

2군 CMFD에 의한 다군 중성자 확산 계산 및 다군 CMFD와의 성능 비교

Multi-Group Neutron Diffusion Calculation based on 2-Group CMFD method and Performance Comparison with Multi-Group CMFD method

조 진영, 주 한규, 조 병오, 지 성균
한국원자력연구소
대전 유성구 덕진동 150

요 약

이 연구에서는 다군 중성자 확산 문제의 노달해를 효율적으로 구하기 위해 2군 CMFD 방법을 적용한다. 이를 위하여 먼저 2군 CMFD를 다군 노달커널과 연계하여 반복계산을 수행할 경우 수반되는 에너지 군 수의 변화에 따른 중성자속 및 중성자류의 축약 및 확대문제, 2군 균정수 계산문제 등을 기술하고 그 해법을 도출한다. 그리고 다군 중성자 확산문제를 효과적으로 풀기 위해 다군에서의 2군 경계설정방법, 중성자속 및 중성자류 스펙트럼의 외삽법 등을 제시한다. 이 방법의 성능을 평가하기 위해 SNR 4-에너지군 문제 및 BFS75 9-에너지군 문제에 적용하며 수렴 속도, 계산시간 등의 측면에서 다군 CMFD와 성능을 비교한다. 비교 결과는 2군 CMFD 방법의 CMFD 계산시간은 다군 CMFD에 비해 4군 문제에서는 약 2배, 9군 문제에서는 약 10배 빠르게 계산하고 수렴속도에서는 거의 같은 것을 보인다.

Abstract

In order to obtain multi-group nodal solutions efficiently, the 2-group CMFD method is applied to the solution of multi-group neutron diffusion problems. This paper describes group condensing and expanding problems which are originated from the change in the number of energy groups between the multi-group nodal kernel and the 2-group CMFD, and then suggests solution technique. Also to solve the multi-group neutron diffusion problem effectively, this paper suggests 2-group boundary setup and spectrum extrapolation techniques. To evaluate the performance of 2-group CMFD method for a multi-group neutron diffusion problem, this scheme is applied to the SNR 4 energy group and the BFS75 9 energy group problems and is compared with the multi-group CMFD scheme in the aspects of convergence efficiency and computing time. The results show that the computational efficiency of 2-group CMFD method is about two times faster in 4-group SNR problem and 10 times in 9-group problem than multi-group CMFD method, and the convergence behavior is comparable with the multi-group CMFD method.

1. 서론

소격격자 유한차분법(CMFD:Coarse Mesh Finite Difference Method)^{1,2}은 노달 노심계산을 효율적으로 수행하기 위해 광범위하게 사용되고 있는 방법이다. 이 방법에서는 유한차분법의 계산 결과가 노달 계산결과와 일치하도록 유한차분법에서 사용하는 노드 경계면 중성자류 계산식에 중성자류 보정인자를 도입하며, 통상적으로 이는 단일격자 또는 쌍격자 노달 계산을 통해 구한다. 이 방법은 기존에 2군 중성자 확산방정식 문제에 많이 응용되었으며 그 성능의 우수성을 평가받았다. 이 연구에서는 이러한 소격격자 유한차분법을 이용해 다군 중성자 확산방정식의 노달해를 효율적으로 구하기 위한 방안에 대해 기술한다.

다군 중성자 확산문제에 소격격자 유한차분법을 도입하기 위해서는 크게 두가지 방안, 즉 다군 CMFD 방식과 2군 CMFD 방식을 고려해 볼 수 있다. 다군 CMFD 방식은 다군 노달 커널과 동일한 다군 균정수를 사용하기 때문에 기존의 2군 노달커널과 2군 CMFD 방식에서 사용하는 반복계산 기법을 그대로 사용할 수 있다. 그러나 이 방식은 다군 CMFD 계산을 효율적으로 하기 위한 도구의 제작에 많은 노력이 필요하며 또한 다군 CMFD 계산 그 자체로서 많은 시간이 소요된다. 2군 CMFD 방식은 다군 노달커널과는 다른 에너지 군 수를 사용하기 때문에 CMFD와 노달커널간에는 기존의 2군 노달커널과 2군 CMFD 방식에서의 연계관계 외에 에너지군수의 변화에 따른 연계관계를 추가로 설정하여야 한다. 즉, 다군 노달 커널에서 2군 CMFD로 전환하기 위해서는 중성자속 및 중성자류 축약과정과 2군 균정수 생산과정이 필수적이며, 2군 CMFD에서 다군 노달커널로 전환하기 위해서는 2군 중성자속 및 중성자류로부터 다군 중성자속 및 중성자류를 추정하는 과정이 필수적이다. 그러나 이 방식은 이러한 에너지 군 수의 전환에 따른 계산과정을 제외하면, 2군 CMFD를 사용하기 때문에 CMFD 계산에 소요되는 시간을 최소화 할 수 있다. 이 방식의 또다른 장점은 기존의 2군 노심해석 코드에 다군 계산기능을 추가하는 것을 용이하게 해 준다는 것이다. 이러한 관점에서 이 연구에서는 2군 CMFD 방식을 도입하며, 다군 중성자 확산문제의 해를 효율적으로 계산하기 위한 방안의 개발에 초점을 둔다.

이 연구의 제 2장에서는 에너지 군 수의 축약 및 확대에 필수적으로 따르는 중성자속 및 중성자류의 축약 및 확대 문제, 2군 균정수 생산문제 등에 대해 논한다. 제 3장에서는 실제 문제에 적용할 때 발생하는 다군에서의 2군의 군 경계문제 및 중성자속 및 중성자류의 효과적인 확대 방안을 논의한다. 그리고 다군 CMFD와 수렴속도 및 계산시간 등을 비교해 그 성능을 평가한다. 이 연구에서 사용한 다군 노달 커널은 삼각형 기반 다항식전개법(TPEN: Triangle based Polynomial Expansion Nodal method)³에 기초하고 있으며 2군 CMFD의 해를 효율적으로 계산하기 위해서는 Incomplete LU Factorization 방법과 Wielandt Eigenvalue Shift 방법을 사용한다.

2. 다군 노달커널과 2군 CMFD의 비선형 반복계산

다군 노달커널과 2군 CMFD에 의해 다군 중성자 확산문제의 해를 구하기 위해서는 2군 노달커널과 2군 CMFD 방식에 사용되는 비 선형 반복기법에 에너지군의 축약 및 확대에 따른 중성자속 및 중성자류의 축약 및 확대방법, 2군 균정수 계산 방법이 필요하다. 이 장에서는 에너지 군 수가 다름으로 인해 발생하는 이러한 문제들의 해결 방안에 대해 알아보면,

이들을 포함한 다군 노달커널과 2군 CMFD 방식에서의 비선형 반복계산기법을 제시한다.

2.1 2군 균정수 및 중성자류 보정인자

다군 균정수를 사용하는 노달 커널은 노달 미지수로서 다군 중성자속과 중성자류를 사용한다. 그러나 2군 CMFD 계산은 2군 균정수를 사용하며 미지수로서 2군 중성자속과 중성자류를 사용한다. 따라서 다군 노달커널으로부터 2군 CMFD 계산으로의 전환을 위해서는 다군 노달 미지수들과 균정수들로부터 2군 미지수와 균정수들을 갱신하여 주어야 한다.

2군 CMFD 계산에 사용될 2군 중성자속과 2군 중성자류는 다군 중성자속과 중성자류로부터 계산할 수 있으며 노드 n 에서 아래와 같이 표현된다.

$$\phi_g^n = \sum_{g' \in g} \phi_{g'}^n, \quad (1-a)$$

$$j_g^n = \sum_{g' \in g} j_{g'}^n. \quad (1-b)$$

여기서 g 와 g' 는 2군 CMFD와 다군 노달계산에서의 에너지군을 나타내는 지표로 g 는 1 또는 2이며, g' 는 1, 2, ..., G 의 값을 갖는다. 2군 CMFD 계산에 사용될 2군 균정수도 또한 다군 균정수와 다군 중성자속으로부터 중성자속 가중평균법에 의해 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\Sigma_g^n = \frac{\sum_{g' \in g} \Sigma_{g'}^n \phi_{g'}^n}{\phi_g^n}. \quad (2)$$

CMFD 계산에서는 노드 경계면에서의 중성자류를 노달 커널과 일치시키기 위해 유한차분법에서 사용하는 중성자류 계산식에 중성자류 보정인자를 도입한다. 이러한 중성자류 보정인자는 위에서 구한 2군 중성자속 및 중성자류와 2군 균정수를 이용하여 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\hat{D}_g^n = -\frac{j_g^n + \tilde{D}_g^n (\phi_g^n - \phi_g^{n-1})}{\phi_g^n + \phi_g^{n-1}}. \quad (3)$$

또한 CMFD 계산결과로부터 노드 경계면에서의 중성자속 계산을 위한 중성자속 보정인자도 위에서 구한 2군 중성자속 및 중성자류와 2군 균정수를 이용하여 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\hat{\alpha}_g^n = \frac{\phi_{gs}^n - \alpha_g^n \phi_g^n - (1 - \alpha_g^n) \phi_g^{n-1}}{\phi_g^n + \phi_g^{n-1}}. \quad (4)$$

여기서 ϕ_{gs}^n 은 노드 $n-1$ 과 노드 n 사이의 경계면에서 정의되는 면평균 중성자속으로 이는 이 면에서 정의되는 부분중성자류로서 구할 수 있다.

2.2 노드평균 중성자속 및 노드 경계면에서의 중성자류 스펙트럼

위에서 구한 2군 균정수와 노드 경계면에서의 중성자류 보정인자를 사용하면 2군 CMFD 계산을 기존의 방법과 동일하게 할 수 있으며 이로부터 2군 노드평균 중성자속과 노드경계면에서의 중성자류 및 중성자속을 구할 수 있다. 그러나 단일격자 다군 노달커널은 노드 경계면에서의 경계조건으로서 다군 인입 중성자류를, 노달 미지수로서 다군 노드평균 중성자속과 다군 외행 중성자류를 사용하므로 2군 CMFD 계산에서 다군 노달커널로 전환하기 위해서는 이들 경계조건 및 노달 미지수들을 2군 CMFD 결과로부터 적절히 갱신해주어야 한다. 다군 중성자속 및 중성자류의 에너지군에 따른 스펙트럼은 이러한 목적을 위해 사용되는 인자로서 만일 이러한 스펙트럼을 알고 있다면 다군 중성자속 및 중성자류는 2군 중성자속 및 중성자류에 스펙트럼을 곱함으로써 쉽게 구할 수 있다. 그러나 이러한 중성자류 및 중성자속 스펙트럼은 다군 중성자 확산문제의 해를 구하기 전에는 얻을 수 없으므로 이 연구에서는 이들 스펙트럼 추측치로 2군 CMFD 계산이전의 다군 노달커널로부터 나온 스펙트럼을 사용한다.

다군 노달커널과 2군 CMFD의 반복계산 지표 i 에서 사용하는 노드평균 중성자속 및 경계면 중성자류 스펙트럼은 반복계산 지표 $i-1$ 에서 노달커널로부터 나온 다군 중성자속 및 중성자류와 2군 중성자속 및 중성자류를 사용하여 아래와 같이 근사할 수 있다.

$$f_{g'}^{n,i-1} = \frac{\phi_{g'}^{n,i-1}}{\phi_g^{n,i-1}}, \quad (5-a)$$

$$h_{g'}^{n,i-1} = \frac{j_{g'}^{n,i-1}}{j_g^{n,i-1}}. \quad (5-b)$$

그리고 반복계산 i 단계에서의 다군 노달커널 계산을 위한 노드평균 중성자속과 노드 경계면에서의 인입 중성자류 조건은 위의 식 (5-a)과 (5-b)과 2군 CMFD 계산결과로부터 아래와 같이 갱신할 수 있다.

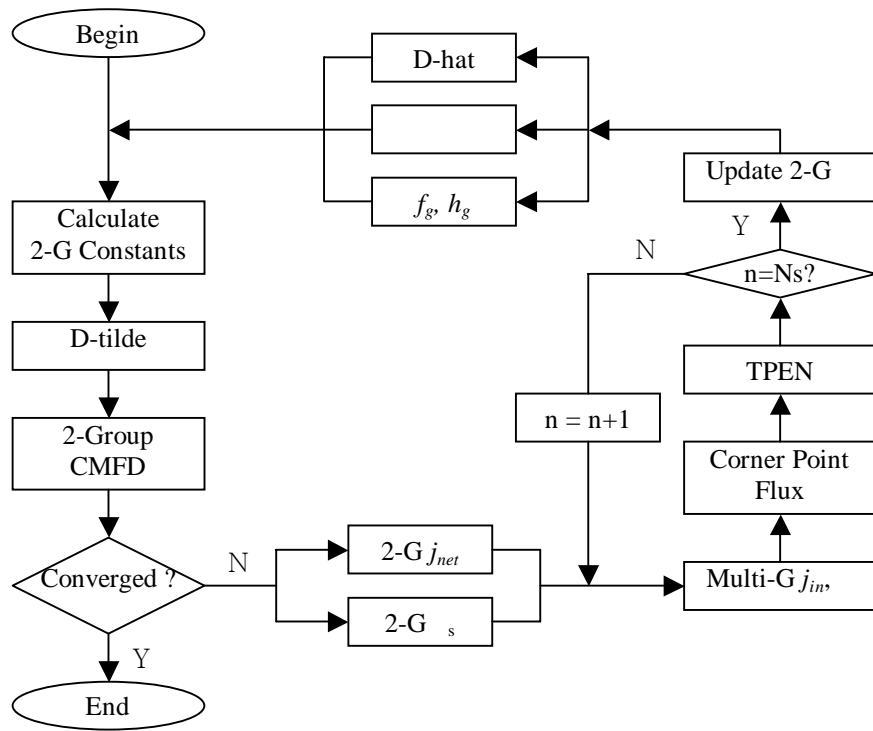
$$\phi_{g'}^{n,i} = f_{g'}^{n,i-1} \phi_g^{n,i}, \quad (6-a)$$

$$j_{g',in}^{n,i} = h_{g'}^{n,i-1} j_{g,in}^{n,i}. \quad (6-b)$$

여기서 $\phi_g^{n,i}$ 와 $j_{g,in}^{n,i}$ 는 반복계산단계 i 의 2군 CMFD 계산 결과로부터 나온 노드 n 의 2군 노드평균 중성자속과 노드 경계면에서의 인입 중성자류이다.

2.3 다군 노달커널과 2군 CMFD의 비선형 반복계산

2군 CMFD 계산과 다군 노달계산은 중성자속이 수렴할 때까지 반복적으로 수행된다. 그림 1은 이러한 이러한 반복계산방식을 보여주는데 이는 에너지군 축소 및 확대에 따른 부차적인 계산 모듈을 제외하면 2군 CMFD 계산과 2군 노달계산에서 사용하는 방식과 거의 동일하다. 즉, 다군 노달계산이 끝나면 2군 CMFD 계산을 위해 2군 중성자속을 갱신하며 중성자속 및 중성자류 스펙트럼을 계산해 둔다. 그리고 2군 CMFD 계산이 끝나면 이로부터 나온 2군 중성자속 및 중성자류와 CMFD 계산에 들어오기 전에 계산해 둔 중성자속 및 중성자류 스펙트럼을 이용해 다군 중성자속 및 중성자류를 갱신한다. 이 연구에서는 노드간 경계에서의 중성자류 보정인자를 계산하기 위해 단일격자 TPEN을 사용한다. 단일격자에 의해 중성자류 보정인자를 계산할 때에는 쌍격자에 의한 계산방식과는 달리 CMFD 계산의 안정적인 수렴을 위해 노심의 모든 노드에 대한 노달계산을 2번 이상 수행하여야 한다. 이 연구에서는 이러한 노달 계산 횟수(N_s)를 $G/2$ (G :에너지군의 수, $2 < N_s < 4$)로 설정하여 에너지 군의 수에 따라 최소 2번에서 최대 4번까지 하도록 하였다.



N_s : The Number of Nodal Sweep

그림 1. 다군 노달커널과 2군 CMFD에 의한 반복계산 과정

3. 수치계산 및 결과

이 장에서는 앞의 2장에서 설명한 다군 노달커널과 2군 CMFD 연계체계의 성능을 평가하기 위해 다군 중성자 확산문제에 적용하여 다군 노달커널/다군 CMFD와 비교한다. 이러한

비교를 위해 먼저 다군 문제를 2군 CMFD와 연계하여 풀 때 발생하는 2군 경계 설정 문제에 대해 2군 경계 변화에 따른 수렴도를 조사하여 최적의 2군 경계를 설정한다. 그리고 최적의 2군 경계에 대해 노달계산 횟수 증가에 따른 중성자속 스펙트럼의 오차 변화 추이를 조사하여 효과적인 스펙트럼 갱신 방법을 제시한다. 이 논문에서 적용된 문제는 SNR 4-에너지군 문제⁴와 BFS75 9-에너지군 문제⁵이다.

3.1 SNR 4-에너지군 문제

그림 2는 SNR 4 에너지군 문제의 에너지군 경계 변화에 따른 CMFD 계산의 핵분열 중성자원 오차를 반복계산 횟수에 따라 나타낸 것이다. 이 문제는 4-에너지군 문제이므로 에너지군 경계는 3 종류, 즉 에너지 경계를 1군과 2군 사이, 2군과 3군 사이 및 3군과 4군 사이로 하는 방법이 있다. 그림 2는 2군 CMFD의 에너지군의 경계로서 2군과 3군 사이로 하는 것이 수렴성이 가장 뛰어남을 나타낸다. 이는 다군 문제를 2군 CMFD와 연계하여 풀 때의 노달해의 수렴은 결국 스펙트럼의 수렴과 연관되기 때문에, 에너지 군을 2개 군에 대해 비균등하게 나누면 에너지 군의 수가 많은 쪽에서는 스펙트럼이 느리게 수렴하기 때문으로 풀이된다.

그림 3은 반복계산 횟수에 따른 스펙트럼의 수렴과정을 나타낸 것이다. 스펙트럼의 오차는 1군과 3군 모두가 반복계산 횟수에 따라 로그눈금에서 선형적으로 감소하고 있음을 알 수 있다. 이는 반복계산 i 단계에서의 스펙트럼은 이전 $i-1$ 반복계산단계와 $i-2$ 반복계산단계의 스펙트럼으로부터 유추할 수 있음을 의미한다. 따라서 식 (6-a)와 (6-b)에서 다군 중성자속과 중성자류를 갱신하기 위해 사용된 반복계산의 i 단계의 중성자속 및 중성자류 스펙트럼은 아래와 같은 식으로 계산된 스펙트럼으로 대체될 수 있다.

$$f_{g'}^{i-1/2} = wf_{g'}^{i-1} + (1-w)f_{g'}^{i-2} \quad (7-a)$$

$$h_{g'}^{i-1/2} = wh_{g'}^{i-1} + (1-w)h_{g'}^{i-2} \quad (7-b)$$

그림 3은 위의 식 (3)에서 w 를 1.15로 사용했을때의 반복계산횟수의 증가에 따른 중성자속 스펙트럼의 오차변화도 함께 보여주고 있다. 그림에서 알 수 있듯이 식 (7)을 사용할 경우에는 스펙트럼의 수렴 속도가 매우 빠름을 알 수 있다.

그림 4는 2군 CMFD의 다군 에너지군 조합으로 1, 2군과 3, 4군을 사용하고 스펙트럼 외삽 방식으로 식 (7-a)와 식 (7-b)를 사용한 2군 CMFD와 다군노달커널/다군 CMFD 계산의 반복계산횟수에 따른 핵분열중성자원의 오차를 나타낸 것이다. 다군 노달커널/다군 CMFD의 경우에는 반복계산횟수가 22 번 필요한데 비해 다군 노달커널/2군 CMFD의 경우에는 이보다 2번 많은 24 번이 필요하였다. 이는 다군 CMFD를 사용하는 경우에는 CMFD 계산에 의해 다군 중성자속 스펙트럼의 수렴이 가속화되나, 2군 CMFD를 사용하는 경우에는 다군 중성자속 스펙트럼이 다군 노달커널에 의해서만 수렴되므로 스펙트럼 수렴속도가 늦기 때문이다. 그러나 표 1에서 알 수 있듯이 2군 CMFD를 사용하는 경우에는 CMFD 계산에 0.05초가 소요되는데 반해 다군 CMFD는 0.1초가 소요되어 2배 많은 계산시간이 필요함을 알 수 있다.

3.2 BFS75 9-에너지군 문제

이 문제는 임계실험에 사용된 문제로서 노심내에는 Pin-Cell 크기의 집합체가 919개 장전되어 있다. 노심의 안쪽에는 농축도 15%의 금속 우라늄 핵연료봉들이 장전되어 있고 이를 농축도 20%인 금속 우라늄 핵연료봉이 둘러싸고 있다. 그리고 노심 외각에는 중성자 누출을 막기 위해 Blanket이 노심 반경방향 및 축방향으로 배치되어 있다. 그림 5는 노심을 구성하는 핵연료봉들의 반경방향 및 축방향 장전모형을 보여준다.

그림 6은 9개의 에너지군을 균등하게 거의 분할한 1, 2, 3, 4군과 5, 6, 7, 8, 9군을 사용한 2군 CMFD와 다군 CMFD를 사용할 경우의 반복계산횟수에 따른 수렴속도를 나타낸 것이다. 2군 CMFD의 경우에는 앞의 SNR 4군 문제와 동일한 중성자속 및 중성자류 스펙트럼 외삽방식을 사용하였다. 이 문제에서는 다군 CMFD와 2군 CMFD의 경우 모두 노달 해의 수렴을 위해서 반복계산횟수가 22번 필요하였다. 그러나 표 1에서 알 수 있듯이 2군 CMFD를 사용하는 경우에는 CMFD 계산에 0.33초가 소요되는데 반해 다군 CMFD는 3.21초가 소요되어 약 10배 많은 계산시간이 필요함을 알 수 있다.

4. 결론

이 연구에서는 다군 중성자 확산 문제의 노달해를 효율적으로 구하기 위해 2군 CMFD 방법을 적용하였다. 이 과정에서 중성자속 및 중성자류의 축약법, 2군 균정수 계산법 및 스펙트럼에 의한 중성자속 및 중성자류의 에너지군 확대 방법을 기술하였으며, 다군 중성자 확산 문제의 수렴성을 높이기 위해 다군에서의 2군 경계설정방법, 중성자속 및 중성자류 스펙트럼의 외삽법 등을 제시하였다. 2군 CMFD 방법의 CMFD 계산시간은 다군 CMFD에 비해 4군 SNR 문제에서는 약 2배, 9군 BFS75 문제에서는 약 10배 빠르게 계산하는 것으로 나타났으며 수렴속도는 거의 같은 것으로 나타났다.

감사의 글

본 연구는 과학기술부의 원자력 연구개발 사업의 일환으로 수행되었다.

참고 문헌

1. Y. A. Chao, "Coarse Mesh Finite Difference Methods and Applications," ANS Int. Topical Meeting on Advances in Reactor Physics and Mathematics and Computation into the next Millennium, PHYSOR 2000, Pittsburgh, Pennsylvania, May 7-12, 2000.
2. H. G. Joo, G. Jiang and T. J. Downar, "Stabilization Techniques for the Nonlinear Analytic Nodal Method," Nucl. Sci. Eng., 130, 47, 1998.
3. J. Y. Cho, et al. "육방형 노심설계 해석을 위한 삼각형 기반 다항식 전개 노달법," 2000 한국원자력학회 추계학술발표회 논문집, 2000.

4. "Argonne National Laboratory Code Center Benchmark Problem Book," ANL-7416, Suppl. 3, p 861, Argonne National Laboratory, Dec. 1985.
5. T. K. Kim, et al. "Development of a Multi-Group, Multi-Dimensional Simplified P2 Transport Code, SOLTRAN, in Hexagonal Geometry," KAERI/TR-1449/1999, Korea Atomic Energy Research Institute(1999).

표 1. 2군 CMFD와 다군 CMFD방식의 계산시간 비교

	SNR 4-Group Problem		BFS 9-Group Problem	
	2-G CMFD	Multi-G CMFD	2-G CMFD	Multi-G CMFD
Number of Nodal Updates	11	10	9	9
Number of Outer Iteration	24	22	22	22
Nodal Time,sec	0.20	0.18	3.44	3.45
CMFD Time,sec	0.05	0.10	0.33	3.21
Total Time,sec	0.26	0.29	3.87	6.77

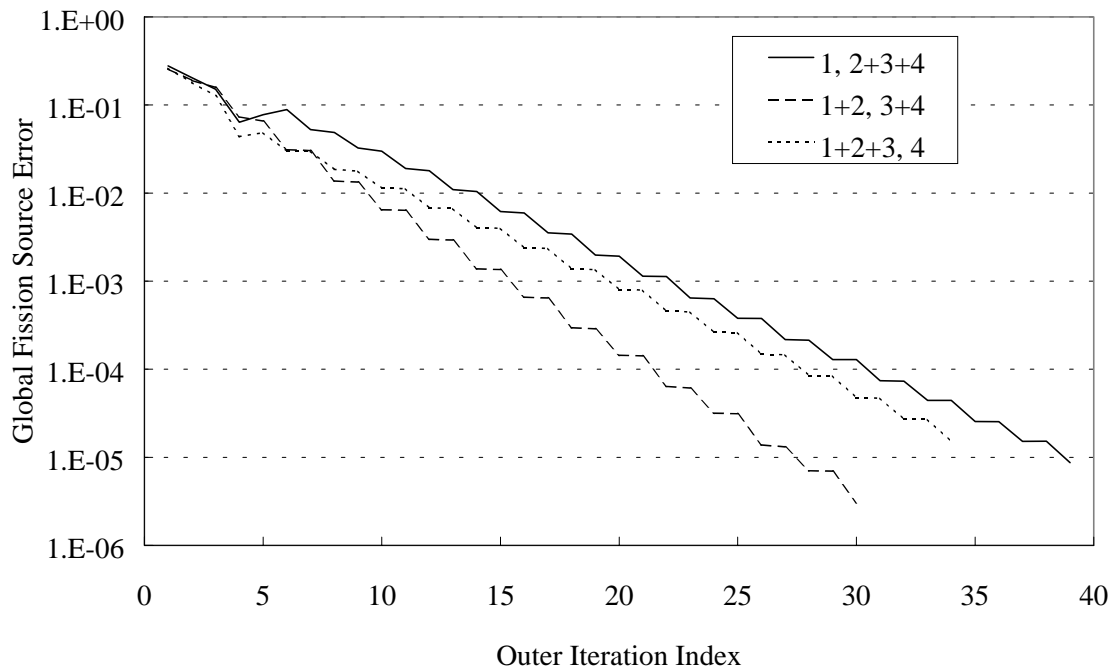


그림 2. SNR 4-에너지군 문제에서의 군 분리에 따른 중성자속 오차 추이

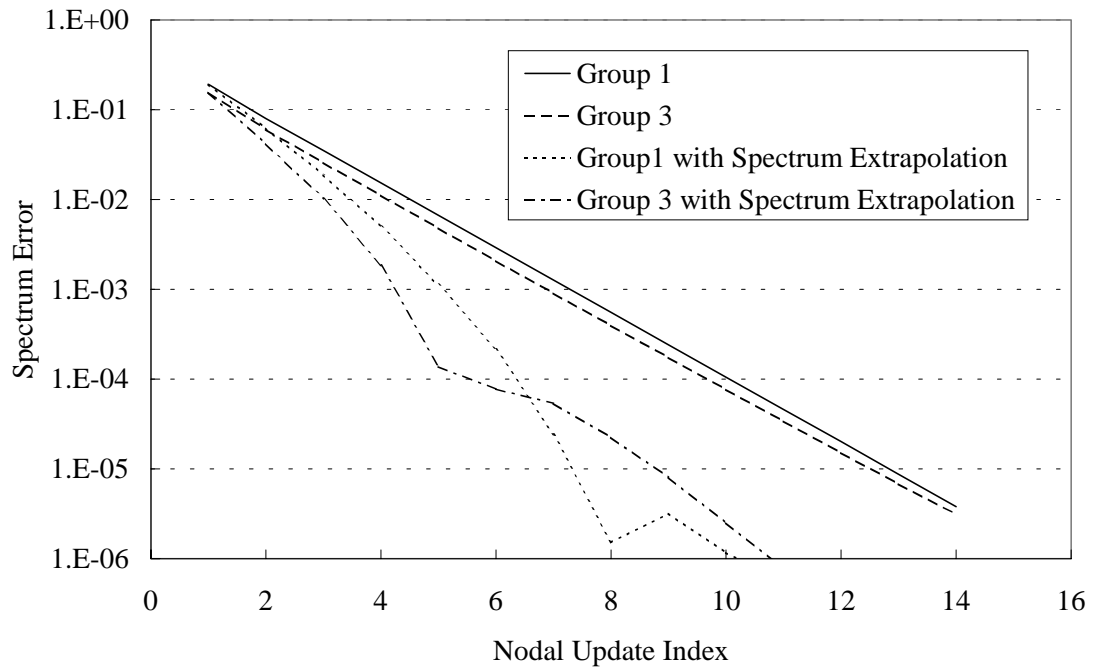


그림 3. SNR 4-에너지군 문제에서의 노달 갱신에 따른 스펙트럼 오차

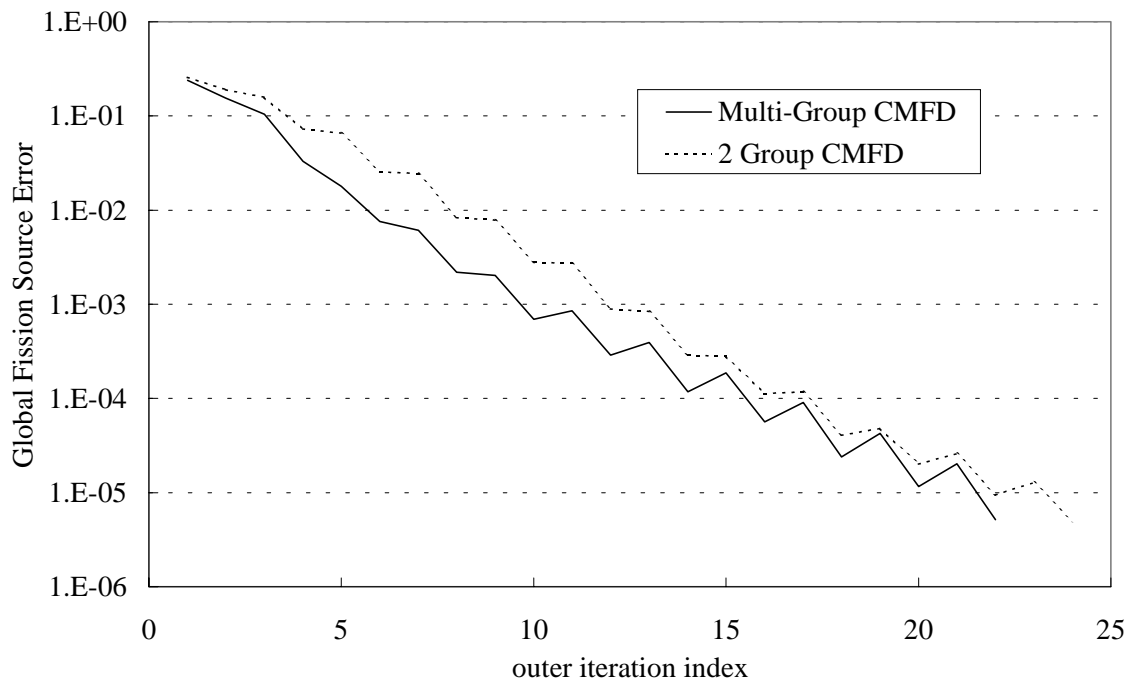


그림 4. SNR 4-에너지군 문제에서의 반복계산 횟수에 따른 중성자속 오차

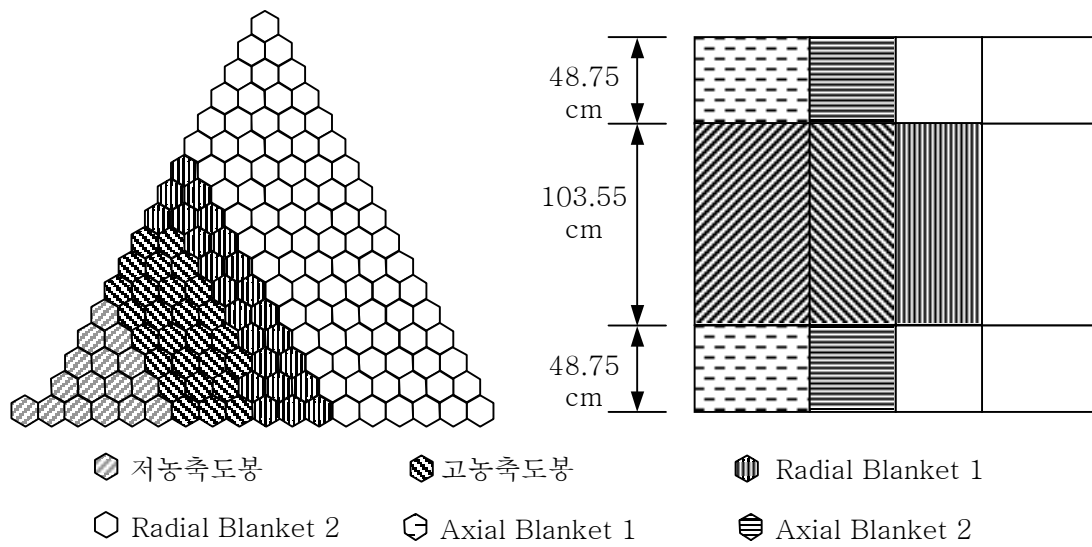


그림 5. BFS-75 9군 문제의 노심 핵연료장전모형

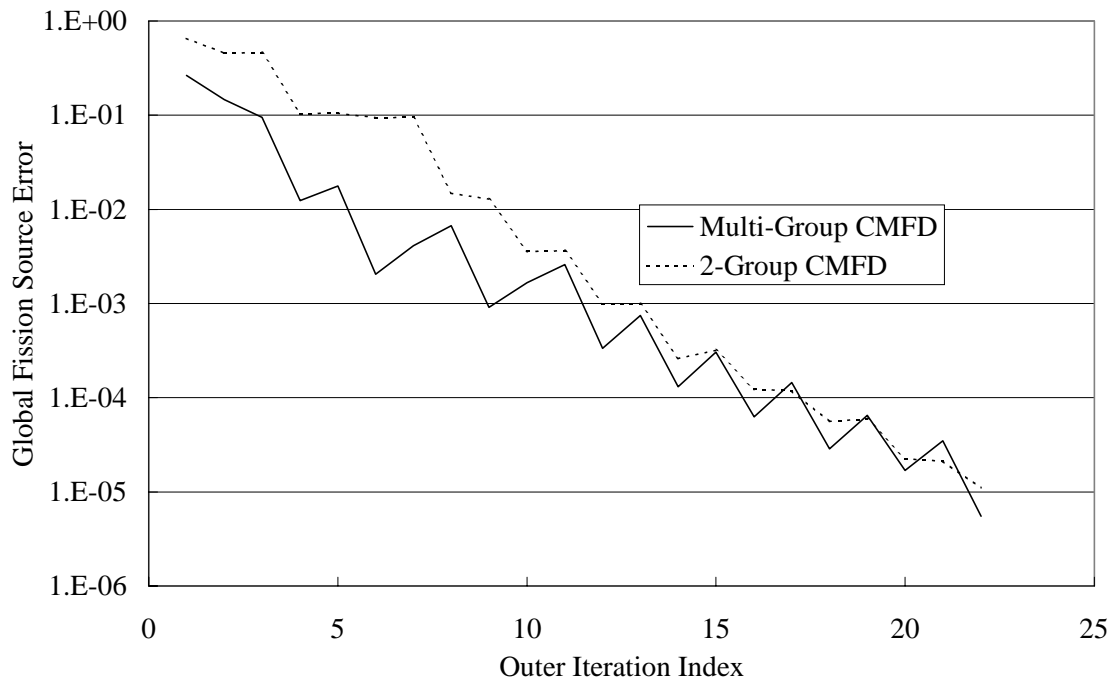


그림 6. BFS75 9에너지군 문제에서의 반복계산 횟수에 따른 중성자속 오차