'2000 춘계학술발표회 논문집
한국원자력학회

KSTAR ECE 측정에 대한 타당성 연구

Feasibility Study of ECE Measurements on KSTAR

정승호, 김범식, 황철규

한국원자력연구소
대전광역시 유성구 덕진동 150

요 약

전자온도 측정을 위한 헤테로다인 수신기 설계에 앞서 KSTAR 플라즈마에 대한 ECE 진단법의 타당성을 검토하였다. 이를 위해 KSTAR 운전모드들에 대한 측정 가능한 플라즈마 밀도 영역과 광학적 두께 그리고 고조파 겹침 등을 계산하였다. 계산 결과 X-모드 제 2 고조파에 의한 ECE 측정의 타당성이 확립되었다. 이를 바탕으로 2GHz 의 주파수 분해능을 갖는 SSB 8ch-filter bank 형태의 헤테로다인 수신기를 설계하였다.

Abstract

Before designing of a heterodyne radiometer for electron temperature measurements on KSTAR by means of electron cyclotron emission, here is presented a study for the feasibility of ECE diagnostics for KSTAR plasma. For this, it is also presented a study of the density range where measurements are possible, of the optical thickness and of the harmonic overlap. The heterodyne radiometer system has been designed to measure the electron temperature profile with a spectral resolution 2GHz, which has a type of single side band, 8ch filter bank.

1. 서 론

ECE(electron cyclotron emission) 진단법은 자기핵융합 플라즈마(magnetic fusion plasma)의 전자온도(T_e) 및 그 온도분포(T_e-profile) 측정을 위해 오래 전부터 사용되어왔으며, 특히 그의

시간적 공간적 분해능이 우수해 전자온도의 유동(fluctuation)을 측정을 통한 플라즈마 수송(plasma transport) 및 자기유체역학적 유동(MHD fluctuation) 연구에도 성공적으로 이용되어왔다.[1,2] 하지만, 자장이나 플라즈마 밀도, 전자온도 등 장치의 기본적인 파라메타에 따라 ECE 진단법은 많은 제약을 받을 수 있다. 예를 들어, NSTX 의 경우 자장은 낮은 반면 플라즈마의 밀도가 상대적으로 높아 플라즈마의 대부분이 차단영역(cut-off range)으로 둘러싸여 ECE 에 의한 전자온도 측정은 거의 불가능하다.[3] 반대로, 온도와 밀도가 낮은 플라즈마의 경우 광학적 두께(optical thickness)가 너무 얇아 플라즈마를 흑체로 볼 수 없어 ECE 측정 결과를 온도로 해석할 수 없다. 따라서, 측정장치를 설계하기 전에 대상되는 플라즈마에 대한 ECE 진단법의 타당성 검토가 우선되어야 한다. 본 논문에서는 KSTAR 토카막 플라즈마의 전자온도 및 전자온도 분포 측정을 위한 헤테로다인 수신기를 설계하기에 앞서 ECE 파의 차단영역(cut-off range), 차단밀도(cut-off density), 광학적 두께, 고조파 겹침(harmonic overlap) 등을 계산하여 2nd X-모드에 의한 ECE 측정의 타당성을 확인하였다. 그리고, 이를 바탕으로 single-side band filter bank [2]형태의 헤테로다인 수신기를 설계하였다.

2. 차단영역 (cut-off range)

토카막(tokamak)에서 방사되는 ECE 파에는 토카막 자장에 평행하게 전파되는 R-파(right-hand circular polarized wave) 그리고 수직하게 전파되는 O-파(ordinary wave)와 X-파(extraordinary wave)가 있는데 전자온도 측정에는 주로 O-파와 X-파가 이용되고있다. 그러나 이미 알려진 바와 같이 플라즈마 내부에는 파들의 차단영역(cut-off range)이 존재하며 이 차단영역이 플라즈마를 감싸고 있을 경우 내부로부터 방사되는 ECE 파는 측정이 불가능해진다. 따라서 플라즈마의 ECE 파 측정가능 영역을 알기 위해서는 우선 ECE 파의 차단영역이 계산되어야 한다.

ECE 파의 차단영역은 굴절율 n 이 허수를 갖는 영역이므로 이 파에 대한 차단 및 공명진동수(cut-off and resonance frequency)를 구함으로써 얻을 수 있다. 먼저 O-파의 분산식(dispersion relation)으로부터

$$n^2 \equiv \frac{c^2k^2}{w^2} = 1 - \frac{w_{pe}^2}{w^2} \qquad (1)$$

$w_{o,cut} = w_{pe}$ 파수(wave number) k 가 0 에 접근하면 굴절율 n 도 0 이 되어 O-파는 반사하게 된다. 즉, 파의 차단(cut-off) 현상이 일어난다. 이 때 차단진동수 (플라즈마 진동수)이다. 마찬가지로 X-파의 분산식으로부터 얻어진 X-파의 차단진동수는 L-파(left hand circular polarized wave)와 R-파의 차단진동수와 같으며 식(3) 으로 주어진다.

X-파의 분산식은

$$\frac{c^2k^2}{w^2} = 1 - \frac{w_{pe}^2}{w^2}\frac{(w^2 - w_{pe}^2)}{(w^2 - w_h^2)} \qquad (2)$$

로 주어지며, X-파의 차단진동수는

$$
\begin{aligned}
w_{x,cut} &= w_R \equiv 0.5(w_{ce} + \sqrt{w_{ce}^2 + 4w_{pe}^2}) \\
w_{x.cut} &= w_L \equiv 0.5(-w_{ce} + \sqrt{w_{ce}^2 + 4w_{pe}^2})
\end{aligned} \tag{3}
$$

로 주어진다. 한편, 파수가 무한대가 되면 파는 더 이상 진행하지 못하고 파의 에너지가 흡수되는 공명이 일어난다. 이 때 X-파에 대한 공명진동수는 높은 혼성파(upper hybrid wave) 진동수와 같다.

$$
w_{x,res}^2 = w_{UH}^2 \equiv w_{pe}^2 + w_{ce}^2 \tag{4}
$$

따라서 파의 차단영역은 O-파의 경우 $w < w_{pe}$ 이며, X-파의 경우 $w < w_L$ 와 $w_{UH} < w < w_R$ 의 영역을 갖는다.

이제 KSTAR 토카막의 자장분포와 밀도분포를 알거나 혹은 적절히 가정하면 이에 대한 ECE 파의 차단영역을 계산할 수 있고 ECE 파의 측정이 가능한 플라즈마 영역을 알 수 있다. 표 1 은 KSTAR 토카막의 운전모드들(operation modes)에 따른 ECE 관련 파라메타를 정리한 것이다.

표 1. KSTAR 운전모드 및 ECE 관련 파라메타

operation phase	First plasma		OH plasma		baseline			upgrade					
operation mode No.	1.0	1.1	2.0	2.1	3.0	3.1	3.2	4.0	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5
ECH (MW)	0.5	0	0.5	0	0.5	0.5	0.5	05.	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
B_T(T)	1.5	1.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5
R(m)	1.6	1.6	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8
a(m)	0.3	0.3	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
T_e(0)(keV)	2.8	0.6	5.6	5.6	7.5	8.1	8.5	9.8	8.4	6.6	4.9	10.2	7.4
N_e(0) ($10^{20}/m^3$)	0.2	0.15	0.5	0.5	0.8	1.0	1.0	1.25	0.8	0.8	0.9	1.7	1.3

표 1 에서 보는 바와 같이 운전단계(operation phase)는 크게 4 가지로 나누어져 있고 운전모드에 따라 파라메타들 예를 들어 자장 혹은 플라즈마 밀도 등이 크게 달라짐을 알 수 있다. 따라서 표 1 의 모든 운전모드에 대해 ECE 파 진동수 w_{ce} 와 차단 및 공명진동수를 계산하였다. 그림 1 은 운전모드번호 1.0 과 4.0 에 대한 계산 결과를 나타낸 것이다.

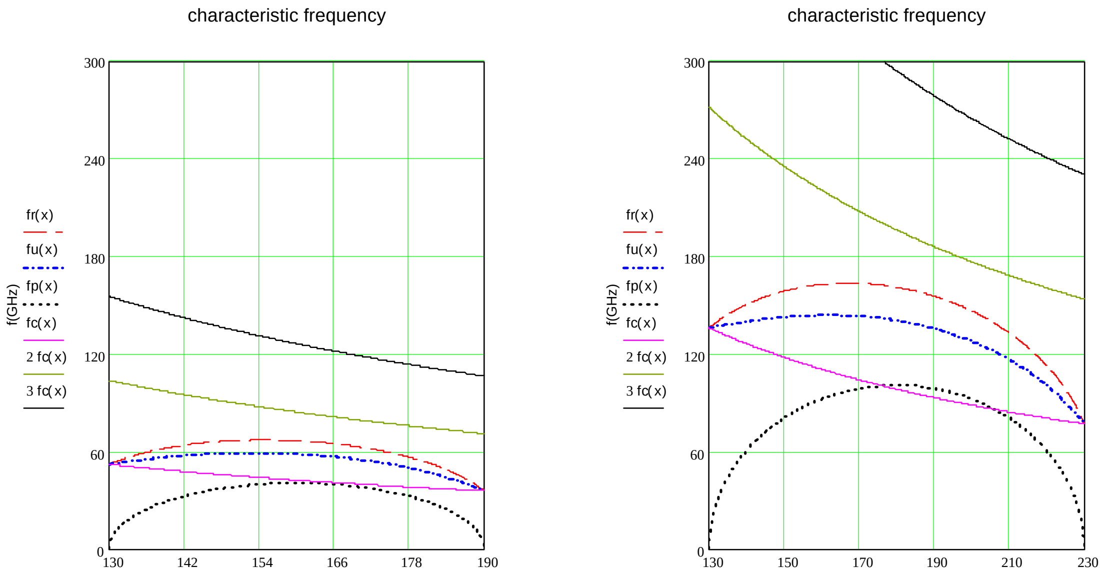

그림 1. 운전모드번호 1.0(왼쪽)과 4.0(오른쪽)에 대한 ECE 진동수, R-파 차단 진동수(파선), 높은 혼성파 진동수(일점쇄선), 플라즈마진동수(점선)의 계산 결과. 실선은 아래로부터 EC 의 기본파 및 제 2, 제 3 고조파 진동수임.

위 계산에서 자장은 진공중의 자장을 사용하였으며 플라즈마 밀도분포는 포물선분포(parabolic profile)를 갖는다고 가정하였다. 그림 1 은 ECE 의 O-모드 기본파에 대해 차단영역이 없는 경우와 있는 경우를 대표적으로 보여주고 있다. 계산 결과에 의하면 제 2, 제 3 고조파(2^{nd}, 3^{rd} harmonics)의 경우 X-파, O-파 모두 모든 운전 모드에 대해 ECE 파의 측정이 가능하다. 그러나, 기본파인 경우 X-모드는 플라즈마의 저 자장쪽(low field side)을 차단영역이 막고있어 ECE 파의 측정이 불가능하고 O-모드인 경우도 상대적으로 플라즈마 밀도가 높은 운전모드 4.0, 4.4, 4.5 에서는 차단영역이 존재해 ECE 파 측정에 적절하지 않다.

3. 차단밀도(cut-off density)

지금까지는 ECE 파 측정에 적절한 모드와 고조파를 찾기 위해 주어진 플라즈마 파라메타(표 1)에 대해 각 모드와 각 고조파의 적절성을 각각 검토하였다. 하지만 표 1 은 단지 몇 가지로 계획된 운전 시나리오일 뿐 실제 KSTAR 토카막의 운전영역은 표 1 에서 나타낸 범위보다 훨씬 넓을 수 있다. 일단 KSTAR 토카막의 자장이 정해지면 그 자장에 의해 ECE 파의 주파수가 결정된다. 이 주파수를 갖는 파를 차단하는 플라즈마의 밀도를 차단밀도(cut-off density)라 할 때 KSTAR 토카막이 이 밀도보다 더 높은 밀도 영역에서 운전되면 그 플라즈마에 대한 ECE 측정은 불가능해진다.

O-모드 기본파에 대한 차단밀도는 플라즈마 중심에서의 ECE 진동수와 플라즈마 진동수가 같을 때 구해진다. O-모드 기본파를 이용해 ECE 측정이 가능한 최대 밀도는 식(5)로

$$n_o = \frac{B_o^2}{4\pi m_e c^2} = 9.7\times10^4 B_o^2[G]cm^{-3} \qquad (5)$$

구해지고 X-모드 제 2 고조파에 대한 최대 밀도는 $\omega_R = 2\omega_{ce}$ 즉,

$$\frac{\omega_{ce} + \sqrt{\omega_{ce}^2 + 4\omega_{pe}^2}}{2} = 2\omega_{ce} \qquad (6)$$

일 때 $\omega_{pe}^2 = 2\omega_{ce}^2$ 에 의해 구해진다. 따라서 X-모드 제 2 고조파에 대한 차단밀도는 O-모드 기본파에 대한 값의 2 배이다.

한편, Greenwald tokamak density limit 를 포물선 밀도분포로 가정하고 Gaussian 단위로 고쳐 쓰면 식(7)과 같이 나타난다.[4]

$$n_{Lim} = 2.5\times10^{12}\frac{B_o}{R_o q_{cyl}} \qquad (7)$$

여기서 q_{cyl} 은 원통안전인자(cylindrical safety factor)이다.

Greenwald limit 는 주어진 안전인자에 대해 플라즈마가 붕괴되지 않을 최대 밀도의 한계를 나타낸다. 따라서 차단밀도와 Greenwald limit 를 같게 놓으면 ECE 측정이 가능한 토카막 운전 영역을 알 수 있다. 그림 2 는 토로이달(toroidal) 자장이 1.5T 와 3.5T 일 때의 Greenwald density limit 과 차단밀도를 계산한 결과이다.

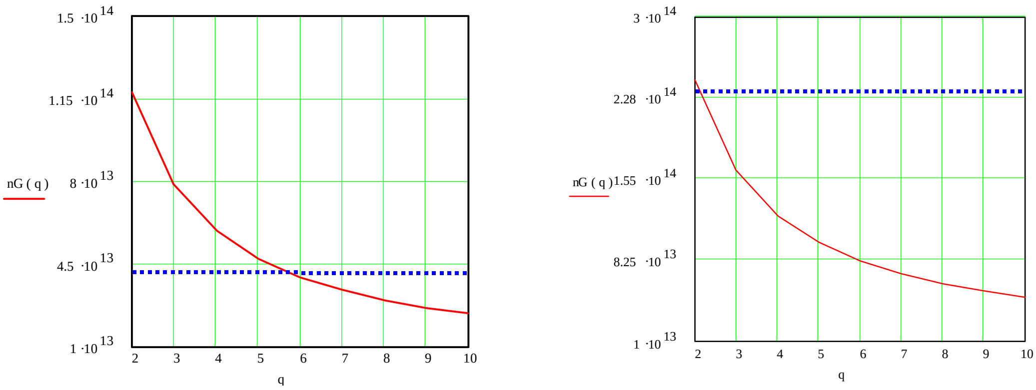

그림 2. 자장 1.5T(왼쪽)와 3.5T(오른쪽)에 대한 Greenwald density limit(실선)과 2nd X-모드에 대한 차단밀도(점선).

KSTAR 토카막 플라즈마에 대해 계산된 차단밀도는 ECE 2nd X-모드에 대해 자장이 1.5T 일 때 $4.4\mathrm{x}10^{13}/\mathrm{cm}^3$ 이며 자장이 3.5T 일 때는 $2.4\mathrm{x}10^{14}/\mathrm{cm}^3$ 이다. 그림 2 에서 보듯이 자장 3.5T 때는 해당 q_{cyl} 값이 거의 2 에 육박해 KSTAR 토카막의 거의 모든 운전영역에 대해 ECE 측정

이 가능함을 확인할 수 있다. 다만 자장 1.5T(첫 플라즈마 운전단계) 때는 해당 q_{cyl} 값이 5.4 에 그치나 KSTAR 의 첫 운전단계의 목표는 플라즈마에 대한 물리적인 관심 보다는 목표한 공학적 파라메타 달성에 있고 또 2 절에서 검토했듯이 첫 플라즈마 단계에 대한 운전모드를 만족하고 있으므로, KSTAR 토카막 플라즈마에 대해 2nd X-모드에 의한 ECE 측정은 타당하다고 결론지을 수 있다.

4. 광학적 두께(optical thickness)

이제 측정된 ECE 파의 세기와 플라즈마 전자온도의 관계에 대해 알아보자. 토카막으로 부터 수신된 ECE 세기는 광학적 두께를 τ, 내벽 반사율을 γ 라 할 때 아래와 같이 주어진다.[5]

$$I_{abs} = \frac{\omega^2}{8\pi^3 c^2} T_e \frac{1-\exp(-\tau)}{1-\gamma\exp(-\tau)} \qquad (8)$$

만약 광학적 두께 τ 가 1 보다 매우 크면 수신된 ECE 세기는 흑체 복사(blackbody radiation)의 세기와 같게 되고 그 세기는 플라즈마의 전자온도 T_e에 비례하게 되어 ECE 세기를 측정함으로써 전자온도를 알 수 있다. 그리고 5% 이내의 에러 범위 내에서 전자온도를 측정하기 위해서는 광학적 두께가 3 이상의 값을 갖어야 한다.

1st O-모드와 2nd X-모드에 대한 광학적 두께는 다음 식으로 얻어진다.[1]

$\rho = (\omega_{pe}/\omega_c)^2$ 라 하면

$$\tau_1^{(o)} = \pi^2 \rho (1-\rho)^{1/2} \frac{T_e}{m_e c^2} \frac{R}{\lambda} \qquad (9)$$

$$\tau_2^{(x)} = 2\pi^2 \rho \frac{T_e}{m_e c^2} \frac{R}{\lambda} \left(1 + \frac{1}{2}\frac{\rho}{3-\rho}\right)^2 \left(1 - \frac{\rho}{4}\frac{4-\rho}{3-\rho}\right)^{1/2} \qquad (10)$$

그림 3 은 표 1 의 운전모드 중 전자온도와 플라즈마 밀도가 가장 낮은 운전모드 1.1 과 가장 높은 운전모드 4.4 에 대해 1st O-모드와 2nd X-모드에 대한 광학적 두께를 계산한 결과이다.

그림 3 에서 1st O-모드에 대한 광학적 두께는 너무 얇거나 불연속을 지녀 1st O-모드의 사용이 불가능함을 다시 한번 보이고 있다. 2nd X-모드의 경우 운전모드 1.1 에 대해서는 $\tau > 3$ 인 영역이 플라즈마 중심부분에 한정되어있지만 이 운전모드를 제외한 모든 운전모드에 대해 계산 결과 플라즈마 언저리(edge) 부근의 수 cm 를 제외하고는 플라즈마의 모든 영역에서 3 보다 큰 값을 가졌다.

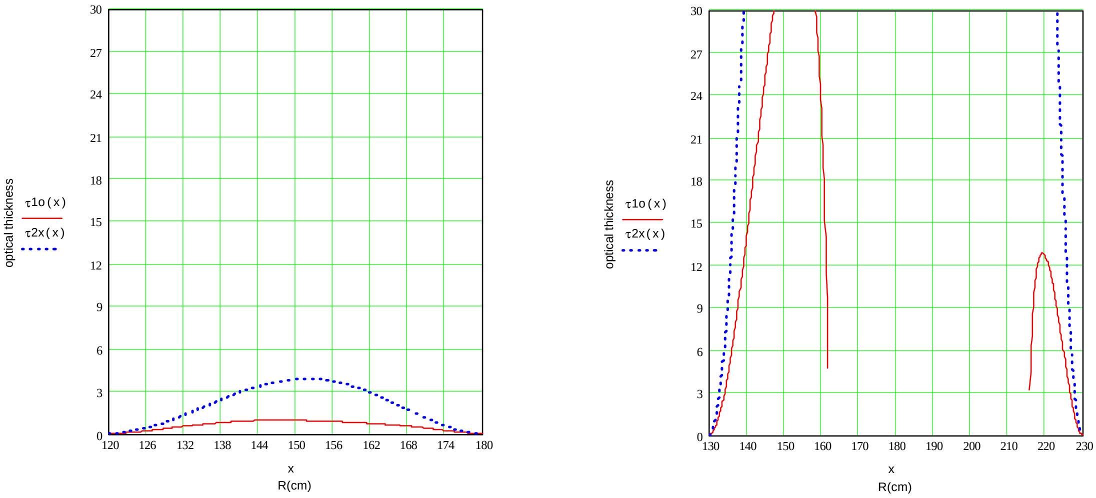

그림 3. 운전모드 1.1 (왼쪽)과 운전모드 4.4 (오른쪽)에 대해 1st O-모드(실선)와 2nd X-모드(점선)에 대한 광학적 두께를 계산한 결과.

5. 고조파 겹침(harmonic overlap)과 ECE 측정 영역

토카막의 경우 토로이달 자장이 $1/R$ 로 감소하기 때문에 특히 저 형상비(low aspect ratio), 높은 고조파(high harmonics)에 대해서 고조파 겹침 현상이 발생한다. 이러한 영역에서는 관측한 진동수의 위치를 특정 지을 수 없어 전자온도 측정시 이 영역을 제외시켜야 한다. n 차 고조파에 대한 겹침 영역은 식(11)이 만족될 때 발생한다.

$$(n+1)\frac{R_o}{R_o+a} \le n\frac{R_o}{R_o-a} \tag{11}$$

KSTAR 토카막의 경우 주반경 R_o 가 1.8m, 부반경 a 가 0.5m 일 때 제 2 고조파 이상에서만 겹침 현상이 발생한다. 그의 진동수 범위는 271.22 - 229.95GHz 이며 해당하는 주반경은 130 - 153.3cm 이다.

이제까지 논의한 결과를 종합하여 KSTAR 토카막 플라즈마에 대해 2nd X-모드를 사용하여 전자온도를 측정할 수 있는 영역을 표 2 에 정리하였다.

자장이 1.5T 인 첫 단계 플라즈마 경우 진동수 영역은 대략 70GHz 부터 100GHz 이지만 광학적 두께가 3 보다 크고 ECH(electron cyclotron heating) 진동수 영역을 제외하면 저 자장 측(low field side)에서 측정할 수 있는 영역은 74GHz 에서 83GHz 이다. 이는 플라즈마 언저리 부분의 약 10cm 를 제외한 모든 영역에 해당되어 첫 단계 플라즈마의 전자온도 분포 측정에 문제가 없음을 보여준다. 자장이 3.5T 경우는 고조파 겹침 영역이 존재하지만 이는 고자장 측(high field side)에서 발생해 ECE 측정에는 영향을 주지 않는다. 단 ECH 진동수의 제

2 고조파가 존재하므로 측정영역은 두 영역 156-167GHz 와 169-230GHz 부분으로 나누어진다.

표 2. KSTAR 토카막 진동수 영역

	B_o=1.5T	B_o=3.5T
frequency range in plasma	70.7 to 103.4GHz (130 to 190cm)	153.4 to 271.4GHz (130 to 230cm)
frequency range *t* > 3	73.9 to 96.4GHz (139.5 to 181.5cm)	155.7 to 253.9GHz (139 to 226.5cm)
harmonics overlap range	-	271 to 230GHz (130 to 153.3cm)
frequency at plasma center	84GHz (160cm)	196GHz (180cm)
ECH frequency	84GHz (160)	168GHz(2nd harmonics) (210cm)
available range for ECE diagnostics	74 to 83GHz (161.9 to 181.6cm) 85 to 96GHz (140 to 158GHz)	156 to 167GHz (2111.2 to 226.1cm) 169 to 230GHz (153.4 to 208.8GHz)

6. 헤테로다인 수신기 설계

이상의 논의를 바탕으로 KSTAR 토카막의 첫 단계 플라즈마에 대한 전자온도 및 그 분포의 측정을 위한 헤테로다인 수신기를 설계하였다. 수신기는 넓은 측정 진동수 영역을 갖기 위해 single side band- filter bank 형태로 설계되었다.

토카막에서 나온 ECE 파는 집광부와 도파관(waveguide)을 지나 수신기에 이른다. 이 때 ECH 주파수의 영향을 제거하기 위해(이미 집광부에서 해당 진동수를 차단할 필터를 사용했다 할지라도 상당한 세기가 남아있게 된다[6]) 84GHz band rejection filter 채택하고 single side band 만을 이용하기 위해 높은 주파수(83 GHz 이상)를 제거한다. 믹서(mixer)에 들어온 RF 파는 2-18GHz 폭을 갖는 IF 파로 전환되고 power divider 를 통해 2GHz 간격으로 분리된다. 분리된 파는 약 5cm 간격의 공간분해능을 갖게 되며 다이오드 검출기와 비디오 앰프를 거쳐 플라즈마의 전자온도를 측정한다.

그림 4 는 KSTAR 토카막의 첫 단계 운전모드에 대한 ECE 측정을 목표로 설계된 헤테로다인 수신기를 나타낸 것이다. 설계된 수신기의 측정진동수 영역은 8ch 에 대해 82-68GHz 로 첫 단계 플라즈마의 전자온도 측정 가능영역 5ch 에 대한 83-74GHz 보다 넓게 설정되어 있다. 이는 이후 3.5T 의 자장 하에서 운전되는 KSTAR 토카막 플라즈마의 진단을 위한 별도의 장치의 제작이나 IF 후단의 특별한 개선없이 수신기의 믹서(mixer) 전단만을 적절히 바꾸어 사용하기 위함이다.

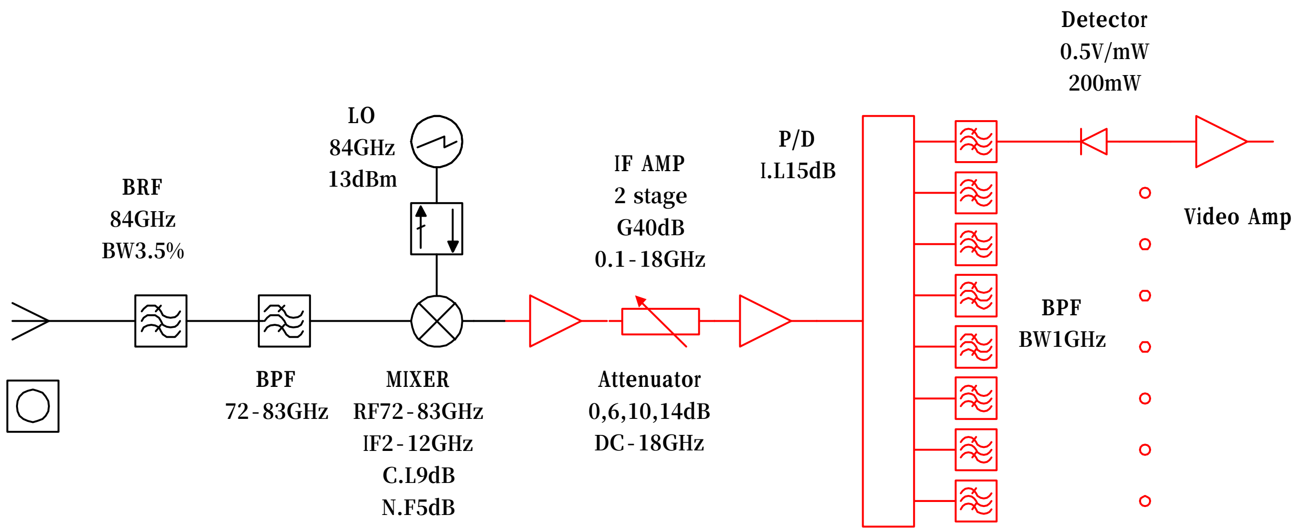

그림 4. KSTAR 토카막의 첫단계 플라즈마 진단용 ECE 헤테로다인 수신기.

7. 결 론

KSTAR 플라즈마의 전자온도 및 그 분포를 측정하기 위한 헤테로다인 수신기 설계에 앞서 KSTAR 토카막에서 ECE 진단방법의 타당성을 검토하였다. 이를 위해 먼저 ECE 파의 각 모드들에 대한 차단영역을 계산하였다. 그 결과, 기본파의 경우 차단영역이 존재해 ECE 측정에 적합하지 못하지만 2nd X-모드의 경우 모든 운전 모드에 대해 접근성(accessbility)이 확인되었다. 그리고 2nd x-모드에 대한 차단밀도의 계산을 통해 KSTAR 의 운전 가능한 전영역에 대해 ECE 측정이 가능함을 입증하였다. 마지막으로 KSTAR 플라즈마의 측정 가능한 공간영역 및 진동수 영역을 찾기 위해 광학적 두께 및 고조파 겹침을 검토하고 적절한 ECE 측정 범위를 결정하였다. 이상의 결과를 토대로 KSTAR 토카막의 첫 단계 운전 시 전자온도 및 그 분포를 측정할 헤테로다인 수신기를 설계하였다. 설계된 수신기의 공간분해능은 약 5cm(진동수 분해능 2GHz)이며, 측정 주반경 영역은 플라즈마 중심으로부터 약 20cm 이다.

참고문헌

1. M. Bornatici *et al.*, Nucl. Fusion **23**, 1153(1983).
2. H. J. Hartfuss *et al.*, Plasma Phys. Controlled Fusion **39**, 1693(1997).
3. P. C. Efthimion *et al.*, Rev. Sci. Instr. **70**, No.1, 1018(1999).
4. F. Frigione *et al.*, ENEA rep. **RT/ERG/FUS/93/06**, 9(1993).
5. S. Zhang *et al.*, Proc. of 9th joint workshop on ECE and ECH, Borrego Springs,Jan.,23-26(1995).
6. Y. Nagayama *et al.*, Rev. Sci. Instr. **70**, No.1, 1021(1999).