‘2000 춘계학술발표회 논문집
한국원자력학회

계측기 신호를 이용하여 노내 감시 출력분포의 최소자승 해를 구하기 위한 효율적인 CGNR 해법의 적용

Implementation of the Efficient CGNR Method for the Least Square Solution of Core Monitoring Power Distribution using Detector Signal

이기복, 주한규, 지성균

한국원자력연구소
대전광역시 유성구 덕진동 150

김창효

서울대학교 원자핵공학과
서울특별시 관악구 신림동 산 56-1

요약

원자로에는 안전한 운전을 위하여 운전중 노내의 출력분포를 감시할 수 있는 계측기가 설치되어 있다. 계측기는 기계적인 이유나, 공간적인 제약으로 모든 핵연료집합체에 대해 계측기가 설치되는 것은 아니고 일부 핵연료집합체에 설치된다. 따라서 노심내 일부 핵연료집합체에 설치된 노내 계측기 신호를 이용하여 전체 노심의 최적 출력 분포를 파악할 수 있어야 한다. 본 논문에서는 중성자 균형 방정식 체계와 계측기 신호 방정식 체계의 최소자승해를 구하는 정규식을 설정하고 CGNR(Conjugate Gradient, N for Normal and R for Residual) 반복계산법을 적용하였다. 또한 중성자원을 근사적으로 가정함으로써 노심내 3차원 출력 분포 예측의 정확성을 유지하면서 전산 시간을 줄일 수 있는 방법을 구하였다. 본 논문에서 제시한 방법의 유효성을 알아보기 위하여 NEACRP benchmark Problem A1을 대상으로 임의의 계측기 위치를 설정하여 수치해를 비교하고 전산 시간을 비교하였다. 비교 결과 1 node/FA 계산의 오차 한도내에서 전산 시간을 약 1/5로 줄일 수 있음을 보였다. 따라서 최소자승법을 기초로 필요에 따라 적절한 방법으로 계측기 신호를 입력으로 최적 3차원 노심 출력분포를 구할 수 있다.

Abstract

In modern core protection and monitoring system design, real time information on whole core power distribution is a key to safe reactor operation. However the incore detectors for the measurement of power distribution are installed in the limited number of fuel assembly positions due to the mechanical restrictions or the spatial limit in reactor assembly. Thus the whole core power distribution should be deduced and analyzed by using the detector signals. In this paper, the normal equation composed of the neutron balance equation and the detector signal equation is set up, that satisfies the least square condition of solution. Also the four different linear systems of the normal equation approximating the neutron fission source terms are examined to decrease the computing time adopting the CGNR(Conjugate Gradient, N for Normal and R for Residual) iteration method.

The efficiency of those methods is tested for the NEACRP Benchmark Problem A1 and the error and the computing time are compared. As a result, the computing time is decreased about 1/5 within the error of 1 node/FA calculation. Thus the optimized three dimensional power distribution based on the least square solution can be obtained using the detector signals.

1. 서론

원자로에는 안전한 운전을 위하여 운전중 노내의 출력분포를 감시할 수 있는 계측기가 설치되어 있다. 계측기는 기계적인 이유나, 공간적인 제약으로 모든 핵연료집합체에 대해 계측기가 설치되는 것은 아니고 일부 핵연료집합체에 설치된다. 예를 들어 영광 3 호기의 경우 177 개 핵연료집합체중 45 개의 핵연료집합체에 로듐 노내 계측기가 설치되어 있고[1], 영광 2 호기의 경우 157 개 핵연료집합체중 50 개의 핵연료집합체에 계측관이 설치되어 이동계측기가 삽입된다[2]. 따라서 노심내 일부 핵연료집합체에 설치된 노내 계측기 신호를 이용하여 전체 노심의 최적 출력 분포를 파악할 수 있어야 한다. 현재 사용되고 있는 노심내 최적 출력 분포를 구하는 방법은 크게 각 노드간의 연결계수를 이용한 내삽법과 계측기 신호를 내부 경계 조건으로 놓고 수치해를 구하는 방법이 있다. 실제 운전중인 상용로의 경우를 살펴보면 영광 2 호기의 경우 대략 한달에 한번씩 노심 출력을 INCORE 코드로 예측한다. INCORE 는 노내 계측기로부터 획득한 정보를 처리하여 측정된 중성자속과 미리 설계 코드로 계산해 놓은 출력대 중성자속과의 비를 이용하여 측정지점의 출력을 알아내고, 계측기가 없는 집합체의 출력은 주변의 계측기로부터 가중함수를 이용하여 결정한다[3]. 영광 3 호기의 경우는 노심감시계통인 COLSS 가 설치되어 45 개의 계측기로부터 축방향으로 5 개의 평균 출력을 구하

여 이것을 바탕으로 Fourier 급수로 fitting 하여 축방향 출력 분포를 구하고 있다. 반경방향 출력 분포는 CECOR 코드를 이용하여 계산한다. CECOR 는 snapshot 파일로부터 나온 신호를 처리하여 계측기가 설치된 지점의 출력을 구하고 이 자료를 이용하여 미리 설계코드로 계산된 Coupling Coefficients(CC's)에 의해 계측기가 없는 노드의 출력을 구한다[4]. CANDU-PHWR 인 월성 1/2 호기에서는 미리 설계 코드에 의해 정상상태나 비정상상태에서 발생하는 여러 가지 출력분포 형태를 계산하여 놓고, 실제 출력분포계산에서는 제어봉이나 기타 반응도제어 기기들의 위치를 기초로 적절한 출력분포 형태를 추출하고 여기에 계측기 신호를 합성하여 실제 노심출력분포를 구하고 있다[5].

위에서 소개한 방법들은 주로 전산기의 용량과 속도에 제한이 있어 선택하였던 내삽법으로 노심 출력 분포 예측의 오차가 크다 . 그러나 현재는 전산기의 기억용량에 거의 제한이 없고 전산속도도 기하급수적으로 빨라져 좀 더 정확성을 향상시킬 수 있는 방법이 개발되고 있다. CANDU 원자로에서는 노내 계측기 신호를 입력으로 하여 중성자 확산 방정식을 유한차분법으로 풀어 3 차원 노심 출력분포를 구하는 PMFD 코드가 개발되었다[6]. 가압경수로에서는 계측기 신호를 처리하여 가상의 중성자원을 설정하고 노달 전개법으로 중성자 확산 방정식을 풀어 3 차원 노심 출력 분포를 구하는 방법이 소개되었다. 한국원자력연구소와 Simense KWU 는 공동연구를 통해 Kalman 여과법으로 계측기 신호를 처리하여 계측기가 있는 노드의 최적 중성자속을 알아낸 뒤, 이로부터 부분 누출 중성자류와 평균 중성자속의 비율이 설계값과 동일하다는 가정을 사용하여 노달 외삽법으로 노심의 출력분포를 구하는 방법을 개발하였다[7]. 또한 Pogosbekian 등은 Variational Principle 에 의해 중성자 균형 방정식체계와 중성자 계측기 체계의 Fuctional 을 만족하는 해를 Block Gauss-Seidel 반복계산법으로 구하는 방법을 제시하였다[8].

본 논문에서는 중성자 균형 방정식(NBE) 체계와 계측기 신호(DSE) 방정식 체계의 최소자승해를 구하는 정규식(Normal Equation)을 설정하고, 이식의 해를 효과적으로 구할 수 있는 수치해법을 탐색하였다. 또한 중성자원을 근사적으로 가정함으로써 노심내 3 차원 출력 분포 예측의 정확성을 유지하면서 전산 시간을 줄일 수 있는 방법을 구하였다. 본 논문에서 제시한 방법의 유효성을 알아보기 위하여 NEACRP benchmark Problem A1 을 대상으로 임의의 계측기 위치를 설정하여 수치해를 비교하고 전산 시간을 비교하였다.

2. 최소자승 해를 구하는 정규식

2.1. 중성자 균형 방정식 체계

노심내 3차원 출력 분포를 구하는 전체 체계는 두 개의 체계를 합하여 이루어지며, 이 두 체계는 중성자 균형 방정식 체계와 계측기 신호 방정식 체계이다. 중성자 균형 방정식 체계는 격자계산 코드나 정밀 3차원계산 코드로부터 생산된 거시 단면적자료를 사용하여 노심내의 중성자속 분포를 계산하는 체계이다. 이 체계로부터 계산에 의해 예측된 중성자속을 알 수 있다. 본 논문에서는 계측기로부터 측정된 신호가 노드 평균 출력과 평균중성자속으로 변환되므로, 노드 평균 중성자속이 미지수가 되는 비선형 거시격자 유한차분법[9]으로 중성자 균형 방정식 체계를 구성하였다.

측정이 이루어지는 노심이 정상상태이고 외부 중성자 선원이 있다면 격자 m에서 비선형 거시격자 유한차분법을 이용하면 2군 3차원 중성자 균형 방정식은 다음과 같다. 여기서 사용된 용어는 일반적으로 사용되는 표기이므로 설명을 생략한다.

$$-L_1^m - \Sigma_{t1}^m f_1^m + \frac{1}{k_{eff}}(n\Sigma_{f1} f_1^m + n\Sigma_{f2} f_2^m) + q_1^m = 0, \qquad (1\text{-}1)$$

$$-L_2^m - \Sigma_{t2}^m f_2^m + \Sigma_{12}^m f_1^m + q_2^m = 0 \qquad (1\text{-}2)$$

여기서,

$$L_g^m \equiv \sum_{u=x,y,z} L_{gu}^m = \sum_{u=x,y,z} \frac{1}{h_u^m}\left(J_{gu}^{m+} - J_{gu}^{m-}\right) \qquad (2)$$

$$J_{gu}^{m\pm} = \mp\tilde{D}_{gu}^{m\pm}\left(f_g^{m\pm1u} - f_g^m\right) - \hat{D}_{gu}^{m\pm}\left(f_g^{m\pm1u} + f_g^m\right) \qquad (3)$$

$$\tilde{D}_{gu}^{m\pm} = \frac{2\, D_g^{m\pm1}\, D_g^m}{D_g^{m\pm1}\, h_{u,m} + D_g^m\, h_{u,m\pm1}} \qquad (4)$$

식(3)에서 노드 표면 평균 중성자류의 보정 항목에 사용된 Corrective Nodal Coupling Coefficients(CNCC) $\hat{D}_{gu}^{m\pm}$는 Two Node Kernel을 풀어 구할 수 있으므로, 유출항은 다음과 같이 인접한 노드의 평균 중성자속과 연관된다.

$$L_{gu}^m = a_{gu}^{m-} f_g^{m-1u} + a_{gu}^m f_g^m + a_{gu}^{m+} f_g^{m+1u} \qquad (5)$$

$$a_{gu}^{m-} \equiv -\frac{1}{h_u^m}\left(\tilde{D}_{gu}^{m-} - \hat{D}_{gu}^{m-}\right) \qquad (6\text{-}1)$$

$$a_{gu}^m \equiv \frac{1}{h_u^m}\left(\tilde{D}_{gu}^{m+} + \tilde{D}_{gu}^{m-} - \hat{D}_{gu}^{m+} + \hat{D}_{gu}^{m-}\right) \qquad (6\text{-}2)$$

$$a_{gu}^{m+} \equiv -\frac{1}{h_u^m}\left(\tilde{D}_{gu}^{m+} + \hat{D}_{gu}^{m+}\right) \tag{6-3}$$

위의 비선형 거시격자 유한차분법에 의한 식을 다음과 같이 좌변(LHS)과 우변(RHS)의 균형식으로 다시 나타낸다.

$$\begin{aligned}
&(a_{1x}^{m-} f_1^{m-x} + a_{1x}^{m} f_1^{m} + a_{1x}^{m+} f_1^{m+x}) \\
&(a_{1y}^{m-} f_1^{m-y} + a_{1y}^{m} f_1^{m} + a_{1y}^{m+} f_1^{m+y}) \\
&(a_{1z}^{m-} f_1^{m-z} + a_{1z}^{m} f_1^{m} + a_{1z}^{m+} f_1^{m+z}) + \Sigma_{t1}^{m} f_1^{m} = \frac{1}{k_{eff}}(n\Sigma_{f1} f_1^{m} + n\Sigma_{f2} f_2^{m}) + q_1^{m},
\end{aligned} \tag{7-1}$$

$$\begin{aligned}
&(a_{2x}^{m-} f_2^{m-x} + a_{2x}^{m} f_2^{m} + a_{2x}^{m+} f_2^{m+x}) \\
&(a_{2y}^{m-} f_2^{m-y} + a_{2y}^{m} f_2^{m} + a_{2y}^{m+} f_2^{m+y}) \\
&(a_{2z}^{m-} f_2^{m-z} + a_{2z}^{m} f_2^{m} + a_{2z}^{m+} f_2^{m+z}) + \Sigma_{t2}^{m} f_2^{m} - \Sigma_{12}^{m} f_1^{m} = q_2^{m}
\end{aligned} \tag{7-2}$$

이 식을 행렬 형태로 정리한다.

$$\mathbf{M}f = \frac{1}{k_{eff}}\mathbf{F}f + \mathbf{q} \tag{8}$$

2.2. 계측기 신호 방정식 체계

계측기 신호 방정식 체계는 계측기로부터 측정신호를 받아 적절한 처리를 하여 계측기가 위치한 지점의 중성자속을 알아내는 체계로 측정신호와 측정중성자속과의 관계를 형성하는 체계이다. 계측기에서 측정된 정보를 신호처리 방정식 체계에서 사용하기 위해서는 처리된 신호의 종류에 따라 신호처리방정식의 행렬 요소를 달리 구할 수 있다. 즉 신호가 계측기의 출력으로 변환되어 나온다면 이 계측기 출력으로부터 계측기에 해당하는 각 노드의 평균 출력과 연관되는 행렬 요소가 구해지며, 만약 계측기의 총 중성자속으로 처리되면 노드의 평균 출력이 아니라 노드의 평균 중성자속과 연관되는 방정식이 행렬 요소를 구성하게 된다. 대개 상용로에서 계측기의 전류 신호는 몇가지 처리 과정을 거쳐 계측기의 출력으로 변환된다. 하나의 계측기는 축방향으로 길이가 30-50cm(영광 3호기 경우 40cm 로듐 계측기)이므로 노달계산시 2-3개의 축방향 노드에 해당하게 된다. 따라서 계측기의 출력신호에서 그 계측기에 해당하는 각 노드의 출력과 연관하는 방정식이 설정된다.

P_I^d 가 I 계측기의 총 계측 출력일 때, $P^{d,m}$ 를 I 계측기에 속한 노드 m의 계측 출력이고 $f_g^{d,m}\ (g=1,2)$ 이 계측기 노드 m의 평균 속중성자속(g=1)과 열중성자속(g=2)을 나타내고

V^m 을 m 노드의 체적이라고 하면 계측기 방정식은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} P_I^d &= \sum_{m\in I} P^{d,m} \\ &= \sum_{m\in I} (k_1\Sigma_{f1}^m f_1^{d,m} + k_2\Sigma_{f2}^m f_2^{d,m})V^m \end{aligned} \tag{9}$$

모든 계측기에 대하여 식(9)에서 계측기 출력을 신호 s 벡터로 대체하고 행렬식으로 나타내면 식(10)과 같다.

$$\mathbf{D}f = \mathbf{s} \tag{10}$$

2.3. 계측기 노드의 출력과 중성자원

식(9)에서 우리는 전체 계측기 출력 P_I^d 값만 알고 있을 뿐 계측기가 속한 각 핵적 노드의 출력 $P^{d,m}$ 는 알 수 없다. 그러므로 하나의 계측기 출력에 대한 계측기가 속한 핵적 노드의 출력비는 설계값과 동일하다는 가정을 사용하여 계측기가 속한 핵적 노드의 측정 출력을 구할 수 있다. 첨자 c 가 설계 또는 계산된 값임을 의미한다고 하면 식 (11)와 같이 각 핵계측기 노드의 출력을 알 수 있다.

$$P^{d,m} = \left(\frac{P^{c,m}}{\sum_{m\in I} P^{c,m}} \right) P_I^d \ , m = 1,2,,, no.\ of\ \ nodes\ in\ I\ \det ctor \tag{11}$$

이제 계측기 각 노드의 출력을 알게 되었으므로 계측기에 속한 각 노드의 계측 중성자속으로 변환되는 방정식이 세워진다.

$$\begin{aligned} P^{d,m} &= (k_1\Sigma_{f1}^m f_1^{d,m} + k_2\Sigma_{f2}^m f_2^{d,m})V^m \\ &= (k_1\Sigma_{f1}^m + k_2\Sigma_{f2}^m [f_2^{d,m} / f_1^{d,m}]) f_1^{d,m}\ V^m \end{aligned} \tag{12}$$

여기서 계측기 노드의 속중성자속에 대한 열중성자속의 비 $[f_2^{d,m} / f_1^{d,m}]$ 는 정확히 알 수 없는 값이므로 이를 설계 계산에서 구한 값으로 근사한다.

$$[f_2^{d,m} / f_1^{d,m}] \cong [f_2^{c,m} / f_1^{c,m}] \tag{13}$$

이 값은 미리 설계단계에서 Database 화하여 사용할 수도 있고 또는 중성자 균형 방정식을계산하는 과정에서 구할 수 있다. 따라서 계측기의 출력으로부터 계측기 노드의 계측 속중성자속과 열중성자속을 구할 수 있다. 또한 식(13)의 근사를 사용하면 m 노드의 계측된 출력과 설계에서 계산된 출력의 비가 중성자속의 비에 비례하게 된다.

$$
\begin{aligned}
P^{d,m} &\approx (k_1\Sigma_{f1}^m + k_2\Sigma_{f2}^m[f_2^{c,m}/f_1^{c,m}])f_1^{d,m}V^m \\
&= (f_1^{d,m}/f_1^{c,m})\{k_1\Sigma_{f1}^m f_1^{c,m} + k_2\Sigma_{f2}^m f_2^{c,m}\}V^m \\
&= (f_1^{d,m}/f_1^{c,m})P^{c,m}
\end{aligned}
\tag{14}
$$

$$
\begin{aligned}
f_1^{d,m} &= (P^{d,m}/P^{c,m})f_1^{c,m} \\
f_2^{d,m} &= (f_2^{c,m}/f_1^{c,m})f_1^{d,m}
\end{aligned}
\tag{15}
$$

따라서 계측기의 신호를 각 계측기 노드의 출력 신호나 중성자속 신호로 변환할 수 있다.

2.4. 정규식

측정된 중성자속은 계측기 자체의 오차나 변환과정에서 오차가 개입되게 되므로 중성자 균형을 만족하지 못한다. 따라서 식(8)과 식(10)을 동시에 만족하는 해는 없다. 즉 두 체계를 합한 전체 체계는 수식이 결정해야 할 미지수보다 더 많게 되어 소위 over-determined system 이 된다.

$$
\mathbf{A}f = b \tag{16}
$$

여기서,

$$
\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} - \dfrac{1}{keff}\mathbf{F} \\ \mathbf{D} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} q \\ s \end{bmatrix} \tag{17}
$$

이 두 체계의 오차가 최소가 되게 하는 해는 유일하게 되며 그 방정식은 다음과 같은 선형 체계로 전환되어 잔여치를 최소가 되게 하는 식으로 전환되는데, 이것을 정규식(Normal Equations)이라 한다.

$$
\text{minimize} \quad \|b\text{-}\mathbf{A}f\|_2 \quad \Leftrightarrow \quad \text{minimize residual}(=b\text{-}\mathbf{A}f\,) \tag{18}
$$

$$
\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}f = \mathbf{A}^{\mathrm{T}}b \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{R}f = c \tag{19}
$$

여기서 $\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}$ 행렬은 대칭 정치정부호행렬(Symmetric Positive Definite Matrix)가 된다. 전체 계산 노드 수를 N 이라 하고 중성자군 수를 G 라 하고, 전체 계측기 수를 L 이라 하면 $\mathbf{A}$ 행렬의 차원은 [(NG+L) x NG] 가 되고 $\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}$ (= $\mathbf{R}$)행렬은 [NG x NG]가 된다. 행렬의 크기가 클 때 $\mathbf{R}$ 행렬을 구한 다음 $\mathbf{R}f = c$ 선형 체계의 해를 직접 구하는 방법은 연산의 수가 방대하여 기억용량이나 전산 시간의 소모가 크다. 따라서 $\mathbf{A}f = b$ 선형체계에서 반복 계산법을 통하여 식(19)를 만족하는 해를 구하는 것이 바람직하다. 다음과 같은 라벨을 붙인다. 식(19)와 관련된 체계와 해법에는 편의상 NR(N for Normal, R for Residual)이라는 라벨을 붙인

다.

3. 수렴성을 향상시키기 위한 선형 체계의 재구성

식(17)을 보면 중성자 균형 방정식 부분은 외부 중성자원이 없고 정상 상태일 경우 대각 행렬 요소가 영에 가까운 값이 되어, **A** 행렬은 diagonal dominance 가 매우 줄어들어 수렴성이 좋지 않은 행렬이 된다. 따라서 본 논문에서는 수렴성을 향상시키기 위한 방안으로 식(17)의 핵분열 중성자원 항을 오른편으로 이동하여 고정 중성자원으로 가정하는 몇 가지 방법을 사용하였다. 편의상 오른쪽 중성자원항의 가정에 따라 방법 1, 2, 3, 4 로 구분하고 그에 따라 선형 체계를 재구성하여 3 차원 노심 출력 분포를 구하였다. 계측기가 있는 노드와 없는 노드를 구분하여, **F'** 를 계측기가 없는 노드의 핵분열 단면적 행렬이라 하고 **F''** 를 계측기가 있는 노드의 핵분열 단면적 행렬이라 놓는다. 이 때 **F** 는 전체 노드의 핵분열 단면적 행렬이 되며 [**F'**+**F''**] 이 된다. f^c 를 식(8)에 의해 구한 계산 중성자속, f^d 를 식(10)에 의해 구한 측정 중성자속이라 하고 식(19)에 의한 최소자승해를 f 라 하면 각 방법을 다음과 같이 쓸 수 있다.

방법 1 : 중성자 균형 방정식 체계와 계측기 신호 체계에 의한 최소자승 해를 구하는 원래의 체계이다. 이 방법은 대각 요소가 거의 영에 가까워 수렴도가 매우 떨어진다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} - \frac{1}{keff}\mathbf{F} \\ \mathbf{D} \end{bmatrix} [f] = \begin{bmatrix} q \\ s \end{bmatrix} \tag{20}$$

방법 2 : 측정중성자속을 이용하여 중성자 균형 방정식 체계의 계측기 노드에 대한 핵분열 중성자원항을 오른쪽으로 옮겨 정의한다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} - \frac{1}{keff}\mathbf{F'} \\ \mathbf{D} \end{bmatrix} [f] = \begin{bmatrix} f^d \\ s \end{bmatrix} \tag{21}$$

여기서 f^d 는 각 계측기 노드의 핵분열 중성자원에 대한 벡터로 그 요소가 모든 계측기 노드 m 에 대하여 다음과 같이 정의된다.

$$f^{d,m} = \{n_1 \Sigma_{f1}^m f_1^{d,m} + n_2 \Sigma_{f2}^m f_2^{d,m}\} V^m \tag{22}$$

방법 3 : 모든 노드의 fission source term 을 중성자 균형 방정식 체계의 계산 중성자속 해로부터

정의한다.

$$\begin{bmatrix}\mathbf{M}\\ \mathbf{D}\end{bmatrix}[f]=\begin{bmatrix}f\\ s\end{bmatrix} \tag{23}$$

여기서 f 는 모든 노드의 핵분열 중성자원에 대한 벡터로 그 요소가 모든 노드 m 에 대하여 다음과 같이 정의된다.

$$f^m=\{n_1\Sigma_{f1}^m f_1^{c,m}+n_2\Sigma_{f2}^m f_2^{c,m}\}V^m \tag{24}$$

방법 4 : 계측기 노드에 대해서는 계측기 신호 방정식 체계에 의한 중성자속으로부터, 그 밖의 노드에 대해서는 중성자 균형 방정식 체계의 계산 중성자속 해로부터 핵분열 중성자원을 정의한다.

$$\begin{bmatrix}\mathbf{M}\\ \mathbf{D}\end{bmatrix}[f]=\begin{bmatrix}f^c+f^d\\ s\end{bmatrix} \tag{25}$$

여기서 f^d 는 식(22)에 의해 정의된 것과 같고, f^c 는 계측기가 없는 노드의 핵분열 중성자원에 대한 벡터로 그 요소가 계측기가 없는 노드 l 에 대하여 다음과 같이 정의된다.

$$f^{c,l}=\{n_1\Sigma_{f1}^l f_1^{c,l}+n_2\Sigma_{f2}^l f_2^{c,l}\}V^l \tag{26}$$

이러한 행렬의 해를 구하는 방법으로 여러가지 방법이 소개되어 있으나 수렴성이 나쁜 행렬에서도 상대적으로 수렴성이 보장되는 CGNR(Conjugate Gradient NR) 방법이 있다[10]. 이 방법은 동일한 Krylov subspace 에서 근사값을 구하는 것으로 최소 잔여치를 갖도록 하는 성질이 있다. 본 논문에서는 CGNR 반복 계산법을 사용하였다. z_i 를 단계 i 에서 잔여벡터(residual vector)라고 하면 미지수 x 를 푸는 정규식에 대한 알고리즘은 다음과 같다[10].

Algorithm : CGNR

1. Compute $r_0=b-\mathbf{A}x_0,\ z_0=\mathbf{A}^{\mathbf{T}}r_0,\ p_0=z_0$
2. For i =0, …, until convergence Do:
3. $w_i=\mathbf{A}p_i$
4. $a_i=\|z_i\|^2/\|w_i\|_2^2$
5. $x_{i+1}:=x_i+a_i p_i$
6. $r_{i+1}=r_i-a_i w_i$
7. $z_{i+1}=\mathbf{A}^{\mathbf{T}}r_{i+1}$
8. $b_i=\|z_{i+1}\|^2/\|z_i\|_2^2$

9. $p_{i+1} := z_{i+1} + b_i p_i$

10. EndDo

4. 수치 시험

시험문제는 NEACRP A1 Benchmark Problem 의 초기 정상상태를 모사하였다[11]. NEACRP A1 문제의 노심은 영광-1/2 호기의 노심과 동일한 크기로 157 개의 FA 로 이루어져 있다. 축방향으로 양 끝에 30.0cm 두께의 반사체가 존재하고 Active Core Length 는 367.3 cm 이다. 단면적 자료는 NEACRP Problem 에서 제공된 자료를 사용하며 여기서는 1/4C 에 대한 3 차원 계산을 수행하였다. 계산은 먼저 중성자 균형 방정식 체계만을 풀어서 계산 중성자속 분포와 임계붕산농도를 구하여 NEACRP Problem 의 기준값(reference)[12]과 비교하였다. 임계붕산농도의 기준값은 561.20 ppm 이고 4nodes/FA 계산 결과는 561.26 ppm 이며 1node/FA 계산 결과는 565.33 ppm 으로 기준값과 잘 일치하고 있다. 반경 방향 출력 분포도 최대 오차가 4nodes/FA 는 1%, 1node/FA 는 4%범위 내에서 잘 일치하고 있다. 따라서 중성자 균형 방정식 체계가 노심을 잘 해석하고 있고 있음을 확인할 수 있다.

본 논문에서 제시한 방법의 유효성을 확인하기 위하여 그림 1 과 같이 임의의 위치에 계측기를 설정하고 다음과 같은 절차에 따라 4 nodes/FA 계산 결과와 비교하였다. 먼저 4node/FA 계산을 수행하여 각 계측기 위치에서 4nodes/FA 계산의 출력과 중성자속을 계측기 신호 입력으로 놓았다. 이 신호값으로 신호처리 방정식 체계를 세우고 중성자 균형 방정식 체계와 합하여 전체 체계를 구성하였으며, 본 논문에서 제시한 전체 체계를 세우는 방법 4 가지에 대해 1 nodes/FA 계산을 수행하여 수렴도(계산시간)와 노심 출력 분포 결과를 4 nodes/FA 결과와 비교하였다.

5. 결과 및 결론

전체 체계를 세우는 방법에 따라 수렴도가 크게 달라지며 이는 대각 행렬 요소의 값에 차이가 있어 Diagonal Dominance 가 달라지기 때문이다. 그림 2 는 각 방법에 따른 수렴도를 보여주고 있다. 방법 1 은 최소자승 해를 구하는 원식으로 수렴성이 떨어짐을 알 수 있고, 중성자원을 가정한 방법 2 는 약간 향상된 수렴성을 보이고, 방법 3 과 4 는 수렴성이 현저히 향상되어 전산시간이 1/5 정도로 줄어듬을 알 수 있다.

그림 3 은 각 방법에 따라 계산한 최소자승 중성자속 해에 의한 출력 분포를 기준값이 되는 1/4C 의 4nodes/FA 출력 분포와 비교한 결과를 보여준다. 표 3 은 각 방법에 따른 오차를 정리한 것이다. 그림 3 에서 1node/FA 계산의 오차가 1.64%이나, 4nodes/FA 계산 결과로부터 나온 출력 신호를 입력으로 하였을 때, 평균 절대오차가 방법 1 과 2 는 각각 0.55%로, 방법 3 은 1.29%로, 방법 4 는 1.34%로 줄어듬을 알 수 있다.

계측기 신호를 입력으로 최소자승법에 의한 3 차원 최적 노심 출력 분포를 구하고자 할 때, 계산 시간이 크게 문제가 되지 않으면 방법 1 과 2 에 의해 정확한 해를 구할 수 있으며, 정확성은 다소 떨어지나 빠른 계산 시간이 요구될 때는 방법 3 과 4 를 사용할 수 있다. 따라서 최소자승법을 기초로 필요에 따라 적절한 방법으로 계측기 신호를 입력으로 최적 3 차원 노심 출력분포를 구할 수 있다.

감사의 글

본 연구는 과학기술부의 원자력연구개발사업의 일환으로 수행되었다.

References

[1] Final Safety Analysis Report for YGN Unit 3 & 4, Korea Electric Power Company.

[2] Final Safety Analysis Report for YGN Unit 1 & 2, Korea Electric Power Company.

[3] A. J. Harris and K. A. Jones, “INCORE3 Program,” WCAP-8492, March 1975.

[4] “Overview Description of the Core Operation Limit Supervisory System (COLSS),” CEN-312-P, Revision 01-P, ABB Combustion Engineering Inc., Nov. 1986.

[5] B. G. KIM, "Core Simulations Using Actual Detector Readings for CANDU Reactors", Ph.D. Thesis, Korea Advanced Institute of Science and Technology (1991).

[6] P. S. W. CHAN, "The Application of Advancements in Computer Technology to the Control and Safety Systems of CANDU Reactors," The 7th KAIF/KNS Joint Annual Conference, Seoul, Korea, April 21-23, 1992.

[7] B. O. Cho et al., “Core On-line Monitoring and Protection Aid Surveillance System COMPASS for SMART,” KAERI/TR-1149/98, 1998.

[8] L. R. Pogosbekyan and D. A. Lysov, "Quasi Solution of Radiation Transport Equation," *Nucl. Sci. Eng*., **121**, 345-351 (1995).

[9] H. G. Joo, G. Jiang, and T. J. Downar, "Stabilization Techniques for the Nonlinear Analytic Nodal Method," *Nucl. Sci. Eng.*, **130**, 47 (1998).

[10] Yousef Saad, *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*, PWS Publishing Company (1996).

[11] Argonne Code Center, *Benchmark Problem Book*, ANL-7416, 1976.

[12] H. Finnemann, "NEACRP 3D LWR Core Transient Benchmark – Final Specifications," NEACRP-L-335(Revision 1), 1992.

표 1 계산 시간 비교

Case	NBE SS Calculation *	Least square solution *	Total CPU time *	Total No. of CGNR Iteration
4 nodes/FA	5.66	-	6.82	
1 node/FA	2.36	-	2.96	
Method 1	2.74	13.51	16.53	909
Method 2	2.74	13.35	16.37	901
Method 3	2.74	2.58	5.60	136
Method 4	2.74	2.47	5.49	129
Note : * unit : second - Convergence limit 1.0E-06 - Machine : Pentium II 300 MHz 1 CPU Machine - WIN98 OS				

표 2 각 방법에 따른 출력 분포 오차 비교

Case	Average Absolute Error(%)	Average Error(%)	Standard Deviation	Maximum Error(%)
4 nodes/FA	Reference			
1 node/FA	1.64	0.50	1.97	3.89
Method 1	0.55	-0.08	0.87	2.27
Method 2	0.55	-0.09	0.87	2.24
Method 3	1.29	0.37	1.62	3.78
Method 4	1.34	0.39	1.68	3.83

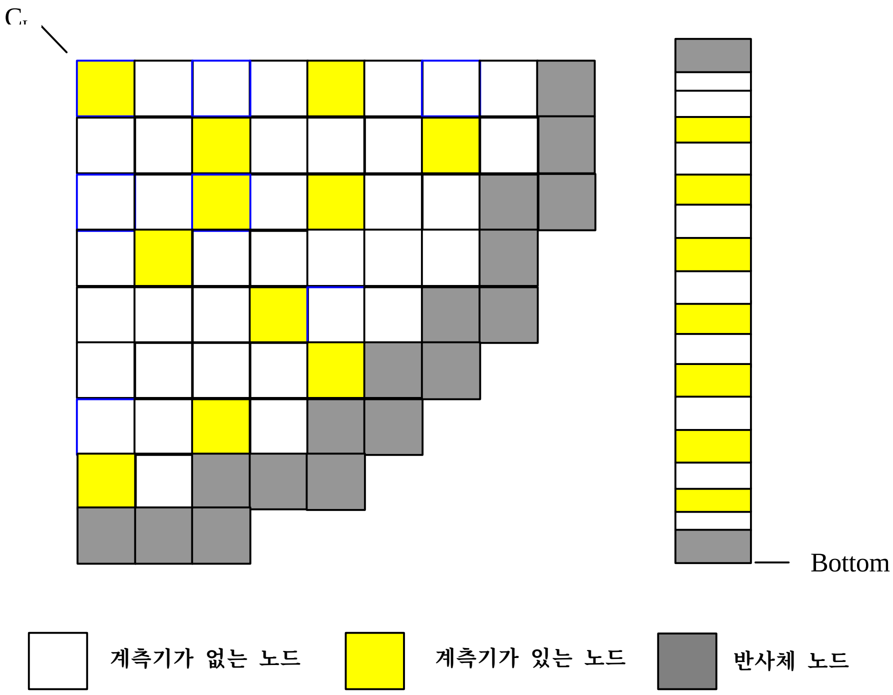

그림 1 노심의 계측기 배치 (반경 방향:15 개, 축방향 7 개)

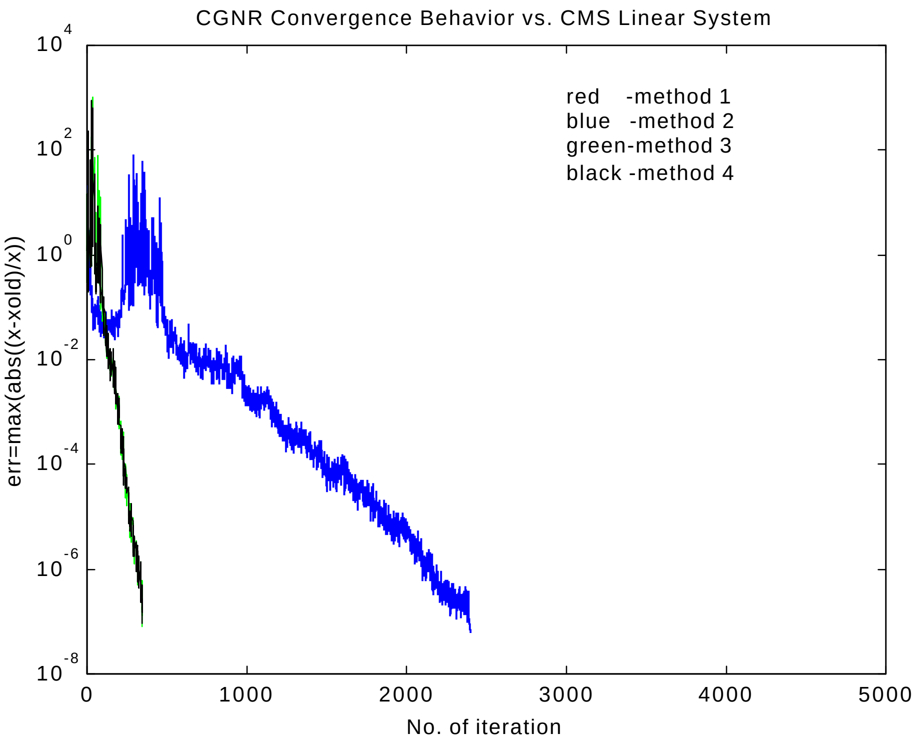

그림 2 선형 체계 방법에 따른 수렴도 결과(Convergence limit=1.0E-09)

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.993	1.521	1.071	1.807	1.815	1.008	0.396	0.540
	-1.9	-1.9	-1.6	-1.1	-0.4	-0.5	0.5	3.3
	-0.1	-0.1	0.0	0.0	0.0	-1.2	-2.1	-1.2
	-0.1	-0.1	0.0	0.0	0.0	-1.2	-2.1	-1.3
	-0.9	-1.7	-1.1	-1.0	-0.2	-0.5	-0.2	3.1
	-0.9	-1.8	-1.3	-1.1	-0.2	-0.5	0.1	3.2
2	1.521	1.845	1.661	1.911	1.424	0.559	0.560	0.428
	-1.9	-1.9	-1.6	-1.0	-0.8	-0.3	2.3	2.3
	-0.1	-0.2	0.0	0.2	-0.2	-0.7	-0.1	-1.8
	-0.1	-0.2	0.0	0.2	-0.2	-0.7	-0.1	-1.9
	-1.7	-1.7	-0.7	-0.9	-0.8	-0.4	0.9	2.0
	-1.8	-1.8	-0.7	-0.9	-0.8	-0.4	1.0	2.1
3	1.071	1.661	1.015	1.448	0.730	0.726	0.382	
	-1.6	-1.6	-1.2	-1.0	-0.4	1.6	2.3	
	-0.2	-0.2	0.0	-0.1	-0.1	1.0	0.8	
	-0.2	-0.2	0.0	-0.1	0.0	1.0	0.8	
	-1.5	-1.4	-0.5	-0.9	-0.2	1.6	2.0	
	-1.6	-1.4	-0.6	-0.9	-0.2	1.6	2.1	
4	1.807	1.911	1.448	1.435	1.016	0.945	0.541	
	-1.1	-1.0	-1.0	-0.7	0.8	3.2	3.6	
	-0.1	0.0	-0.3	-0.4	0.5	2.2	2.2	
	-0.1	0.0	-0.3	-0.4	0.5	2.2	2.2	
	-0.9	-0.4	-0.8	-0.7	0.8	3.2	3.6	
	-1.0	-0.5	-0.9	-0.7	0.8	3.2	3.6	
5	1.815	1.424	0.730	1.016	0.542	0.671		
	-0.4	-0.8	-0.4	0.8	2.5	3.9		
	0.1	-0.3	-0.5	-0.1	1.0	2.3		
	0.1	-0.3	-0.5	-0.1	1.0	2.2		
	-0.4	-0.7	-0.5	0.3	2.1	3.8		
	-0.4	-0.7	-0.5	0.3	2.2	3.8		
6	1.008	0.559	0.726	0.945	0.671			
	-0.5	-0.3	1.6	3.2	3.9			
	-0.7	-0.8	-0.1	0.1	-0.2			
	-0.7	-0.8	0.0	0.1	-0.2			
	-0.5	-0.3	1.4	2.8	1.6			
	-0.5	-0.3	1.5	3.0	1.7			
7	0.396	0.560	0.382	0.541				
	0.5	2.3	2.3	3.6				
	-1.3	0.4	-0.1	-0.2				
	-1.3	0.4	-0.1	-0.1				
	0.1	2.0	0.9	3.3				
	0.2	2.1	1.0	3.5				
8	0.540	0.428	--- 4 nodes/FA Result(Reference)					
	3.3	2.3	--- 1 node/FA Result					
	-0.5	-0.9	--- Method 1					
	-0.5	-0.9	--- Method 2					
	1.3	2.0	--- Method 3					
	1.4	2.1	--- Method 4					

Maximum Pos.	Maximum Value
(4, 2)	1.911
(5, 6)	3.89
(6, 5)	2.27
(7, 4)	2.24
(6, 5)	3.78
(6, 5)	3.83

그림 3 각 방법에 따른 출력 분포 비교(기준값: 4 nodes/FA)