'2000 춘계학술발표회 논문집
한국원자력학회

# 연속체 손상 역학을 적용한 고온 불연속구조물의 수명예측

## Application of Continuum Damage Model to Life Prediction of Geometrically Nonlinear Structure in High Temperature

**윤삼손, 이순복**
**한국과학기술원**
**대전광역시 유성구 구성동** 373-1

**김종범, 이형연, 유봉**
**한국원자력연구소**
**대전광역시 유성구 덕진동** 150

### 요　약

**본 연구에서는 연속체 손상역학의 기본 개념을 제시하고 점소성 구성식을 유도하는 열역학적 접근법과 손상변수를 구성식에 도입하는 일관된 방법에 관하여 논하였다. 여러개의 상태 변수를 갖는 점소성 구성식을 범용 유한요소해석코드인** ABAQUS **에 적용하는 일반적인 적분방법을 개발하였다. 손상 변수가 도입된** Chaboche **점소성 구성식을 적용하여 고온 불연속 구조물의 구조해석을 수행하였으며 운전중에 발생한 손상의 분포를 도시하였으며 제안된 방법이 구조해석을 통한 수명예측에 적용성이 뛰어남을 확인하였다.**

### Abstract

In this investigation, the basic concept of continuum damage mechanics was described and the thermodynamic approach to derive the viscoplastic constitutive equations and the consistent method of introducing the damage variable into the viscoplastic constitutive equations are discussed. General viscoplastic constitutive laws with several state variables have been implemented in the general-purpose finite element code ABAQUS to predict the viscoplastic response of the structure subjected to a cyclic loading. The safety assessment for a geometrically nonlinear high temperature structure subjected to severe transient thermal and mechanical loading was carried out. Chaboche's viscoplastic model was adopted to describe the material behavior of 316 stainless steel at high temperature and modified to introduce the internal damage. The damage contour of the structure was illustrated and the efficiency of the proposed procedure was discussed.

## 1. 서　론

기계나 구조물의 파손을 해석하거나 예측하기 위해 지금까지 많은 분야의 연구가 이루어졌으며 그 중 파괴역학의 발전은 가장 돋보인다고 할 수 있다. 하지만 파괴 역학은 이미 존재하는 균열의 해석을 다루고 있기 때문에 균열 생성이 곧바로 파단에 직결되는 조건하에서 생기는 파괴를 예측하기에는 적당하지 않다. 따라서 그 이전의 단계, 즉 균열이 발생하기 전까지의 내부 손상이 발전하는 단계를 고려해야 한다. 지금까지 제시된 성공적인 접근 방법 중의 하나는 재료의 “가장 약한 연결부”를 통계학적으로 조사하는 Weibull’s theory 가 있다. 그러나 이 이론은 수학적으로 너무 복잡하여 실제 구조물에 적용하는데 여러 가지 어려움이 있는 것으로 알려졌다.

1958 년 Kachanov 에 의하여 발표된 재료 손상에 관한 모델은 산재된 공동의 영향을 손상변수를 이용하여 나타냄으로써 미소공동의 성장과 손상을 입은 재료의 거동을 모사하였다. 이 모델은 탄성, 소성 및 점소성 재료에 적용 가능하며 단축의 간단한 하중 조건뿐 아니라 다축의 복잡한 하중 조건에 대하여 모두 사용될 수 있다. 이러한 장점으로 내부 손상에 대한 모델과 손상 모델을 구조해석과 수명 예측에 적용하는 연구가 활발히 진행되고 있다.

본 연구에서는 재료의 점소성 거동과 함께 크립-피로 상호작용에 의한 수명의 급격한 감소를 고려하기 위하여 손상 역학의 기법을 도입하여 손상의 발전으로 인한 재료 물성의 변화를 구성 방정식에 포함시켰다. 이렇게 손상의 영향을 점소성 구성 방정식에 도입함으로써 손상에 의한 재료의 약화를 모사할 수 있게 하였으며 구조해석을 통한 구조물 전체의 손상분포를 관찰할 수 있게 하였다.

## 2. 본 론

### 2.1 손상의 정의

재료 내부에 산재되어 있는 미소균열 및 공동의 영향을 기계적 물리량으로 정의하기 위하여 Kachanov 는 손상 변수를 제안하였으며 단축하중이 작용하는 경우에는 다음과 같다.

$$\mathrm{D} = \frac{\mathrm{S_D}}{\mathrm{S}} \tag{1}$$

여기서 S 는 축방향에 수직한 단면적을 나타내며, $S_D$ 는 단면적 S 상에서 미소 균열이나 미소 공동이 차지하는 재료의 불연속부의 면적을 나타낸다. 한편 Rabotnov 는 유효 응력의 개념을 제안하였으며 단축의 경우에는 다음과 같이 정의하였다.

$$\tilde{\sigma} = \frac{F}{S - S_D} = \frac{F}{S\left(1 - {S_D}/{S}\right)} = \frac{\sigma}{1 - D} \tag{2}$$

여기서 F 는 축방향으로 작용하는 외부 인장 하중이다.

Lemaitre 의 변형률 등가원칙(Strain Equivalence Principle)에 의하면 손상을 입지 않는 재료의 변형량-응력 관계가 식(3)과 같을 때,

$$e = \mathrm{f}(s, k, \mathrm{T}) \tag{3}$$

손상 받은 동일한 재료의 변형율-응력 관계는 다음과 같다.

$$e = \mathrm{f}(\tilde{s}, k, \mathrm{T}) \tag{4}$$

여기서 κ는 재료의 내부 상태변수를, T 는 온도를 의미한다. 재료가 탄성변형을 하는 경우 손상을 입은 재료의 변형률은 다음과 같다.

$$e = \frac{1}{\mathrm{E}}\tilde{s} = \frac{1}{\mathrm{E}}\frac{s}{(1-\mathrm{D})} \tag{5}$$

이 때 유효 탄성계수를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\mathrm{E}^{e} = \mathrm{E}(1-\mathrm{D}) \tag{5}$$

이 식으로부터 손상 정도를 나타내는 변수, D 는 식(6)와 같이 정의된다.

$$\mathrm{D} = 1 - \frac{\mathrm{E}^{e}}{\mathrm{E}} \tag{6}$$

여기서 $\mathrm{E}^{e}$는 손상 받은 재료의 유효 탄성계수이며, E 는 손상 받지 않은 상태에서의 종탄성 계수이다. 따라서, $\mathrm{E}^{e}$ 와 E 을 측정함으로써 손상 정도를 정량화할 수 있다. 저주기 피로 시험의 경우 Fig. 1 에서와 같이 제하 시의 응력-변형율 관계에서 탄성 계수를 나타내는 기울기의 변화를 측정하여 손상의 발전을 정량화할 수 있다.

## 2.2 점소성 구성방정식

소성 변형과 크리프 변형과 같은 재료의 비가역 반응을 모사하기 위하여 열역학적 변수를 사용하여 비탄성 구성식을 유도할 수 있다. 재료의 거동을 모사하기 위하여 상태 포텐셜(state potential)를 정의한다. 이 상태 포텐셜은 연속적인 스칼라 함수이며 온도에 대해서는 오목(Concave)하고 다른 상태변수들에 대해서는 볼록(Convex)한 함수이며 원점을 포함한다. 대표적인 포텐셜 함수인 헬름홀즈 자유 에너지를 재료의 상태변수를 인자로 하는 상태 포텐셜 함수로 취하면 다음과 같다.

$$\varphi = \varphi(\varepsilon, \mathrm{T}, \varepsilon^{e}, \varepsilon^{p}, \mathrm{r}, \alpha, \mathrm{D}) \tag{7}$$

이 때 상태변수는 측정 가능한 변수와 측정이 불가능한 내부 변수로 구분할 수 있으며 상태 변수들과 연결변수들은 표 1 에 정리되어 있다.

표 1. Thermodynamic variables[(1)]

| State variable | | | | Associated variables | |
|---|---|---|---|---|---|
| Observable | | Internal | | | |
| $\varepsilon$ | Strain | | | $\sigma$ | Stress |
| T | Temperature | | | S | Entropy |
| | | $\varepsilon^{e}$ | Elastic strain | $\sigma$ | Stress |
| | | $\varepsilon^{p}$ | Plastic strain | $-\sigma$ | Stress |
| | | r | Accumulated plastic strain | R | Drag stress |
| | | $\alpha$ | Back strain tensor | X | Back stress |
| | | D | Damage | Y | Damage dissipated energy density |

고전적인 샤보시 모델의 경우 상태 포텐셜은 다음과 같이 정의된다.

$$\varphi = \frac{1}{\rho}\left[\frac{1}{2}\mathrm{a}_{ijkl}\varepsilon_{ij}^{e}\varepsilon_{kl}^{e} + \mathrm{R}_{\infty}\left(\mathrm{r} + \frac{1}{\mathrm{b}}\exp(-\mathrm{br})\right) + \frac{\mathrm{X}_{\infty}\gamma}{3}\alpha_{ij}\alpha_{ij}\right] \tag{8}$$

이 경우 연결변수(Associated variables)들은 상태 포텐셜을 상태변수에 대한 편미분으로 정의된다.

$$\sigma_{ij} = \rho \frac{\partial \varphi}{\partial \varepsilon_{ij}} = a_{ijkl} \varepsilon^{e}_{kl} \tag{9}$$

$$R = \rho \frac{\partial \varphi}{\partial r} = R_{\infty} \left[ 1 - \exp(-br) \right] \tag{10}$$

$$X_{ij} = \rho \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha_{ij}} = \frac{2}{3} X_{\infty} \gamma \alpha_{ij} \tag{11}$$

연결변수와 상태변수의 관계를 상태 포텐셜을 이용하여 정의하였고 다시 상태변수의 발전식(kinetic equation)을 규정하기 위하여 다시 소실 포텐셜(potential of dissipation)을 정의한다. 이 소실 포텐셜 역시 연속인 스칼라 함수이고 변수에 대하여 항상 볼록한 함수이다.

$$F = F(\sigma, R, X, Y; \varepsilon^{e}, r, \alpha, D) \tag{12}$$

이 소실 포텐셜의 변수중에서 ‘ ; ’ 앞의 인자인 $s, R, \mathbf{X}, Y$ 는 독립변수이고 $e^{e}, r, a, D$ 는 매개변수이다. 매개변수의 발전식(kinetic equation)은 일반적으로 수직 법칙(normality rule)에 의하여 정의된다.

$$\dot{e}^{p} = \frac{\partial F}{\partial s} \dot{\lambda} \tag{13}$$

$$\dot{r} = -\frac{\partial F}{\partial R} \dot{\lambda} \tag{14}$$

$$\dot{a} = -\frac{\partial F}{\partial \mathbf{X}} \dot{\lambda} \tag{15}$$

이 방정식들에 속해있는 승수(multiplier) $\dot{\lambda}$ 는 음이 아닌 수이며 추가적인 조건에 의하여 정의되는 값이다. 식(13) ~ 식(15)가 점소성 혹은 탄소성 구성식으로 불리는 비탄성 구성식이 된다.

소실 포텐셜(dissipation potential)에서 연관되는 변수들은 표 2 에 정리하였다.

표 2. Dissipative variables[(1)]

| Flux variables | Dual variables |
|---|---|
| $\dot{e}^{p}$ | $s$ |
| $-\dot{r}$ | $R$ |
| $-\dot{a}$ | $\mathbf{X}$ |
| $-\dot{D}$ | $-\overline{\mathbf{Y}}\ (= \mathbf{Y})$ |
| $\vec{q}$ | $-\dfrac{\mathrm{gr\vec{a}dT}}{T}$ |

고전적인 Chaboche Model 의 경우 소실 포텐셜을 다음과 같이 정의된다.

$$F = J_2(\sigma - \mathbf{X}) - R - \sigma_y + \frac{3}{4X_{\infty}} \mathbf{X} : \mathbf{X} \tag{16}$$

$$\dot{\varepsilon}_p = \frac{\partial F}{\partial \sigma} \dot{\lambda} = \frac{3}{2} \dot{\lambda} \frac{\sigma' - X'}{J(\sigma - X)} \tag{17}$$

$$\dot{r} = -\frac{\partial F}{\partial R} \dot{\lambda} = \dot{\lambda} \tag{18}$$

$$\dot{a} = \dot{e}_p - \frac{3}{2X_\infty}\mathbf{X}\dot{\lambda} \tag{19}$$

상태 포텐셜에서 구한 상태변수와 연결변수의 관계를 이용하여 상태변수의 발전식을 유도할 수 있다.

$$\dot{R} = b(Q - R)\dot{p} \tag{20}$$

$$\dot{\mathbf{X}} = \frac{2}{3}C\dot{e}_p - \gamma(p)\mathbf{X}\dot{p} \tag{21}$$

탄소성 구성식의 경우 항복함수는 식(22)와 같고 일치화 조건과 식(17), (20), (21)을 연립하여 승수 $\dot{\lambda}$를 구할 수 있다.

$$f = J_2(\sigma - X) - R - k \tag{22}$$

점소성 구성식의 경우 승수 $\dot{\lambda}$는 다음과 같이 직접 정의된다.

$$\dot{\lambda} = \dot{p} = \left\langle \frac{J(\sigma - X) - R - k}{K} \right\rangle^n \tag{23}$$

### 2.3 손상이 도입된 점소성 구성방정식

열역학적으로 보면 재료의 내부 손상은 또 하나의 비가역적 반응으로 새로운 상태 변수 D와 연결변수 Y를 사용하여 손상을 구성식에 도입하게 된다. 손상을 받는 재료의 경우, 상태 포텐셜은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\varphi = \frac{1}{\rho}\left[\frac{1}{2}(1-D)a_{ijkl}\varepsilon_{ij}^e\varepsilon_{kl}^e + R_\infty\left(r + \frac{1}{b}\exp(-br)\right) + \frac{X_\infty\gamma}{3}\alpha_{ij}\alpha_{ij}\right] \tag{24}$$

연결 변수들의 정의는 다음과 같다.

$$\sigma_{ij} = \rho\frac{\partial\varphi}{\partial\varepsilon_{ij}} = a_{ijkl}\varepsilon_{kl}^e(1-D) \tag{25}$$

$$R = \rho\frac{\partial\varphi}{\partial r} = R_\infty[1 - \exp(-br)] \tag{26}$$

$$X_{ij} = \rho\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha_{ij}} = \frac{2}{3}X_\infty\gamma\alpha_{ij} \tag{27}$$

$$\overline{Y} = \rho\frac{\partial\varphi}{\partial D} = -\frac{1}{2}a_{ijkl}\varepsilon_{ij}^e\varepsilon_{kl}^e \tag{28}$$

손상을 고려하는 경우에는 손상에 의한 소실 포텐셜 $F_D$를 더하여 소실 포텐셜은 다음과 같이 정의한다.

$$F = J_2(\tilde{s} - \mathbf{X}) - R - \sigma_y + \frac{3}{4X_\infty}\mathbf{X}:\mathbf{X} + F_{\mathbf{D}} \tag{29}$$

앞에서와 동일한 과정으로 상태변수의 발전식을 유도할 수 있다.

$$\dot{\varepsilon}_p = \frac{\partial F}{\partial\sigma}\dot{\lambda} = \frac{3}{2}\frac{\tilde{\sigma}' - X'}{J(\tilde{\sigma} - X)}\frac{\dot{\lambda}}{1-D} \tag{30}$$

$$\dot{R} = b(Q - R)\dot{\lambda} \tag{31}$$

$$\dot{\mathbf{X}} = \left[\frac{2}{3}C\dot{e}_p(1-D) - \gamma(p)\mathbf{X}\dot{\lambda}\right] \tag{32}$$

$$\dot{\lambda} = \dot{p}(1-D) \tag{33}$$

그리고 추가적으로 손상의 발전식을 다음과 같이 정의한다.

$$\dot{\mathrm{D}} = -\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial \overline{\overline{\mathbf{Y}}}}\dot{\lambda} \tag{34}$$

**2.4 손상 발전식**

손상에 의한 소실 포텐셜은 손상의 기본적 성질과 미소역학적 해석을 기초로 하여 다음과 같은 손상 소실 포텐셜을 정의할 수 있다[1].

$$\mathrm{F_D(Y;(r,D))} = \frac{\mathrm{Y}^2}{\mathrm{2S(1-D)}}\mathrm{H(r-p_D)} \tag{35}$$

손상의 발전식은 식 (34)에 의해서 다음과 같이 유도된다.

$$\dot{\mathrm{D}} = \frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{S}}\dot{\mathrm{p}}\mathrm{H}\left(\mathrm{p} - \mathrm{p_D}\right) \tag{36}$$

$$\mathrm{Y} = \frac{\sigma_{\mathrm{eq}}^2 \mathrm{R}_\nu}{2\mathrm{E}(1-\mathrm{D})^2} \tag{37}$$

$$\mathrm{R}_\nu = \frac{2}{3}(1+\nu) - 3(1-2\nu)\left(\frac{\mathrm{E}\varepsilon_{\mathrm{H}}}{\sigma_{\mathrm{eq}}}\right)^2 \tag{38}$$

p 는 누적 소성변형률, $p_D$ 는 손상이 발생하기 시작하는 시점의 누적 소성변형률의 임계값이고 H 는 Heaviside function 을 의미한다. 즉 손상 발전속도는 소성 변형률이 소성변형률 임계값(Plastic strain threshold) 이상일 때 발전하며 탄성변형율 에너지 밀도 방출률 (Elastic Energy density release rate)과 누적 소성변형율 속도(Accumulated plastic strain rate)에 비례하며 이 비례한계는 손상의 임계 값까지이다.

균열 생성의 조건은 식(39)와 같이 손상이 특정 임계값에 도달할 때를 의미한다.

$$\mathrm{D} = \mathrm{D_C} \tag{39}$$

여기서 $D_C$는 손상의 최대 임계값이며 온도에 따른 재료 상수이다.

반복 하중이 가해지는 경우 초기에는 비탄성 변형이 내부 미소 균열(microcrack)을 발생시키고, 누적 소성변형량이 커지면서 미소 균열이 성장하고 재료의 거동에 영향이 미치게 된다. Fig. 2 는 표 3 에 정리된 손상이 결합된 Chaboche 점소성 구성식을 이용하여 저주기 피로를 모사한 것으로 재료의 거동이 안정화된 후 누적 소성변형률의 크기가 일정 값에 이르면 손상의 발전이 나타남을 보여 주고 있다. Fig. 3 은 변형률 범위가 일정한 저주기 피로 시험에서 초기의 변형률 경화에 의해 응력 범위가 증가하다가 일정한 영역에 이른 후, 손상에 의해 응력 범위가 감소되는 것을 나타낸 것이고, Fig. 4 는 손상의 영향으로 제하시 기울

기의 변화는 물론 응력 범위가 감소하는 경향을 보여주고 있다.

표 3. 손상이 결합된 Chaboche 점소성 구성식[1]

| 상태변수 | 정 의 |
|---|---|
| 유효 응력 | $\tilde{\sigma}_{ij} = \dfrac{\sigma_{ij}}{1-D}$ |
| 소성 변형률 속도 | $\dot{\varepsilon}^{p}_{ij} = \dfrac{3}{2}\dfrac{\tilde{\sigma}'_{ij} - X'_{ij}}{(\tilde{\sigma}' - X')_{eq}}\dot{p}$ |
| 등방성 경화 | $\dot{R} = b(R_{\infty} - R)(1-D)\dot{p}$ |
| 방향성 경화 | $\dot{X}'_{ij} = \gamma(1-D)\left[\dfrac{2}{3}X_{\infty}\dot{\varepsilon}^{p}_{ij} - X'_{ij}\dot{p}\right]$ |
| 손상 발전식 | $\dot{D} = \dfrac{Y}{S}\dot{p}H(p - p_D)$ <br> $Y = \dfrac{\sigma^2_{eq}R_{\nu}}{2E(1-D)^2}$ $R_{\nu} = \dfrac{2}{3}(1+\nu) - 3(1-2\nu)\left(\dfrac{E\varepsilon_H}{\sigma_{eq}}\right)^2$ |
| 등가 소성변형률 속도 | $\dot{p} = \left(\dfrac{(\tilde{\sigma}' - X')_{eq} - R - \sigma_y}{K}\right)^N H\left((\tilde{\sigma}' - X')_{eq} - R - \sigma_y\right)$ |

## 3. GMR 적분법을 이용한 구성식의 적분

비탄성 구성식의 기본적인 가정은 변형률을 성분별로 분리할 수 있다는 것이다. 즉 전체 변형률을 식 (40)과 같이 탄성 변형률, 열변형률, 비탄성 변형률로 분리할 수 있다는 것이다.

$$\dot{e} = \dot{e}_e + \dot{e}_{th} + \dot{e}_{in} \tag{40}$$

탄성 변형률과 열 변형률은 일반적으로 식 (41)~(42)와 같은 선형식으로 정의된다.

$$\dot{e}^{e} = \frac{1+\nu}{E}\dot{\tilde{s}} - \frac{\nu}{E}\mathrm{Tr}\left[\dot{\tilde{s}}\right]\mathbf{I} \tag{41}$$

$$\dot{e}^{th} = \gamma\dot{T}\,\mathbf{I} \tag{42}$$

여기서 E 와 $\nu$는 각각 영계수와 포아송비이며, g는 열팽창계수를 의미한다. 식 (40)~(42)을 정리하면 응력 변화율에 관한 식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{s} &= (1-D)\mu\,\mathrm{tr}\left[\dot{e} - \dot{e}^{p}\right]\mathbf{I} + (1-D)\lambda\left(\dot{e} - \dot{e}^{p}\right) \\ &\quad - (1-D)\gamma(\mu + 3\lambda)\dot{T}\mathbf{I}\end{aligned} \tag{42}$$

여기서 *l*와 *m*는 Lame 의 상수이다.

식 (42)와 표. 3 에 정리되어 있는 구성식을 정리하면 구성식은 응력의 발전식와 일반적인 상태변수 $\xi$ 의 발전식으로 정리할 수 있다.

$$\dot{\sigma} = \mathbf{G}(s, x, T) \tag{43}$$

$$\dot{x} = \mathbf{H}(s, x, T) \tag{44}$$

손상이 결합된 Chaboche 점소성 구성식의 경우 상태변수 $\xi$는 $(\mathbf{X}, \mathrm{R}, \mathrm{D})$ 의 요소를 갖는 벡터가 된다.

### 3.1 구성식의 선형화

점소성 구성식은 여러 변수들이 복잡하게 얽혀있는 다원 일차 미분방정식의 형태를 갖는다. 이것을 수학적으로 간략히 표현하면 식 (45)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{f}(\mathbf{y}, t) \tag{45}$$

평형 방정식의 계산에 내연적 방법을 사용하는 ABAQUS 와 같은 유한요소 해석 코드의 경우 접선 강성 행렬이 필요하게 되는데 이 행렬은 적분 계산과정과 일관되게 구해야 한다. 이러한 이유로 비탄성 구성식의 적분은 오일러 법과 같은 선형화 방법을 사용한다.

식 (45) 형태의 미분방정식에 초기 상태의 변화율과 나중 상태의 변화율을 이용하여 변수의 증분을 계산하는 GTR(generalized trapezoidal rule)을 적용한 경우 변수의 증분은 식 (46)와 같이 구할 수 있다.

$$\Delta\mathbf{y} = \left[(1-\theta)\mathbf{f}(\mathbf{y}_{\mathrm{t}}, \mathrm{t}) + \theta\mathbf{f}(\mathbf{y}_{\mathrm{t}+\Delta\mathrm{t}}, \mathrm{t}+\Delta\mathrm{t})\right]\Delta\mathrm{t} \tag{46}$$

초기 상태 변수에 변수의 증분을 더하면 최종상태의 상태변수를 구할 수 있다.

$$\mathrm{y}_{\mathrm{t}+\Delta\mathrm{t}} = \mathrm{y}_{\mathrm{t}} + \left[(1-\theta)\,\mathrm{f}(\mathrm{t}, \mathrm{y}_{\mathrm{t}}) + \theta\,\mathrm{f}(\mathrm{t}+\Delta\mathrm{t}, \mathrm{y}_{\mathrm{t}} + \Delta\mathrm{y})\right]\Delta\mathrm{t} \tag{47}$$

여기서 $\theta$는 0 에서 1 사이의 임의의 수이며 $\mathbf{y}_{\theta} = \mathbf{y}_{\mathrm{t}} + \theta\Delta\mathbf{y}$ 이다.

식(43), (43)를 식 (47)와 같이 선형화시켜 증분을 구할 수 있다.

$$\Delta\sigma = [(1-\theta)\mathbf{G}_{\mathrm{t}} + \theta\mathbf{G}_{\mathrm{t}+\Delta\mathrm{t}}]\Delta\mathrm{t} \tag{48}$$

$$\Delta\xi = [(1-\theta)\mathbf{H}_{\mathrm{t}} + \theta\mathbf{H}_{\mathrm{t}+\Delta\mathrm{t}}]\Delta\mathrm{t} \tag{49}$$

여기서 $\mathrm{G}_{\mathrm{t}} = \mathrm{G}(\mathrm{s}_{\mathrm{t}}, \xi_{\mathrm{t}}, \mathrm{T}_{\mathrm{t}})$, $\mathrm{G}_{\mathrm{t}+\Delta\mathrm{t}} = \mathrm{G}(\mathrm{s}_{\mathrm{t}+\Delta\mathrm{t}}, \xi_{\mathrm{t}+\Delta\mathrm{t}}, \mathrm{T}_{\mathrm{t}+\Delta\mathrm{t}})$ 를 의미한다.

초기 상태변수에 상대변수의 증분을 더하면 최종 상태변수를 구할 수 있다.

$$\mathrm{s}_{\mathrm{t}+\Delta\mathrm{t}} = \mathrm{s}_{\mathrm{t}} + \left[(1-\theta)\mathbf{G}_{\mathrm{t}} + \theta\mathbf{G}_{\mathrm{t}+\Delta\mathrm{t}}(\mathrm{s}_{\mathrm{t}+\Delta\mathrm{t}}, \xi_{\mathrm{t}+\Delta\mathrm{t}}, \mathrm{T}_{\mathrm{t}+\Delta\mathrm{t}})\right]\Delta\mathrm{t} \tag{50}$$

$$\xi_{\mathrm{t}+\Delta\mathrm{t}} = \xi_{\mathrm{t}} + \left[(1-\theta)\mathbf{H}_{\mathrm{t}} + \theta\mathbf{H}(\mathrm{s}_{\mathrm{t}+\Delta\mathrm{t}}, \xi_{\mathrm{t}+\Delta\mathrm{t}}, \mathrm{T}_{\mathrm{t}+\Delta\mathrm{t}})\right]\Delta\mathrm{t} \tag{51}$$

여기서 중간점의 변형률과 온도는 주어진 변형률 증분($\Delta\mathrm{e}$)과 온도 증분($\Delta\mathrm{T}$)에 의하여 다음과 같이 정의된다.

$$\mathrm{e}_{t+\Delta t} = \mathrm{e}_{t} + \Delta\mathrm{e} \tag{52}$$

$$T_{t+\Delta t} = T_{t} + \theta\Delta T \tag{53}$$

결과적으로 선형화된 식 (50)~(51)에서 $\sigma_t, x_t$ 는 이미 알고 있는 값이므로 미지수는 $\sigma_{t+\Delta t}$, $x_{t+\Delta t}$ 이 되어 비선형방정식이 연립된 형태로 전환된다.
비선형 연립방정식의 해법은 다양하게 제시되어 있으나 본 연구의 목적상 임의의 비탄성 구

성식의 적분을 수행할 수 있는 범용성을 갖는 뉴톤 방법을 사용하였으며 초기값이 해와 차이가 클 경우에 발산하는 뉴톤 방법의 단점을 보완하기 위하여 선 추적(Line search) 기법을 결합시켜 초기값에 무관하게 해에 접근하는 방법을 사용하였다. 이에 대한 자세한 설명은 참고문헌에 잘 정리되어 있다.[2]

### 3.2 ABAQUS 와의 연결

UMAT 모듈에 의하여 비탄성 구성식의 계산이 이루어지고 ABAQUS 에서 평형 방정식을 계산하게 된다. 작성된 프로그램은 변형률 증분, 온도 증분, 변형 경사텐서(deformation gradient tensor)등을 ABAQUS 에서 넘겨 받은 후 이에 해당하는 응력 및 상태변수의 변화와 접선 강성 행렬을 계산하여 ABAQUS 에 다시 넘겨주는 역할을 수행한다.[3] 계산 과정은 대변형을 고려하기 위하여 Jaumann Rate 를 이용하여 상태 변수들의 강체 회전(Rigid Body Rotation)을 고려한다. 그리고 외연적 방법으로 예측을 수행하여 이 값으로부터 최종점($t+\Delta t$)에서 식 (50)과 식 (51)이 만족되는지 점검한다. 만약 만족하지 않으면 내연적 방법을 통한 보정 계산을 수행하여 식 (50)과 식 (51)을 만족시키는 상태 변수를 결정한다.[4]

## 4. Y-구조물의 크리프-피로 손상평가

본 연구에서는 대표적인 고온 불연속구조물로서 Y-형태의 구조물을 선정하였고 이는 고온 운전환경을 갖는 일본의 액체금속로에서 사용된 바 있다. 이 구조를 예제로 선정한 이유는 모델링이 용이하고 또한 구조물의 반응을 예측하기 쉽기 때문이었고 액체금속로의 운전환경과 해석조건은 실제 운전환경과 정확히 일치하지는 않지만 실제환경과 최대한 근사하도록 모델링하였다. Y-구조물의 열천이 하중에 대한 열전달 해석과 비탄성 열응력 해석을 수행하였다.

### 4.1 열전달 해석

고온 Y-구조물의 열응력을 해석하기 위해서는 우선 정확한 열전달 해석이 선행되어야 한다. 일반적으로 열응력은 구조물 내의 비선형적인 온도 구배를 갖거나 혹은 변형을 구속하는 외부조건에 의하여 발생한다. 변형과 온도분포는 상호 의존적 관계를 갖고 있지만 급속한 금속가공과 같이 변형과 온도분포가 밀접히 연계되는 일부 경우를 제외하고는 열전달 해석과 열응력 해석을 분리하여 수행하여도 공학적으로 큰 오차가 없는 것으로 알려져 있다. 따라서 본 연구에서는 열전달 해석과 열응력 해석을 분리하여 수행하였다.

Fig. 5 는 해석을 수행한 Y-구조물의 개략도 및 하중조건을 나타내었다. 특히 액체금속로의 원자로 용기에는 내부에 고온의 액체금속, 소듐과 불활성 기체인 아르곤 가스가 존재하고 있고, 고온의 소듐과 직접적인 접촉을 피할 수 있도록 열소매 구조로 설계되어 있다. 용기내의 소듐은 Fig. 6 과 같이 기동-운전-정지 조건에 따라 250°C 에서 550°C 사의의 온도에서 운전됨으로써 용기벽에 열적 충격을 가하게 된다. 그러므로 Y-구조물의 왼쪽 경계선을 따라 소듐의 대류 열전달에 의한 열천이 하중이 가해지고, Y-구조물의 접합부에 존재하고 있는 아르곤 가스에 의하여 전도에 의한 열전달과 복사에 의한 열전달이 발생하게 된다.

해석에 사용된 요소는 축대칭 8 절점 요소이며 Y-구조물과 아르곤 가스 층을 모델링하였

다. 실제적으로 아르곤 가스에 의한 전도 열전달과 왼쪽 벽과 오른쪽 벽의 온도차에 의한 복사 열전달을 전도 열전달에 포함시킨 등가 열전달 계수를 사용하여 해석하였다. 해석에 사용된 316 스테인레스강과 아르곤 가스층의 열 물성치들은 표 4 의 값을 사용하였다. Y-구조물의 왼쪽 벽 경계선으로 작용하는 소듐의 열전달 계수는 5.833*$10^{-3}$ J/$mm^2$ ºC sec 를 사용하였고 오른쪽 벽으로는 단열조건을 부가하였다.

열전달 해석을 수행하여 기동과 정지 시에서의 온도분포를 Fig. 7 에 나타내었다. Fig. 7 은 정지시의 온도분포를 나타낸 것으로 대류 열전달에 의하여 비교적 빠르게 열전달이 이루어짐을 알 수 있었고, 또한 아르곤 가스층으로의 열전달보다도 Y-구조물 자체의 열전달이 빠르게 진행됨을 알 수 있었다. 한편 기동 시와 정지 시에 발생하는 온도분포로부터 비교적 온도구배가 크게 나타나는 접합부 부분에서 열응력이 크게 발생할 것임을 예측할 수 있었다.

### 4.2 열응력 해석

열전달 해석으로 얻어진 온도분포 해석 결과를 이용하여 Y-구조물의 열응력 해석을 수행하였다. 손상이 결합된 점소성 구성방정식을 사용하였으며 개발한 ABAQUS 부프로그램을 적용하여 비탄성 열응력 해석을 수행하였다. 해석에 사용된 상수는 표 5 와 표 6 의 값을 사용하였다.

Fig.8 은 접합부 부근의 333 번 요소에서의 응력 이력을 나타낸 것으로 반경 방향의 응력이 가장 큰 것으로 나타났다. Fig. 9 는 반경방향의 응력-변형률 곡선을 나타낸 것으로 크립 현상과 응력이완 현상이 잘 관찰된다. 하지만 전체 변형률에서 열 변형률을 제거하면 Fig. 10 과 같은 전형적인 응력-변형률 곡선의 모습이 보이게 되는데 중간부분의 꺽어지는 점이 바로 크리프 변형에 의한 응력 이완을 나타내고 있다. Fig.11 은 접합부 부근의 손상 분포를 나타내고 있으며 색깔이 다른 지점이 바로 333 번 요소이다. 따라서 구조물의 손상의 분포를 바로 관찰할 수 있었으며 Y-구조물의 취약부위의 수명을 쉽게 예측할 수 있다. 바로 취약부 요소의 손상 발전 이력을 나타내는 Fig. 12 를 통하여 기동-운전-정지 하중을 거치는 동안 재료내에 누적되는 손상의 효과를 관찰할 수 있다. 기동-운전-정지의 한 주기가 100 회 가해진 후에 누적된 손상은 0.005 이며 임계 손상에 이르는 반복수는 $10^4$cycle 이다.

손상 결합 구성식을 사용한 비탄성 해석을 수행한 결과 구조물의 손상 분포가 곧바로 계산되어지므로 추후에 크립 손상과 피로 손상을 구하기 위한 복잡한 계산과정을 거치지 않고 구조물 전체의 손상 정도를 추정할 수 있게 된다. ASME Code Section III Subsection NH 의 경우 피로 손상과 크립 손상을 계산하기 위하여 응력이 크게 작용하는 특정 부위를 선정해야 하고 해석에서 얻어진 응력-변형율의 비연속적인 결과를 이용한다. 따라서 실제로 구조물의 가장 취약한 부위를 정확히 알기 위해서는 여러 번의 반복과정을 거쳐야 한다는 어려움이 있다. 또한 손상을 입게 되면서 생기는 급격한 수명의 감소를 고려하지 않기 때문에 발생하는 해석의 불확실성이 수명 예측에 큰 영향을 주게 된다. 따라서 손상을 고려한 수명 예측은 앞의 비탄성 해석과 같은 계산시간을 필요로 하면서 재료의 비탄성 변형과 재료의 약화 그리고 곧바로 수명을 예측할 수 있는 장점이 있다.

## 5. 결 론

- 점소성 구성식을 유도하는 열역학적 접근법과 손상변수를 구성식에 도입하는 일관된 방법을 사용하여 손상을 고려한 구성식을 구성하였다.

- 손상을 고려한 구성 방정식을 상용 유한요소 프로그램 ABAQUS의 사용자 정의 부프로그램인 UMAT에 적용하여 범용적인 구조 해석에 사용할 수 있게 하였다.
- 재료의 거동에 의한 손상의 발전 양상을 구성 방정식에 포함시켜서 고온 구조물의 수명을 예측할 수 있게 되었다. 이것은 기존의 선형 손상 누적법칙과 비교하여 사용의 편리성과 적합성이 우수함을 확인하였는데 이는 앞으로 시험을 수행한 결과와 비교 검증이 필요하다.

## 참고 문헌


1. J.Lemaitre, "A Course on Damage Mechanics," Springer-Verlag, 1992
2. *Numerical recipes in Fortran*, 1992, Cambridge Press.
3. ABAQUS, *User's manual*, Version 5.4, 1995, HKS, USA.
4. Samson Youn, Soon-Bok Lee, Jong Bum Kim, Hyeong-Yeon Lee, Bong Yoo, "Implementation of visco-plastic constitutive equations into the finite element code ABAQUS," Proceedings of the Korean Nuclear Society, '98 Autumn, 1998.
5. J.Lemaitre and J.L.Chaboche, Mechanics of solid materials, Cambridge University Press,1990


표 4. 스테인레스 강과 아르곤 가스층의 열적 상수값

| 재료 | 밀도(kg/mm$^3$) | 비열(J/kg$^o$C) | 열전도도(J/sec mm$^3$) |
|---|---|---|---|
| 316 스테인래스 강 | 8.e-6 | 500 | 21.5e-3 |
| 아르곤 가스 | 1.78e-9 | 522.1 | 1.3318e-3 |

표 5. Material parameters of the Chaboche model for the 316 stainless steel [4]

| Material | T( C$^o$) | N | K | $\sigma_y$ | $X_o$ | $\gamma$ | Q | b |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 316 stainless steel | 600 | 12 | 150 | 6 | 82.67 | 300 | 80 | 10 |

표 6. Elastic properties and Material parameters of the Damage evolution equation for the 316 stainless steel [3]

| Material | E (MPa) | $\nu$ | T(C$^o$) | S (MPa) | $\varepsilon_{pD}$ | $D_{1C}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 316 Stainless Steel | 140,000 | 0.32 | 600 | 0.2 | 0.0 | 0.5 |

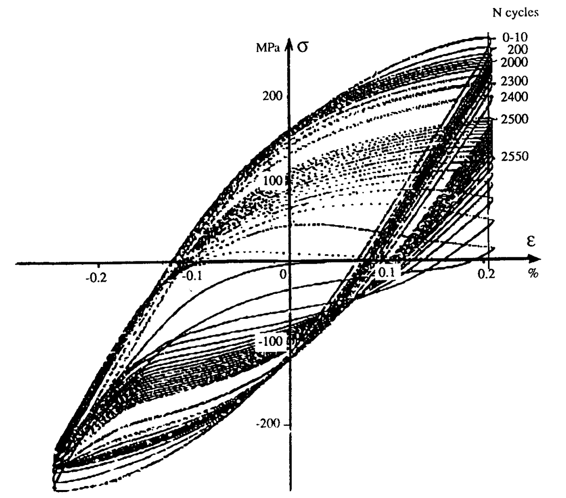


Fig. 1 Low cycle fatigue stress-strain pattern for AISI 316 L

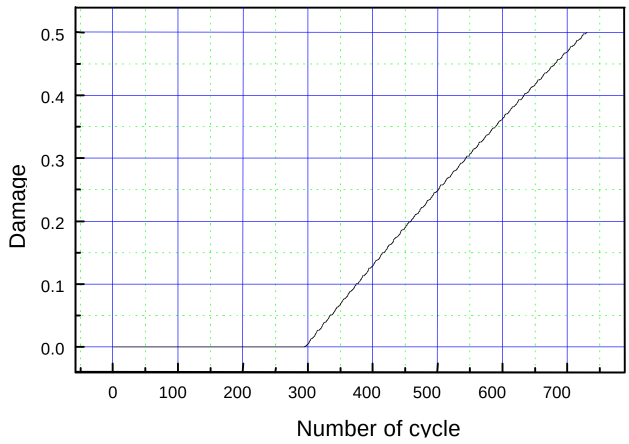


Fig. 2. Damage evolution at low cycle fatigue testing

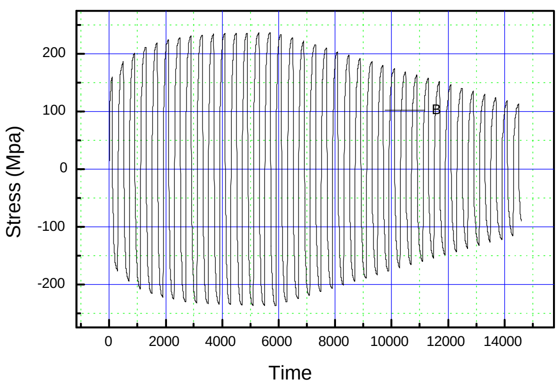


Fig.3 Effect of Damage evolution to the material behavior: time versus stress range

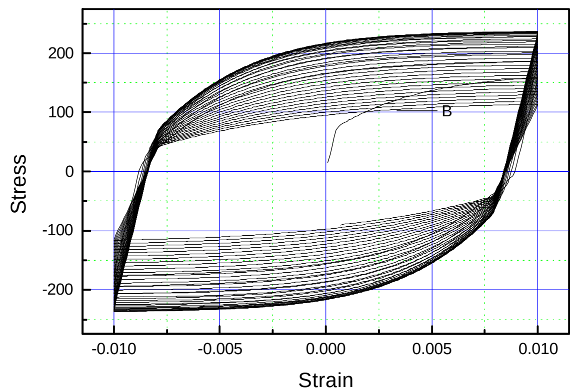


Fig. 4 Effect of Damage evolution to the material behavior; stress-strain curve involving damage

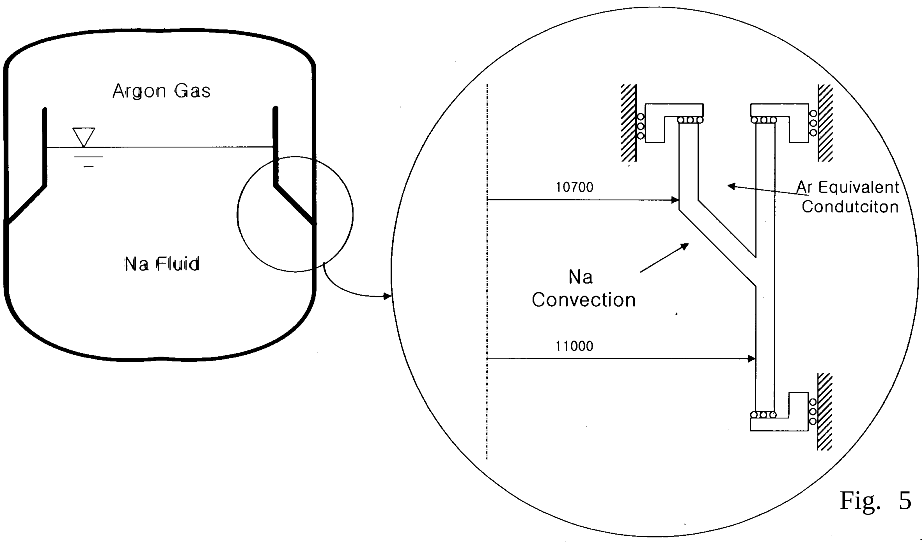


Fig. 5 액체금속로의 용기(vessel)와 Y 구조물의 개략도

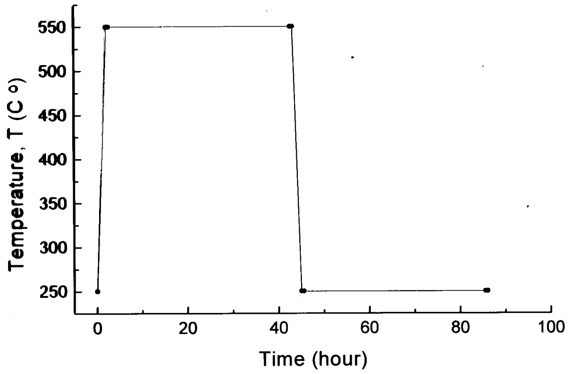


Fig. 6. 가동-운전-정지 조건에 따른 용기 안의 나트륨가스의 온도 변화

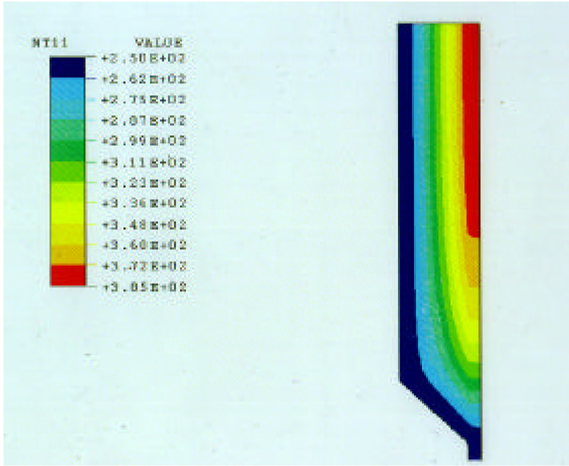


Fig. 7 정지상태에서의 Y 구조물의 온도분포

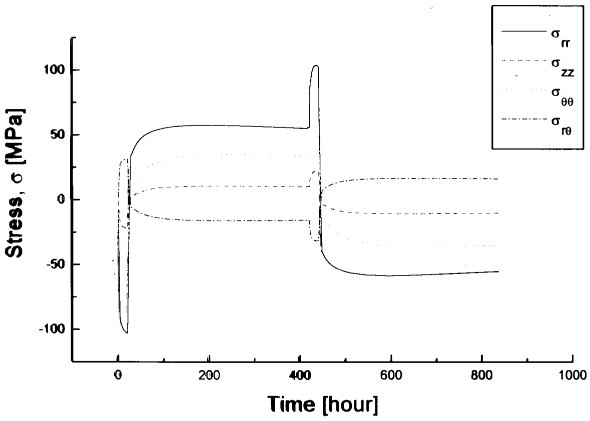


Fig. 8 취약부 요소의 응력 이력

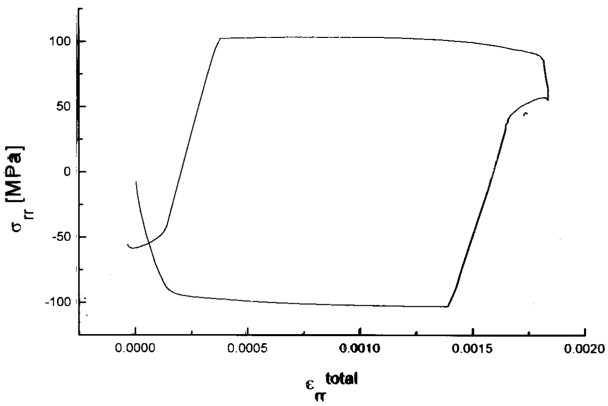


Fig.9 취약부 요소의 응력- 전체 변형률 선도

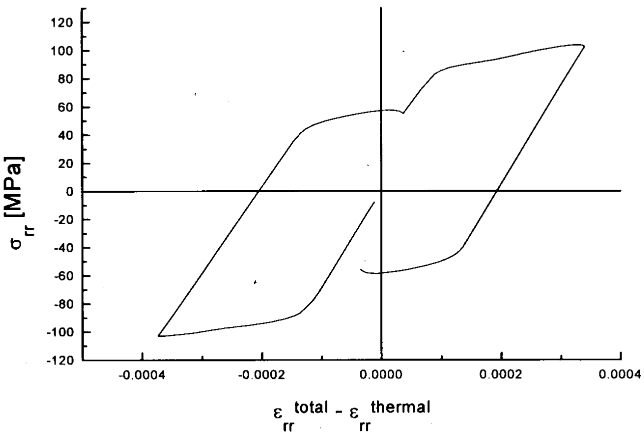


Fig.10 취약부 요소의 응력- 기계적 변형률 선도

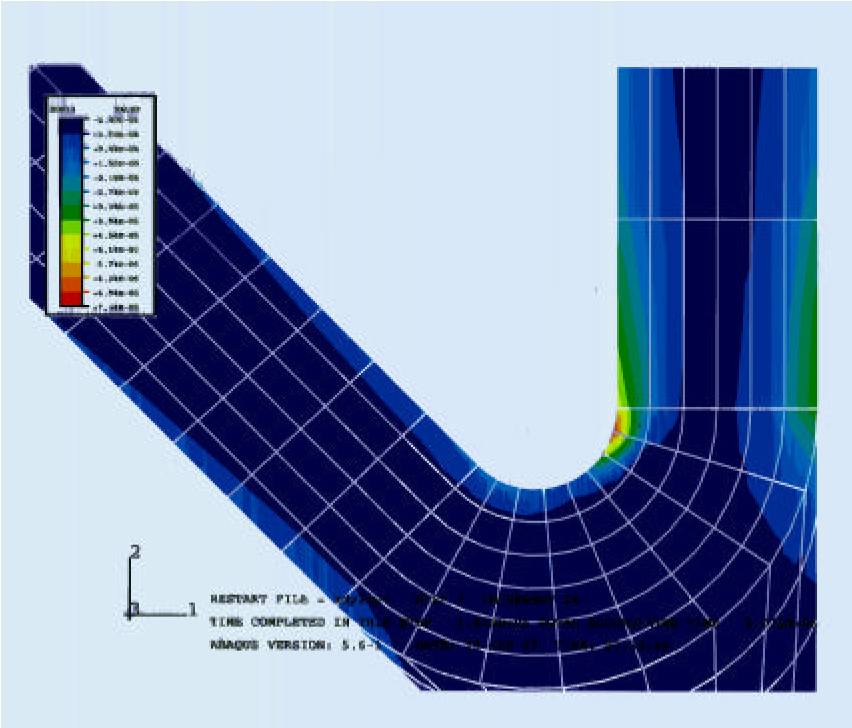


Fig. 11 **접합부의 손상분포**

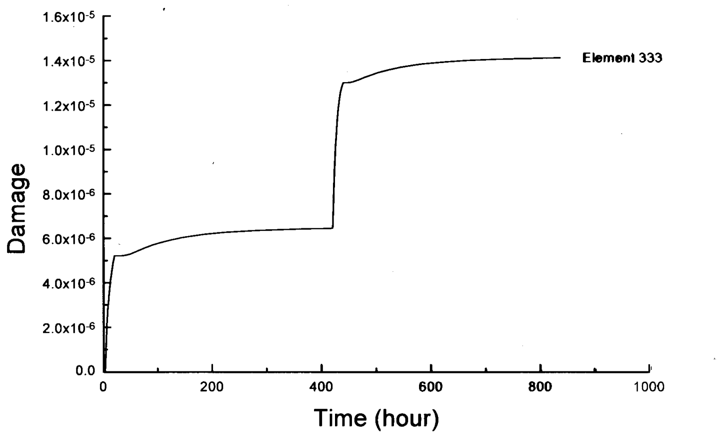


Fig. 12. **취약부 요소의 손상 발전 이력**