_{L} + J_{out}^{r}\Big|_{R}) - a\bar{f}_R - (1-a)\bar{f}_L}{\bar{f}_R + \bar{f}_L} . \tag{21}$$

(19)식과 (20)식을 사용하면 CMFD 계산에 의해 결정된 격자 평균 중성자속으로부터 순중성자류와 경계면 중성자속을 결정할 수 있고, 이 둘로부터 인입 부분중성자류를 계산할 수 있다. 한 예로, 한 노드의 왼쪽 경계면에서의 x 방향 인입 부분중성자류는 다음과 같이

결정된다.

$$J_{xl}^{in} = \frac{1}{4} f_{xl}^{s} + \frac{1}{2} J_{x}^{l} \tag{22}$$

여기서 f_{xl}^{s}는 CMFD 결과로부터 (20)식을 통해 결정된 그 경계면에서의 중성자속이고 J_{x}^{l}는 (19)식으로 결정된 순중성자류이다.

3.2 반복 계산 제어 방식

CMFD 계산과 단일 격자 노달 계산은 중성자속이 수렴할 때까지 반복적으로 교차 수행되어야 한다. 그림 1은 여기서 채택한 반복 계산 방식을 보여 준다. 이 그림에서는 경계면 특성 인자를 생산하고 이용하는 방식을 쉽게 확인할 수 있다. 여기에 제시된 반복 계산 제어 방식 중 특기할 것은 매 단일 격자 계산 후, 여기서 구해진 외행 부분중성자류를 사용해 인접한 격자의 인입 부분중성자류를 갱신하고, 이를 다음 단일 격자 계산에 사용한다는 점이다. 이 방식하에서는 4면의 인입 부분중성자류 중 반은 선행 단일 모드 계산에서 결정되고 나머지 반은 CMFD 결과만으로 결정된 값이 된다. 이러한 Gauss-Seidel 방식의 인입 부분중성자류 갱신 방식은 4 면에서 모두 CMFD 결과만으로 결정된 인입 부분중성자류 사용하는 Jacobi 방식에 우수한 수렴성을 제공한다. 4절에서는 이 두 방식의 수렴성을 비교한다.

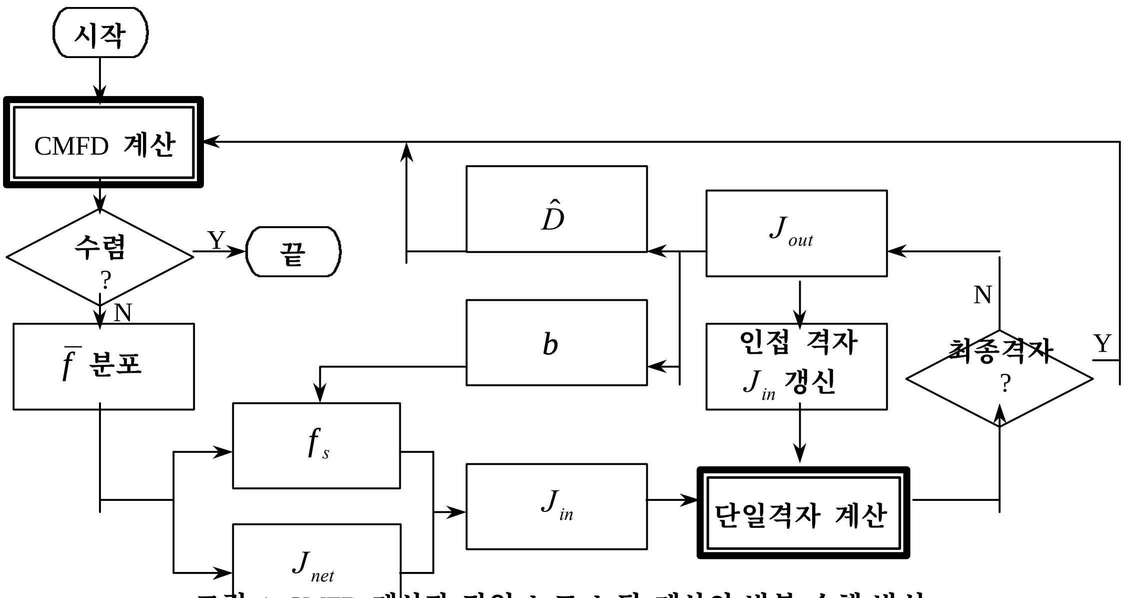

그림 1. CMFD 계산과 단일 노드 노달 계산의 반복 수행 방식

4. 단일 격자 해법의 시험 및 비교 평가

위에서 기술한 단일 노드에 대한 해석적 노달 해법과 비선형 반복 계산 기법은 단일 노드

기반의 비선형 노달 방법을 구성한다. 이 방법은 한국원자력연구소의 핵설계 코드인 MASTER 의 한 선택적 계산 방식으로 구현되었다. MASTER 코드에는 이미 쌍격자 기반의 비선형 노달 방법이 장착되어 있기 때문에 두 방법의 비교가 가능하다. 2 절에 기술한 유도 과정은 고유치 문제에 국한되어 있으나, 과도 계산 문제에도 거의 동일한 유도가 가능하다. 단지 하나의 중요한 차이는 축방향 누설항이 실제 축방향 누설항 뿐만 아니라 과도 선원을 포함해야 한다는 점이다. 이 과도 선원의 구성 내용은 참고 문헌 5 에 상세히 기술되어 있다. 고유치 계산 및 과도 계산에 있어서 단일 격자 해법의 효율성을 시험하기 위해 NEACRP A1 제어봉 이탈 사고 문제[6]를 대상으로 MASTER 계산을 수행하였다.

그림 2 에는 고유치 계산의 수렴성이 인입 중성자류의 갱신 방법을 달리한 두 개의 단일 격자 기반 노달 계산 경우 및 두 노드 기반 노달 계산의 경우에 대해 도시 되어 있다. 이 그림은 Jacobi 방식을 사용할 경우 해의 수렴성이 좋지 않고, 이에 따라 수렴되기까지 반복 계산 횟수가 다른 방식의 두 배 이상 됨을 보여준다. 반면, 여기서 채택한 Gauss-Seidel 식의 인입 부분 중성자류 갱신방식을 사용하면 단일 격자 기반 노달 계산의 수렴성이 쌍격자 기반의 노달 계산의 경우와 큰 차이가 없음을 확인할 수 있다. 그러나 그림 3 에 도시된 중성자속 오차의 감소 추이를 보면 단일 격자 사용의 경우 오차가 변화폭이 더 크고 오차의 감소율이 쌍격자 사용에 비해 작음을 알 수 있다. 이것은 경계면 연계 인자의 결정에 있어 쌍격자 노달 계산이 더 효과적임을 증명한다. 이 사실은 표 1 에 제시된 과도 상태에 대한 노달 계산 횟수에서도 나타난다. 즉, 단일 격자를 사용하는 경우 약 15% 정도 더 많은 노달 계산이 필요하다. 그럼에도 불구하고, 소요 계산 시간 측면에서는 두 방식이 큰 차이가 없는데 이는 단일 격자 계산 방식일 경우 단위 노달 계산 당 소요 시간이 작기 때문이다. 한편으로, 표 1 은 계산결과의 정확성 측면에서 두 계산 방식은 대등함을 확인시켜 준다.

5. 결론

이 논문에서는 쌍격자 노달 계산의 단점을 해결할 수 있는 대안으로서 단일 격자에 대한 노달해를 사용하는 방법을 제시하였다. 단일 격자해의 수렴성을 향상시키기 위해 여기서

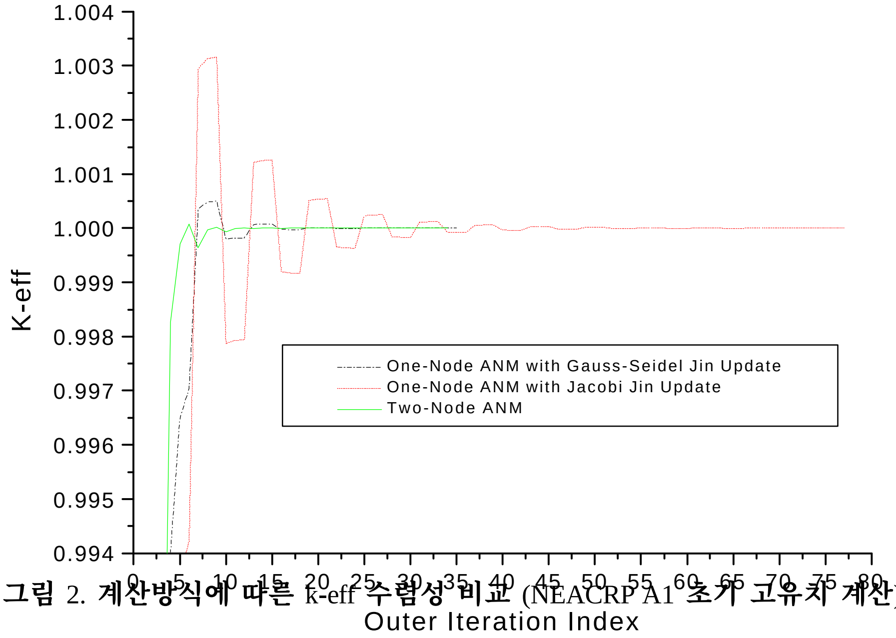

그림 2. 계산방식에 따른 k-eff **수렴성 비교** (NEACRP A1 **초기 고유치 계산**)

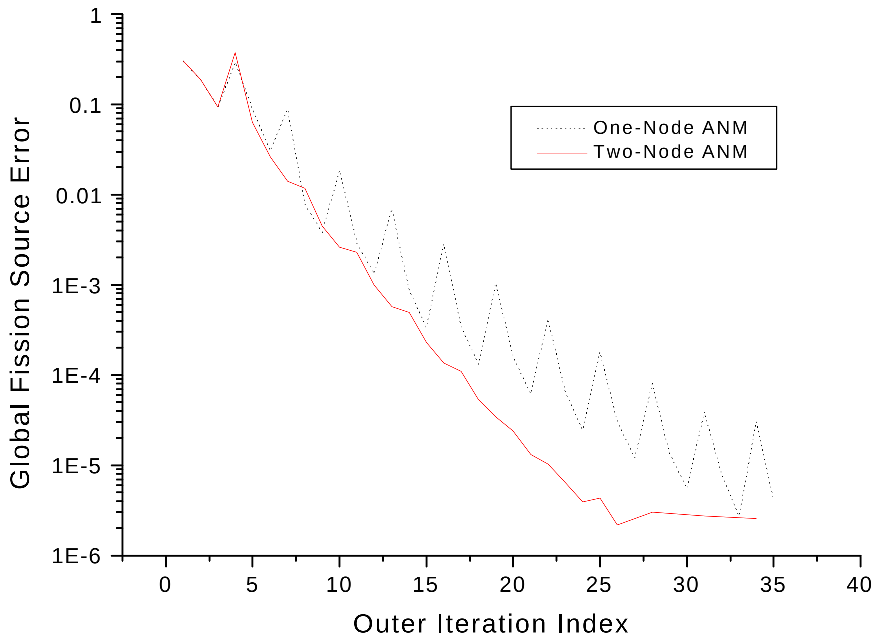

그림 3. 계산방식에 따른 중성자속 오차의 감소 추이 (NEACRP A1 **초기 고유치 계산**)

표 1. 단일 격자 및 쌍격자 노달 계산 방식의 주요 계산 결과 비교

	초기 정상 상태 계산		과도 계산	
	2-Node	1-Node	2-Node	1-Node
임계붕산농도 (ppm) /최대 노심 출력(%)	561.7	561.7	125.63	125.73
노달 계산 횟수	12	12	40	46
CMFD 계산 횟수	36	36	503	551
노달 계산 시간, 초	1.14	1.09	3.51	3.71
총 코드 수행 시간, 초	7.8		61.1	

도입된 특기할 방법은 반경 방향에 대한 두 일차원 중성자 확산 방정식을 연립 시켜 푸는 것이다. 단일 격자해에 기반한 비선형 반복 해법은 소격 격자 계산과 단일 격자 노달 계산간의 교차 계산으로 구성되는데, 단일 격자 노달 계산을 모든 노드에 대해 반복할 때, 해의 수렴성을 높이기 위해서는 Gauss-Seidel 식의 인입 중성자류의 갱신이 필수적인 것으로 밝혀졌다. 단일 격자해 방식을 고유치 계산과 과도 계산에 적용한 결과, 단일 격자해를 이용할 경우 수렴된 결과를 얻기 위한 노달 계산 횟수가 쌍격자 경우에 비해 다소 (약 15%) 증가하지만, 계산 시간 측면에서는 거의 동일한 것으로 나타났다.

감사의 글

본 연구는 과학기술부의 원자력 연구개발 사업의 일환으로 수행되었다.

참고 문헌

[1] K. S. Moon, *et. al.*, "Acceleration of the AFEN Method by Two-Node Nonlinear Iteration," *Proc. KNS Spr. Mtg*, Suwon, Korea, May 29-30, 1998, pp.87-92 (1998).

[2] Y. A. Chao, "A Theoretical Analysis of the Coarse Mesh Finite Difference Representation in Advanced Nodal Methods,"*Proc. Math. Comp. Reac. Phys. Env. Anal. Nucl. Appl.*, Madrid, Spain, Sept. 27-30, 1999, pp.117-126 (1999).

[3] H. G. Joo, G. Jiang, and T. J. Downar, "Stabilization Techniques for the Nonlinear Analytic Nodal Method,", *Nucl. Sci. Eng.,* **130**, 47 (1998).

[4] B. O. Cho, *et. al.*, "MASTER2.0: Multipurpose Analyzer for Static and Transient Effects of Reactors," *KAERI/TR-1211/99*, Korea Atomic Energy Research Institute (1999).

[5] H. G. Joo, *et. al.*, "A nonlinear Analytic Function Expansion Nodal Method for Transient Calculations," *Proc. KNS Spr. Mtg*, Suwon, Korea, May 29-30, 1998, pp.79-86 (1998).

[6] H. Finnemann and A. Galati, "NEACRP 3-D LWR Core Transient Benchmark: Final Specification,"

NEACRP-L-335, Rev. 1, OECD Nuclear Energy Agency (1992).