'01춘계학술발표회 논문집
한국원자력학회

개선된 확률론적 파괴역학해석 전산코드 개발: VINTIN

Development of the Improved Probabilistic Fracture Mechanics Analysis Code: VINTIN

장 창희, 문 호림, 정 일석, 홍 승열

한국전력공사 전력연구원
대전시 유성구 문지동 103-16

요 약

원자로 압력용기의 가압열충격 건전성 평가를 위해 개선된 확률론적 파괴역학해석(PFM, probabilistic fracture mechanics analysis) 프로그램인 VINTIN을 개발하였다. VINTIN은 기존의 PFM 코드들의 차이점 및 장단점을 비교분석하여 도출된 개선사항들을 반영하여 결정론적 해석모듈 및 확률론적 해석 모듈을 개선하여 해석의 정확도 및 활용도를 높인 것이다. 특히 기존의 FEM 해석에 의한 데이터베이스를 활용한 근사식을 적용하여 반타원균열 선단에 작용하는 응력확대계수 계산에 필요한 influence coefficient를 구하였으며 클래드 및 용접부의 잔류응력에 의한 영향을 고려할 수 있는 해석 모듈을 추가하였다. 확률론적 파괴역학해석 부분에서도 균열정지 평가, 조사량 분포, 파괴인성 곡선 등을 다양하게 선택할 수 있도록 하였다. 가상 가압열충격 과도상태에 대한 VINTIN 해석결과를 다른 해석 코드와 비교한 결과 잘 일치하는 것으로 평가되었다.

Abstract

An advanced probabilistic fracture mechanics (PFM) code for pressurized thermal shock analysis was developed. Based on the detailed review of the existing PFM codes, several improvements in deterministic and probabilistic analysis modules were incorporated into the VINTIN (Vessel INTegrity analysis INner flaws) code to enhance the accuracy and applicability. Especially, to calculate the applied stress intensity factors of semi-elliptical surface flaws, influence coefficients database for various flaw shapes, depths, and orientations were utilized. Also, clad stress and weld residual stress analysis modules were added. In probabilistic analysis, various options in flaw arrest check, reference fracture toughness curve, and spatial distribution of fluence were included to enhance the flexibility in the analysis. The analysis results of the VINTIN and other leading PFM codes for a hypothetical PTS transient were compared and found to be comparable.

1. 서론

원자력발전소 운전 중에 가상의 과도상태가 발생하여 원자로 압력용기의 급격한 냉각과 함께 압력이 높게 유지되거나 재가압되는 경우가 발생할 수 있다. 이러한 현상을 가압열충격(PTS, pressurized thermal shock)[1]이라 하며 이때 열응력뿐만 아니라 압력에 의한 응력이 동시에 작용하여 중성자 조사취화로 인하여 파괴인성이 저하된 원자로 압력용기에 균열이 존재하는 경우 급

격한 파손을 유발할 수 있다. 가압열충격에 의한 위험도를 정량적으로 평가하기 위해서는 가압열충격을 유발할 수 있는 과도상태 사건추이 선정 및 정량화, 열수력해석, 확률론적 파괴역학 해석을 수행하여야 한다[2]. 이 중 특히 Monte Carlo 기법을 이용한 확률론적 파괴역학 해석(PFM, probabilistic fracture mechanics)을 수행하기 위하여 여러 가지 전산 프로그램들이 개발되었다[3,4,5]. 이 중 FAVOR 코드[5]는 OCA-P 코드[3]를 기반으로 ORNL에서 개발된 것으로, 현재까지도 계속적으로 코드의 개선이 이루어지고 있다. 이들 전산코드들은 기본적으로는 유사한 해석방법을 사용하고 있으나 몇몇 세밀한 부분에서 차이가 있어 해석 결과에 다소 차이를 보인다.

전력연구원에서는 "고리 1호기 원자로 압력용기 가압열충격 평가" 연구과제의 일환으로 이들 코드들간 해석 방법의 차이점 및 장단점을 비교 분석하고[6], 그 결과 도출된 개선사항 중 클래딩에 의한 응력 및 응력확대계수 계산 모듈을 개선하여 KAPTS (KEPRI Analysis of Pressurized Thermal Shock) 코드를 개발한 바 있다[7]. VISA-II 코드를 기반으로 한 KAPTS 코드는 축방향 무한균열(infinite axial flaws) 및 원주방향 연속균열(continuous circumferential flaws) 및 일부 반타원 표면균열(semi-elliptical surface flaws)에 대한 응력확대계수 계산 모듈을 포함하여 결정론적 해석의 정확도를 높였다. 그러나 무한균열을 제외한 다양한 형상비(aspect ratio)를 가지는 반타원균열에 대한 해석의 정확도가 떨어지는 등 결정론적 해석의 제한 조건을 가지고 있다. 이러한 해석상의 제한을 해소하기 위해 응력확대계수 계산시 보다 일반적인 influence coefficient method[8,9]를 이용할 수 있도록 해석 모듈을 개선하여 VINTIN(Vessel INTegrity analysis INner flaws)를 개발하였으며[10] 이 논문에서는 VINTIN 코드의 기본적인 해석방법 및 개선된 기능을 설명하였다. 또한 VINTIN 해석결과의 신뢰도를 확인하기 위해 가상 가압열충격 과도상태에 대한 FAVOR95 해석 결과와도 비교하였다.

2. VINTIN 코드의 개요

그림 1에는 VINTIN 코드에서 사용된 확률론적 파괴해석의 기본적인 절차를 나타내었다. VINTIN 코드는 크게 두 부분으로 구성되어 있다. 첫째, 압력용기 내벽에서의 온도, 압력, 열전달계수의 시간에 따른 변화로부터 열전달해석, 응력해석, 그리고 응력확대계수 계산을 수행하여 압력용기 내부의 온도, 응력, 그리고 응력확대계수를 시간과 위치의 함수로 구하는 결정론적 파괴해석(DFM, deterministic fracture mechanics analysis) 부분이 있다. KAPTS 코드에 비해 개선된

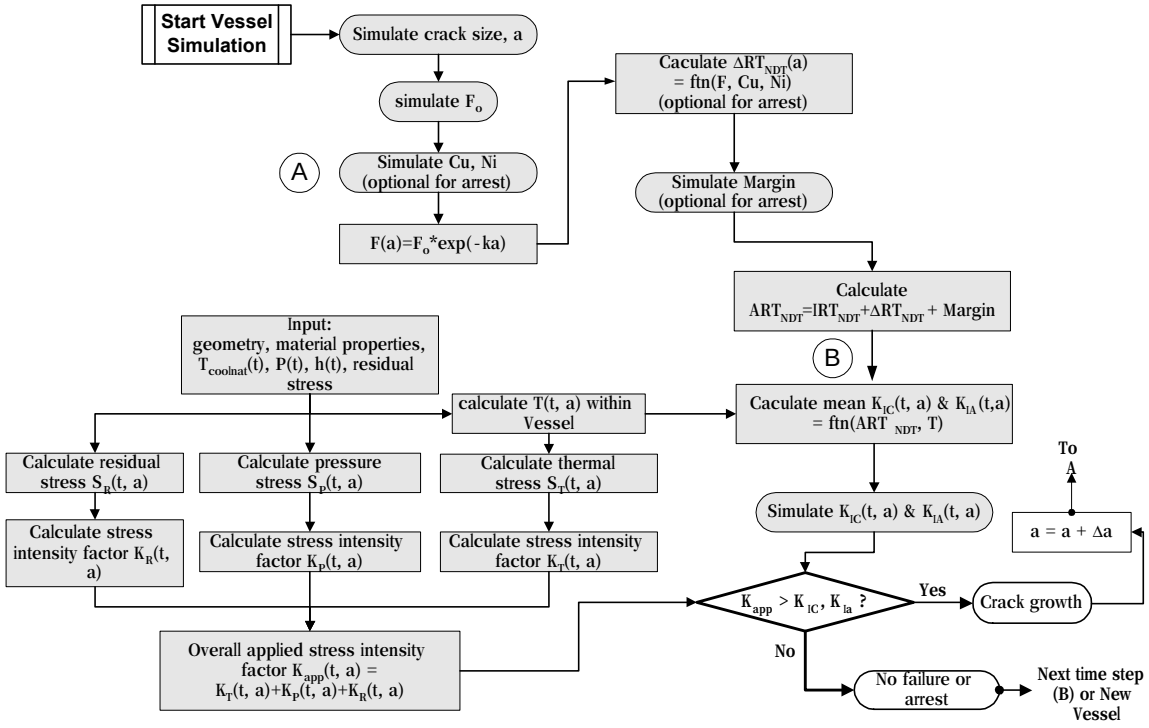

그림 1. VINTIN 코드의 개략적인 흐름도

해석모듈이 반영된 부분은 주로 이 부분으로 응력확대계수 계산 방법 및 클래드에 의한 영향을 해석하는 모듈들이 많이 수정되었다. 둘째로는 중성자 조사취화와 관련된 변수들을 Monte Carlo 기법을 이용하여 모사하고 이로부터 재료의 파괴인성치를 추출하여 균열에 작용하는 응력확대계수와 비교함으로써 균열의 진전, 정지, 그리고 재진전여부를 판단하여 최종적으로 관통균열 발생확률을 정량적으로 평가하는 확률론적 파괴해석(PFM, probabilistic fracture mechanics analysis) 부분이 있다. 이 부분은 KAPTS 코드[7]에 비해 크게 변하지 않았다.

3. 결정론적 파괴역학 해석 방법

3.1 열전달해석

원자로 압력용기의 노심대 영역은 노즐이나 돔 형태의 상부헤드 및 하부헤드로부터 충분히 떨어져 있어 열전달해석이나 응력해석 수행시 축대칭의 1차원 원통으로 가정할 수 있다. 따라서 원자로 압력용기 축방향으로의 열전달은 무시되며 두께방향으로의 일차원적인 열전달만 고려하여 계산을 단순화할 수 있다. 압력용기에서의 온도분포, T(r,t)를 구하기 위해서는 아래의 식 1)과 2)로 주어지는 일반적인 열전달 경계조건과 비평형 열전도 방정식을 풀어야 한다.

$$-k(t)\cdot\left.\frac{T(r,t)}{\partial r}\right|_{wall} = h(t)\cdot(T_{wall}(t)-T_{\infty}(t)) \qquad \text{at the inner surface (r = } R_i\text{)} \qquad \text{식 1)}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T(r,t)}{\partial r}\right) = \frac{1}{\alpha(t)}\cdot\frac{\partial T(r,t)}{\partial t} \qquad \text{within the RPV wall} \qquad \text{식 2)}$$

여기서, $T_{wall}(t)$은 원자로 압력용기 내벽에서의 온도, $T_{\infty}(t)$는 냉각재 온도, k(t)는 열전도도, h(t)는 열전달계수, α(t)는 열확산계수이다.

VINTIN에서는 수치해석 방법을 사용하여 이용하여 압력용기 내부의 온도분포를 구하여 VISA-II 코드가 가지는 입력조건의 제한을 제거하였다. 위와 같은 온도조건으로부터 압력용기 내부의 온도분포가 구해지면 이를 응력해석 및 응력확대계수 계산에 활용하기 위하여 3차 다항식의 형태로 근사한다. 단 그림 2와 같이 클래딩이 존재하는 경우 열전도도의 차이로 인해 클래딩부위에서는 모재부와는 달리 급격한 온도구배가 발생하므로 계산의 편이를 위해 클래딩 부위의 온도차이를 보정한다. 즉, 압력용기 내부에서의 온도 분포는 아래 식으로 나타낼 수 있다.[10]

$$T(r,t) = T_{base}(r,t) - \Delta T_{clad}(r,t) \qquad \text{식 3)}$$

$$T_{base}(r,t) = A_0(t) + A_1(t)\cdot r + A_2(t)\cdot r^2 + A_3(t)\cdot r^3 \qquad \text{식 4)}$$

$$\Delta T_{clad}(r,t) = \Delta T_{clad,\max}(t)\cdot\left(1-\frac{r}{R_{clad}}\right), \qquad \text{for } R_i \le r \le R_{clad} \text{ or, within cladding}$$

$$= 0, \qquad \text{for } R_{clad} \le r \quad \text{or, outside cladding} \qquad \text{식 5)}$$

여기서 $\Delta T_{clad,\max}(t) = T_{base}(R_i,t) - T(R_i,t)$ 이다.

3.2 응력해석

원자로 압력용기에 작용하는 응력으로는 온도분포에 따른 열응력(σ_T), 압력에 의한 응력(σ_P), 잔류응력(σ_{Res})으로 구분된다. 이 중 열응력은 원자로 압력용기내의 온도분포로 인한 응력성분(σ_t)과 클래딩과 모재간의 열팽창계수 차이로 인한 응력성분(σ_{clad})으로 편의상 구분될 수 있다. 즉,

$$\sigma_{total} = \sigma_t + \sigma_{clad} + \sigma_P + \sigma_{Res} \qquad \text{식 6)}$$

VINTIN 에서는 이들 네 가지 응력성분을

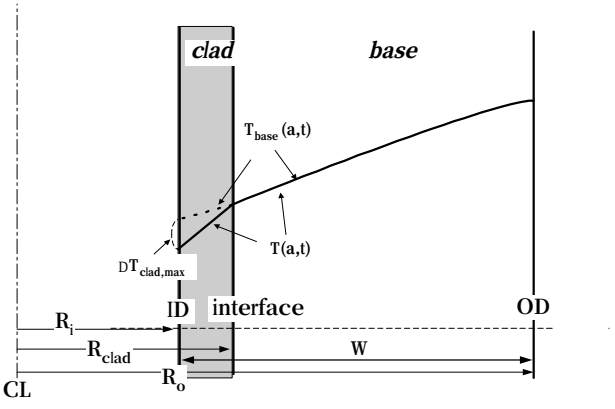

그림 2. 모재 및 클래딩부위에서의 열전달계수 차이를 고려하기 위한 온도성분의 분리

별도로 계산하여 그 합으로 압력용기에 내부의 응력을 구하는 중첩기법(superposition method)을 사용한다.

3.2.1 열응력

앞에서 구한 모재의 온도분포, $T_{base}(r,t)$로부터 무한 원통에서의 응력분포를 구한다. 원자로 압력용기와 같이 원통의 두께가 반경에 비해 매우 작은 경우 $\sigma_r \sim 0$ 및 $\sigma_\theta \sim \sigma_z$. 로 근사할 수 있다. 따라서 모재부의 온도 분포로부터 발생하는 열응력은 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$s_q \approx s_Z = s_{base}(r,t) = \frac{E_{base}}{1-n_{base}} \cdot (T_{ref}(t) - T_{base}(r,t)) \cdot a_{base} \qquad \text{식 7)}$$

여기서 E_{base} 는 모재의 Young's modulus, $T_{ref}(t)$는 force equilibrium 관계식으로부터 구한 기준온도, α_{base} 는 모재의 선형 열팽창계수, ν_{base} 는모재의 포아송비이다. 이러한 방법으로 구한 응력분포 σ_{base} 는 온도분포와 같이 3차 다항식으로 표시된다.

$$s_{base}(x,t) = B_0(t) + B_1(t) \cdot x + B_2(t) \cdot x^2 + B_3(t) \cdot x^3, \qquad \text{where } x = \frac{r - R_i}{W} \qquad \text{식 8)}$$

3.2.2 클래드로 인한 응력

클래딩에 의한 응력은 그림 2와 같이 모재부의 응력을 계산하기 위해 클래드 부위에서의 실제 온도분포 및 클래드의 열팽창 계수를 사용하는 대신 모재부의 온도분포를 외삽시키고 모재의 열팽창계수를 사용함에 따라 발생하는 실제 응력과의 차이이다. 클래드 응력의 성분으로는 우선 스텐레스강 클래드와 탄소강 모재의 열팽창계수의 차이로 인한 성분과 클래드 부위에서의 실제 온도분포, $T(r,t)$와 모재부의 온도분포를 연장시킨 $T_{base}(r,t)$와의 차이로 인해 발생하는 성분이 있다. 이러한 클래드 응력(σ_{clad})을 계산하는 방법은 다른 곳에 자세히 설명되어 있다.[10]

이러한 클래드응력 성분들이 계산되고 나면 계산의 편의성을 위하여 클래딩에서 작용하는 인장응력은 일차 다항식, 그리고 모재부위에서는 일정한 압축응력이 작용하는 것으로 근사하였다. 이러한 방법으로 구한 σ_{clad} 의 분포를 그림 3에 나타내었으며 축방향으로도 원주방향과 동일한 응력이 작용하는 것으로 가정하였다. 즉,

$$s_{clad} = s_{ID} \cdot (1 - q \cdot \frac{r - R_i}{W}) \qquad \text{within clad}$$

$$= -s_B \qquad \text{within base} \qquad \text{식 9)}$$

여기서 $q = (\sigma_{ID} - \sigma_{interface})/t_{clad}$, $t_{clad} = (R_{clad} - R_i) / W$, $W = R_o - R_i$, 그리고 $-\sigma_B$ 는 클래딩 내부의 클래드 응력에 대응하여 발생하는 모재부의 압축응력으로 다음과 같이 구한다.

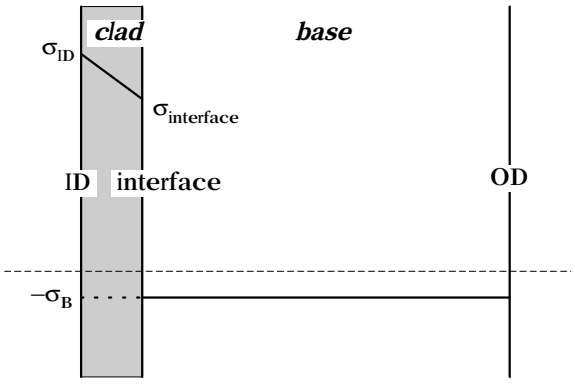

그림 3. 클래딩에 의해 발생하는 응력성분의 분리

$$s_B = \int_{R_i}^{R_i + a_{clad}} s_{ID} \cdot (1 - q \cdot (r - R_i)) r dr / [\frac{R_0^2 - (R_i + a_{clad})^2}{2}] \qquad \text{식 10)}$$

3.2.3 압력에 의한 응력

원자로 압력용기와 같은 무한 원통의 내면에 일정한 압력 P가 가해질 때 원통 내부에 작용하는 응력, σ_P는 아래와 같은 식으로 계산된다.

$$s_q(x) = \frac{R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} \cdot P(t) \cdot (1 + \frac{R_o^2}{(R_i + A)^2}) \approx \frac{R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} \cdot P(t) \cdot (2.21 - 0.2491 \cdot x + 0.0357 \cdot x^2 - 0.0038 \cdot x^3) \qquad \text{식 11)}$$

$$s_z = \frac{R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} \cdot P(t)$$ 식 12)

3.2.4 용접부의 잔류응력

원자로 압력용기의 모재는 제작과정에서 여러 열처리과정을 거치며, 제작시 잔류응력은 거의 없는 것으로 생각할 수 있으나 용접부의 경우 후열처리(PWHT, post-weld heat treatment) 이후에도 상당한 잔류응력이 남아있는 것으로 알려져 있다[11]. 최근 ORNL에서는 double U-shape을 가지는 원자로 압력용기 용접부에서의 잔류응력을 측정한 결과를 발표하였다[12]. 이러한 측정결과는 이상적인 cosine 함수와는 다소 차이를 보이고 있다. VINTIN 코드에서는 그림 4에서 보듯이 응력해석 및 응력확대계수 계산을 위해 잔류응력분포를 3-차 다항식의 형태로 근사하여 사용한다.

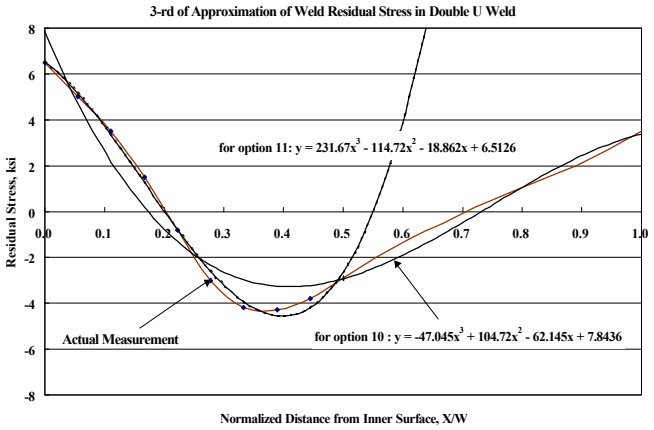

그림 4. Double U-shape 용접부에서 측정된 잔류응력과 3차 다항식으로 근사한 결과 비교

3.3 응력확대계수 계산

원자로 압력용기 내부의 응력분포 계산이 완료되면 그 결과를 이용하여 특정한 크기의 균열선단에 작용하는 응력확대계수(SIF, stress intensity factor)를 구하여야 한다. VINTIN 코드에서는 VISA-II 코드에서와 같이 각 응력성분에 의한 응력확대계수 성분을 독립적으로 계산한 후 이들의 총합으로 균열선단에 작용하는 총 응력확대계수(K_{app}, applied SIF)를 구한다. 응력확대계수의 계산에서는 아래의 기본적인 식을 사용하고 있다.

$$K_{app} = K_t + K_{clad} + K_p + K_{RES}$$ 식 13)

응력성분 σ 가 3차 다항식의 형태로 주어지는 경우, 그림 5와 같은 반타원균열 선단에서의 응력확대계수 성분은 다음과 같은 기본식에 의해 구할 수 있다.

$$K = \frac{\sum_{n=0}^{3} G_n C_n a^n}{\sqrt{Q}} \sqrt{paW}$$ 식 14)

여기서 G_n은 영향계수(influence coefficient), C_n은 3차 다항식의 계수, Q는 형상계수이며 아래식으로 나타난다.

$$Q = \text{shape factor}, 1 + 1.454\left(\frac{a}{c}\right)^{1.65}$$ 식 15)

일반적으로 influence coefficient G_n은 아래 식 16)에서와 같이 균열방향, 형상 (즉, aspect ratio), 균열깊이 등의 함수이며 FEM 해석 결과로부터 구할 수 있다. 특히 원자로 압력용기 원통부위에 해당하는 반경/두께비(R/t)가 약 10인 원통에 대하여 3차 다항식의 형태로 주어지는 응력분포에 대해 주어져 있다[8,9,13,14,15,16]

$$G_n = ftn(orientation, A/C, A/W)$$ 식 16)

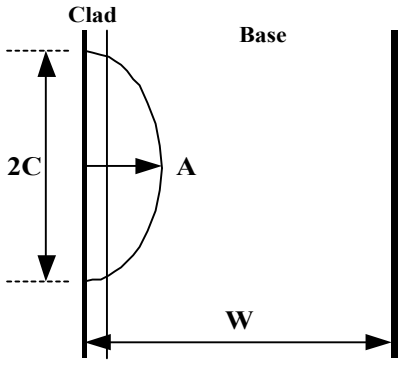

그림 5. 균열의 위치 및 형상

따라서 위의 관계식들을 이용하여 3차 다항식의 형태로 주어지는 응력성분에 의한 응력확대계수 성분을 균열방향 및 크기에 따라 계산할 수 있다. R/t = 10인 무한원통 내부의 축방향 균열에 대한 Wu[13] 및 Raju-Newman[8,9]의 influence coefficient 해석결과를 사용하여 최대 3차 다항식으로 근사하고 interpolation을 통해 주어진 균열깊이 및 형상에 대한 influence coefficient 값을 구

해내어 사용한다. 원주방향 균열에 대해서도 Wu[13] 및 Bergman[15]의 해석결과를 사용하여 원하는 균열깊이 및 형상에 대한 influence coefficient 를 구해 사용한다.

3.3.1 열응력 및 압력응력에 의한 응력확대계수

열응력 및 압력응력의 경우 식 8) 및 11)과 12)와 같이 3차 다항식의 형태로 계산되므로 3차 다항식에 대한 influence coefficient 로부터 근사하여 직접 응력확대계수를 구할 수 있다.

3.3.2 클래드응력에 의한 응력확대계수

다른 응력성분들에 위 식들을 적용하려면 우선 응력분포를 다항식의 형태로 변환하여야 한다. 식 9)로 주어지는 클래딩에 의한 응력에 대한 응력확대계수 성분 K_{clad} 를 계산하기 위해 균열선단이 클래딩부위에 있는 경우와 모재부위에 있는 경우 각기 다른 식을 적용하였다. 우선 균열선단이 클래딩 부위에 있는 경우 작용하는 응력확대계수는 1차 다항식에 대한 $G_0(a)$ 와 $G_1(a)$를 구하여 아래 식에 의해 구한다.

$$K_{clad} = \frac{s_{ID} \cdot [G_0 - G_1 \cdot q \cdot a]}{\sqrt{Q}} \cdot \sqrt{paW} \qquad \text{식 17)}$$

균열선단이 모재부에 있는 경우 두 가지 응력성분에 의한 응력확대계수를 중첩하여 계산한다. 즉, 균열의 일부분 (즉, 클래딩부위)에 작용하는 선형적인 응력에 의한 성분과 클래딩/모재 경계면으로부터 균열선단까지 작용하는 일정한 응력에 의한 성분의 합으로 주어진다. 실제 계산에 있어서는 아래 그림 6과 같은 응력분포로 변환하여 계산한다.

그림 6에 제시된 응력분포는 모재에 작용하는 압축응력이 클래딩부위까지 연장되는 것으로 가정하고 클래딩부위의 응력에 상응하는 인장응력을 더하여 준 것이다. 이러한 응력분포에 대해 균열선단에 작용하는 응력확대계수는 모재부의 일정한 압축응력에 의한 성분과 클래딩부위의 응력에 대해 균열선단에 작용하는 응력확대계수 성분의 합으로 주어진다. 균열의 일부에 작용하는 선형적인 응력에 의해 균열선단에 작용하는 응력확대계수는 아래 식과 같이 구할 수 있다.

$$K^* = \frac{s_{ID} \cdot [g_0 \cdot (1 + \frac{s_B}{s_{ID}}) - g_1 \cdot q \cdot a]}{\sqrt{Q}} \cdot \sqrt{p \cdot a \cdot W} \qquad \text{식 18)}$$

위의 influence coefficient 는 균열의 일부에 선형적으로 작용하는 응력에 대해 별도로 구하여야 하며 Keeney[16] 등이 결과로부터 각각 g_0 와 g_1을 구한 후 내삽법으로 원하는 균열방향, 형상 및 위치에 대한 influence coefficient를 구할 수 있다. 이러한 방법은 클래딩의 두께가 전체 벽두께의 0.0183 에서 0.0294 사이에 있는 경우에 한해 사용할 수 있으나 일반적인 원자로 압력용기의 경우 그 비가 0.02 ~ 0.03 이므로 실제적인 응용에는 크게 제한되지 않는다.

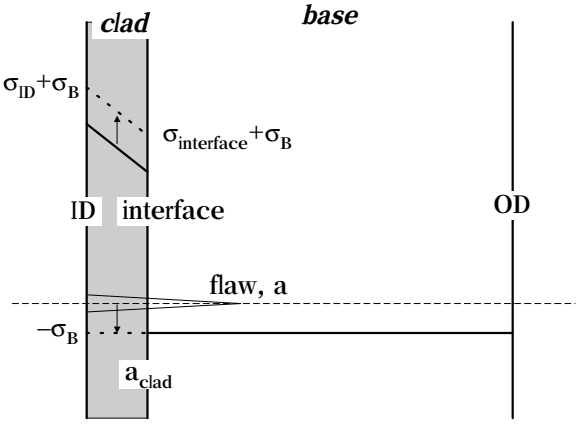

그림 6. 모재부에 균열선단이 위치한 경우 응력확대계수를 구하기 위한 응력분포

모재부에 존재하는 부응력에 의한 응력확대계수는 아래식과 같이 간단히 계산될 수 있다.

$$K_B = -\frac{G_0 \cdot s_B}{\sqrt{Q}} \sqrt{p \cdot a \cdot W} \qquad \text{식 19)}$$

따라서 클래드에 의해 모재부에 위치한 균열선단에 작용하는 응력확대계수 성분은 K^* 와 K_B의 합으로 계산된다. 이로부터 클래드로 인한 응력확대계수는 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$K_{clad} = \frac{\sigma_{ID} \cdot [G_0 - q \cdot a \cdot G_1]}{\sqrt{Q}} \cdot \sqrt{paW} \qquad \text{for } a \le a_{clad}$$
$$= K^* + K_B \qquad \text{for } a \ge a_{clad} \qquad \text{식 20)}$$

3.3.3 잔류응력에 의한 응력확대계수

VINTIN 코드에는 앞절에서 언급한 바대로 cosine 형태의 잔류응력 및 double-U 형태의 용접부에 대해 측정된 잔류응력 데이터를 3차 다항식으로 다양하게 근사하여 사용할 수 있도록 하였다. 각각의 경우에 대해 열응력의 경우와 마찬가지로 주어진 균열방향, 형상, 깊이에 대해 influence coefficient를 구하여 응력확대계수를 구할 수 있다.

3.3.4 총 응력확대계수

위와 같이 각각의 응력성분에 대해 구한 응력확대계수, K_t, K_P, K_{clad}, 그리고 K_{Res} 를 중첩하여 균열선단에 작용하는 총 응력확대계수 K_{app}를 구한다.

$$K_{app} = K_t + K_{clad} + K_P + K_{Res} \qquad \text{식 21)}$$

3.4 클래딩에서의 응력제한

가압열충격 과도상태 발생시 클래딩 내부에는 낮은 열전도도로 인하여 급격한 온도구배가 발생하며 큰 열팽창계수로 인하여 모재부에 비해 상당히 높은 응력이 발생한다. 경우에 따라서는 클래딩 내부의 응력이 스테인레스강이나 인코넬의 유동응력을 초과하여 소성변형을 야기할 수도 있다. 소성변형이 발생하는 경우 클래딩의 응력은 유동응력으로 제한된다고 가정할 수 있다.[5] 이러한 클래딩에서의 응력제한은 그림 7에서 보는 바와 같이 클래딩에서의 응력이 저하되는 대신 모재부에서의 응력이 다소 상승하는 결과를 가져온다. 따라서 짧은 균열의 경우 균열 선단에 미치는 클래드 응력이 감소하여 응력확대계수를 감소시키는 결과를 가져온다.

그림 7에서 보듯이 클래드 내부에서의 응력이 유동응력 수준으로 감소하면 모재부에서는 이에 상응하는 정도의 인장응력이 발생하며 이 때 원래의 응력과의 차이는 다음 식으로 정의된다.

$$\Delta\sigma_{c1} = \sigma_f - \sigma_{TID} \qquad \text{at ID surface}$$
$$\Delta\sigma_{c2} = \sigma_f - \sigma_{TInt} \qquad \text{at interface}$$
$$\Delta\sigma_b = \sigma_b \qquad \text{in base metal} \qquad \text{식 22)}$$

여기서 σ_f 는 스텐레스 클래딩의 유동응력, σ_{TID} 는 원자로 압력용기 내벽면에서의 총 응력, σ_{TInt} 는 클래딩과 모재부 경계에서의 총 응력, σ_b 는 모재부의 순응력 증가이다. 윗 식은 다음과 같이 단순화시킬 수 있다.

$$\Delta\sigma_{clad} = \Delta\sigma_{c1} \cdot (1 - q \cdot a) \qquad \text{within clad}$$
$$= \sigma_b \qquad \text{within base} \qquad \text{식 23)}$$

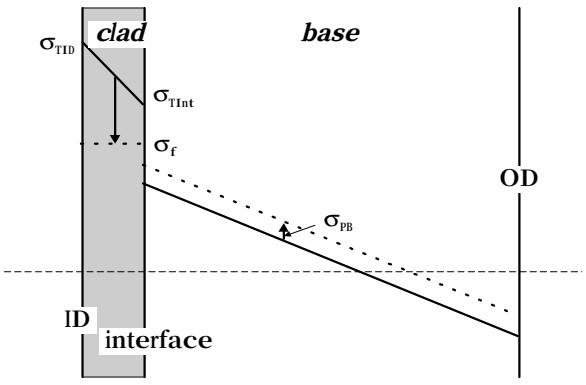

그림 7. 클래드에서의 소성변형을 고려하는 경우의 응력분포

이와 같은 응력차이의 형태는 식 9)의 클래드 응력과 동일하며 따라서 클래드응력에 의한 응력확대계수 계산과 유사한 절차와 방법을 적용할 수 있다.

3.5 기존 코드와 비교

VINTIN의 응력확대계수 계산 방법을 기존의 코드인 VISA-II 및 FAVOR95와 비교한 특징을

표 1에 정리하였다. 표 1에서 보듯이 VISA-II 코드는 4차 다항식에 대한 influence coefficient를 사용하여 각 응력성분별로 응력확대계수를 구한 후 그 총합으로 균열선단에 작용하는 응력확대계수를 구한다. 하지만 FAVOR 코드는 균열선상 각 위치에 작용하는 점하중으로 인해 균열선단에 작용하는 응력확대계수를 구하여 전체 균열길이에 대해 합을 구함으로써 균열선단에 작용하는 총 응력확대계수를 구한다. 두 코드간의 가장 큰 차이는 클래딩에 의한 응력확대계수 계산과정에서 볼 수 있다. VISA-II 의 경우 클래딩 양단에서의 온도, 응력, 그리고 응력확대계수가 구해지며 클래딩 내부 임의의 위치에서는 내삽법에 의해 필요한 경우 각각의 값을 구하여 사용한다.

온도와 응력분포는 선형적인 변화를 근사하더라도 큰 오차는 발생하지 않으나 응력확대계수의 경우는 선형적인 거동으로 근사하기에는 무리가 있다. 따라서 VISA-II 코드는 클래딩 내부에서의 응력확대계수를 과소평가 하게 된다. 이에 반해 FAVOR 에서는 클래딩내부의 온도, 응력, 응력확대계수의 분포가 비교적 자세히 주어지나 클래딩/모재 경계면이 명확히 구분되지 않아 이 부근에서의 응력의 급격한 변화를 제대로 묘사하지 못하고 있다. 이로 인해 응력확대계수의 계산에도 오차가 생길 가능성이 있다. 응력확대계수를 계산하는 측면에서는 VINTIN 코드는 VISA-II나 FAVOR 처럼 무한원통을 가정하고 있으며 중첩의 원리를 이용한다는 측면에서 기본적으로는 큰 차이가 없으나 무한균열 뿐만 아니라 반타원형태의 균열에 대해서도 정확한 응력확대계수를 구하기 위해 3차 다항식의 형태로 주어지는 응력분포에 대한 influence coefficient를 기존의 FEM 해석결과로부터 근사하여 사용한다. 또한, 클래딩에 의한 응력성분으로 인해 균열선단에 작용하는 응력확대계수의 계산방법이 보다 현실적으로 개선되어 클래딩에 의한 응력확대계수 계산 모듈을 크게 개선하였다.

표 1. VINTIN 코드와 기존 코드와 특성 비교 (응력확대계수 계산)

Analysis Module		VISA-II	FAVOR95	VINTIN
Stress intensity factor solution	geometry	infinite cylinder	infinite cylinder	infinite cylinder
	total SIF	superposition of SIFs from each stress components	superposition of each SIF from infinitesimal stress acting on crack line	superposition of SIFs from each stress components
	solution methods	influence coefficient provided in 3-rd order polynomial	weight function as function of geometry and a' & a	influence coefficient for 3-rd order stress distribution
	thermal SIF output	4-th order polynomial with influence coefficient	single SIF component	influence coefficient for 3-rd order stress distribution
	pressure SIF output	hoop stress was approximated as 4-th order polynomial		hoop stress was approximated as 3-rd order polynomial
	residual SIF	treatment module exist but not complete		residual stress was approximated as 3-rd order polynomial
	clad SIF output	linear in clad and base, solution		special influence coefficient for clad stress
	K@clad/base interface	K at interface provided	K at interface is not explicitly provided	K within clad and at interface provided
	# of point within clad where K provided	None. linear interpolation of K at ID and K at interface	two or three points	K at 3 points within clad provided

4. 확률론적 파괴역학 해석 방법

확률론적 파괴역학 해석 모듈에서는 압력용기의 파손확률을 산출하기 위해 몬테카를로 기법을 사용한다. 확률론적 파괴해석은 그 원리 면에서 보면 수많은 결정론적 파괴역학 해석이 수행된 것으로 볼 수 있다. 결정론적 해석을 반복할 때마다 초기 RT_{NDT}값, 압력용기 내벽에서의 조사량, 균열크기, 균열위치, 구리와 니켈함량을 각각의 분포로부터 임의추출하며, 시뮬레이션 된 특정 용접부 및 결함위치에 대해 시간에 따른 과도해석을 수행한다. 이 때 각 시간 구간에서 균열선단에서의 작용하는 응력확대계수는 결정론적 파괴역학 해석에서 산출된 값을 사용한다. 여기에서는 확률론적 파괴역학 해석시에 모사되는 주요 변수들 중 일부에 대하여 설명하였으며 자세한 것은 다른 문헌에서 찾을 수 있다.[3,4,5,6,7,10]

4.1 파괴인성

파괴인성치는 온도와 RT_{NDT} 값의 함수로 표현될 수 있으며 NRC에 의해 개발된 평균곡선식과 ORNL에서 ASME 하한곡선[17]을 기반으로 개발한 평균곡선식 등 두 가지가 사용된다. ORNL에서 개발한 평균 파괴인성 곡선은 다음과 같다[3].

$$K_{IC} = 1.43*(\text{lowerbound}) = 47.48 + 4.027e^{0.02(T - RT_{NDT} + 100)} \quad \text{식 24)}$$

$$K_{Ia} = 1.25*(\text{lowerbound}) = 33.375 + 1.529e^{0.0145(T - RT_{NDT} + 160)}$$

결정론적 파괴해석모듈에서는 ASME lower bound 곡선을 적용하고 있다. 확률론적 파괴해석모듈의 경우 NRC mean 곡선과 ASME mean 곡선 중에서 선택하여 사용할 수 있다. 이들 두 평균곡선을 비교하면 $T-RT_{NDT}$ 가 -100°F 이상에서는 NRC mean 곡선이 ASME mean 곡선에 비해 큰 파괴인성치를 제시하고 있다.

4.2 중성자 조사량 및 분포

압력용기 내벽면에서의 중성자 조사량은 원주방향으로 1/8 대칭을 이루고 있으며 노심 장전모형에 따라 최대 조사량 위치가 바뀐다. SECY 82-465의 해석에서는 압력용기 내벽에 동일한 최대 중성자 조사량을 가정하였으나 실제로는 노심의 장정모형에 따라 축방향 및 원주방향으로 특정한 분포를 가진다. 최대 조사량과 비교할 때 축방향으로의 변화는 노심 상하를 제외하고는 크지 않으나 원주방향으로의 변화는 최대 50% 이상이 되므로 이로 인한 영향을 무시할 수가 없다. 이를 반영하여 VINTIN 코드에서는 각 해석대상 부위에 대하여 최대 8개까지의 위치에 따른 변화를 입력할 수 있도록 하였다. 따라서, 압력용기 내부표면 전체에 대해 동일한 값의 최대 조사량을 지정하지 않아도 되어 보다 정확한 평가가 가능하게 되었다.

균열 선단에서의 조사량은 우선 주어진 평균치와 표준편차로부터 압력용기 벽면에서의 조사량을 모사하고 이로부터 감쇄상수를 이용하여 아래 식으로 균열깊이에서의 조사량을 계산한다.

$$F(x) = F_{ID} \cdot e^{-a \cdot x} \quad \text{식 25)}$$

여기서, F_{ID} 는 압력용기 내부표면의 중성자 조사량, a는 감쇄 상수, x는 깊이(in)이다. VINTIN 코드에서는 감쇄상수 a를 명시해야 한다. VISA 코드를 사용한 SECY 82-465 해석[1] 에서는 0.33이라는 고정값을 감쇄상수로 사용했으나, 최근에는 0.24라는 값을 사용하도록 권장한다.[4,5]

4.3 균열밀도 및 분포함수

원자로 압력용기에 존재하는 균열의 수 및 크기분포는 확률론적 파괴해석의 결과에 큰 영향을 미치는 변수로써 표 2에 제시된 여러 가지 균열 분포 즉, modified Octavia, Marshall 균열분포함수[18]가 가압열충격 평가에 사용되었다. 표에서 보듯이 Marshall 균열분포가 깊은 균열의 존재확률을 Octavia 분포에 비해 크게 예측하고 있으며 이에 따라 가압열충격 측면에서 상당히 보수

표 2. Modified Octavia 및 Marshall 누적 균열 분포함수의 비교

nominal flaw size, in	maximum flaw size, in	전체 축방향 용접부 (6개) modified Octavia	1개 축방향 용접부 (전체의 1/6)		Marshall $\hat{A}(x)$	Marshall $\hat{N}(x)$
			Correct Interpretation	NRC Staff		
0.0	0.0625	0.597225	0.91767661	0.0	0.27362175	0.41974645
0.125	0.1875	0.847225	0.97274676	0.833	0.53291779	0.72614885
0.25	0.375	0.972225	0.99531633	0.995	0.78183421	0.92468482
0.5	0.75	0.997225	0.99953696	0.99917	0.95240369	0.99415234
1.0	1.25	0.999425	0.99990414	0.999587	0.99374891	0.99977741
1.5	1.75	0.99985	0.99997499	0.99972	0.99917901	0.99998774
2.0	2.25	0.99995	0.99999166	0.9997617	0.99989217	0.99999892
2.5	2.75	0.99998	0.99999666	0.999775	0.99998584	0.99999987
3.0	3.25	0.999995	0.99999916	0.99978	0.99999814	0.99999998
3.5	3.75	1.0	0.99999999	0.99978333	0.99999976	1.0

적인 균열 분포로 여겨지고 있다. 특히 가압열충격 관점에서 중요한 0.25인치 및 0.5인치 부근의 균열 이 존재할 확률은 modified Octavia 에 비해 Marshall 분포가 상당히 보수적으로 예측하고 있어 이에 따른 최종 압력용기 조건부 파손확률도 보수적으로 평가된다. 지금까지 수행된 PTS 해석 관련 연구에서 적용된 균열 분포 및 균열 밀도를 비교하면 가압열충격 심사기준온도의 제정 근거가 된 SECY 82-465를 제외하고는 이후의 IPTS 연구 및 개별 발전소 PTS 해석에서는 RG1.154[2]에서 권고한 데로 Marshall 분포가 적용되었으며 NRC에 의해 보수성이 적절한 것으로 평가되었다.

4.4 균열성장 및 정지

열/응력해석의 결과 가압열충격 사건시의 응력 및 응력확대계수가 위치 및 시간의 함수인 $K_{app}(t,a)$ 로 주어지면 이를 재료의 고유한 특성인 파괴저항성과 비교하여 균열의 안전성여부를 판단하여야 한다. 결정론적 해석을 반복할 때마다 초기 RT_{NDT}값, 압력용기 내벽에서의 조사량, 균열크기, 균열위치, 구리와 니켈함량을 각각의 분포로부터 임의추출하며, 시뮬레이션 된 특정 용접부 및 결함위치에 대해 시간에 따른 파괴해석을 수행한다. 또한, RT_{NDT}의 변화량은 중성자 조사량 및 구리/니켈함량에 대한 표본 추출값을 사용하여 계산하고, 이 값을 초기 RT_{NDT}에 더하여 수정 RT_{NDT}를 계산한다. 확률론적 파괴역학 해석모듈에서는 표본 추출된 파괴인성치를 작용 응력확대계수와 비교하여 파괴인성치가 작용 응력확대계수보다 큰 경우에는 다음 단계로 진행되나, 파괴인성치가 작용 응력확대계수 보다 작은 경우에는 균열이 깊이에 따라 1/8에서 1 인치만큼 성장한 것으로 간주하여 균열억제 파괴인성(K_{Ia})을 시뮬레이션 한다.

만약, 균열억제 파괴인성과 균열선단에서의 응력확대계수를 비교하여 균열억제가 발생하면 해석은 다음단계로 넘어가지만 그렇지 않은 경우 균열은 더 성장한 것으로 간주하여 새로운 K_{Ia}를 시뮬레이션하고, 이러한 과정을 압력용기가 파손되거나 과도상태가 끝날 때까지 계속 반복한다. 원자로 압력용기의 파손확률은 시뮬레이션 중 압력용기의 총 파단횟수를 총 시뮬레이션 횟수로 나누어 산출한다.

균열의 진전이 발생하는 경우, 이의 정지여부를 판단하기 위해서는 균열억제 파괴인성치(K_{Ia})를 추출하여야 한다. VINTIN에는 이때 압력용기의 미시적인 특성분포를 고려할 수 있는 옵션을 추가하여 이에 따른 영향을 평가할 수 있게 하였다. 즉,

option 0. FAVOR95 의 경우와 같이 K_{Ia}만을 추출

option 1. 구리 및 니켈함량을 다시 추출하고 이에 따른 평균 K_{Ia}를 기준으로 K_{Ia}를 추출

option 2. 구리 및 니켈함량과 아울러, RT_{NDT}의 오차항을 다시 추출하여 이에 따른 평균 K_{Ia}를 기준으로 K_{Ia}를 추출

option 3. RT_{NDT}의 오차항만을 다시 추출하여 이에 따른 평균 K_{Ia}를 기준으로 K_{Ia}를 추출

위의 경우 중 3은 SECY 82-465의 해석에 적용되었으며 0은 FAVOR 코드에 내부적으로 사용되고 있다. 용접부의 두께에 따라 구리 및 니켈함량이 거의 random하게 변화한다는 것은 이미 잘 알려진 사실이므로 이러한 점을 반영하여 가압열충격 해석에 반영하여야 할 것이나 규제기관의 입장에서는 보수성이 저하한다는 점에서 부정적인 입장을 취하고 있다. 측정된 무연성 천이기준온도가 평균치를 기준으로 random하게 변화한다는 점에서 무연성 천이기준온도의 오차항도 매번 다시 모사되어야 하지만 이 역시 동일한 이유로 적용을 제한하고 있다. 특히 무연성 천이기준온도의 오차항은 가압열충격 규정의 기반이 된 SECY 82-465해석[1]에서는 균열정지 평가시 적용하였던 것으로 이를 번복하는 것은 경우에 따라 과도한 보수성을 요구할 가능성이 있다. VINTIN 코드에는 이러한 규제기관의 부정적인 관점에도 불구하고 실제 가압열충격 평가시 보수성의 정도를 정량적으로 평가하기 위하여 위와 같은 옵션을 사용할 수 있게 하였다.

5. 기존 코드와 해석결과 비교

앞장에서 설명한 바와 같이 해석 모듈의 차이로 인하여 PFM 해석 결과에 상당한 영향을 미칠 수 있다. 따라서 대표적인 가압열충격 과도상태 조건에 대하여 FAVOR95 코드와 VINTIN의 해석 결과를 비교 분석하였다.

5.1 비교대상 과도상태

Rancho Seco 과도상태는 1980년대초 가압열충격(Pressurized Thermal Shock, PTS) 현상에 대한 종합적인 안전성 평가를 수행하게된 근본적인 동기를 부여한 과도상태이다. 이 과도상태의 열수력 조건은 그림 8에 나타난 바와 같다. 이때 원자로 압력용기 벽면에서의 열전달계수는 SECY 82-465 해석[1] 및 VISA-II 사용설명서[4]에 400 BTU/hr-ft^2-°F로 일정하게 유지되는 것으로 가정하였다. 그림에서 보듯이 전체 과도상태 기간동안 압력은 최대 2.15 ksi로부터 불규칙하게 진동하며 온도는 초기에 소폭 상승한 후 급속히 감소되는 사건으로써 SECY 82-465 및 후속연구에서 코드간 benchmarking 및 민감도 분석시 주로 사용되었다. 이 때 사용된 압력용기 형상은 내경 86″, 두께 8.5″, 클래드 두께 0.24″이였으며 재료물성치 관련 변수 및 중성자 조사취화 관련변수들은 다른 곳에 잘 정리되어 있다.[10]

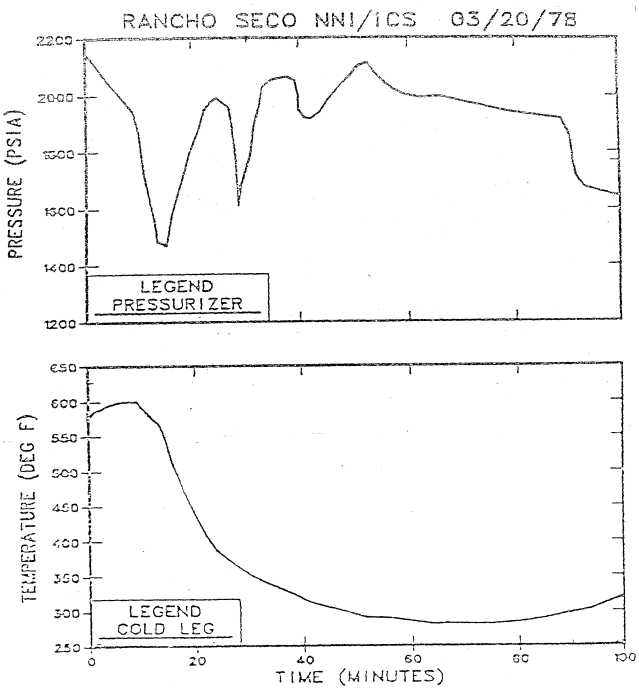

그림 8. Rancho Seco 원전에서 발생한 가압열충격 과도상태의 압력 및 온도변화

5.2 결정론적 파괴해석 결과 비교

5.2.1 온도해석 결과

그림 9에는 주어진 열수력 입력조건으로부터 0.125″, 0.5″, 1.0″ 깊이에서의 시간에 따른 온도를 나타내었다. FAVOR95 및 VINTIN의 해석 결과가 정확하게 일치하고 있음을 알 수 있다.

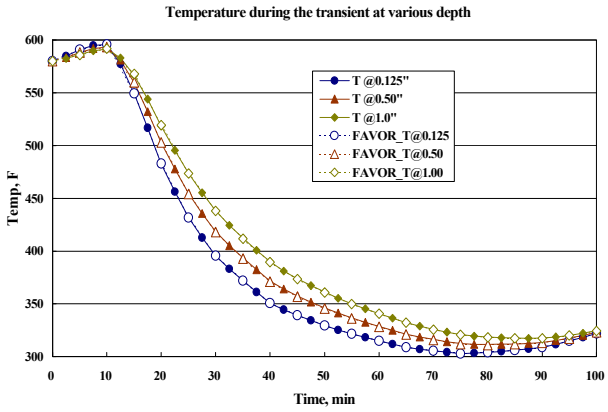

그림 9. Rancho Seco 과도상태에 대한 FAVOR95 및 VINTIN에 의한 온도해석 결과 비교

5.2.2 응력해석 결과

그림 10에는 주어진 열수력 입력조건으로부터 0.125″, 0.5″, 1.0″ 깊이에서의 시간에 따른 원주방향 응력의 변화를 나타내었다. FAVOR95 해석 결과가 40분 이후 VINTIN에 비해 수 % 정도 크게 평가되나 해석 결과가 거의 일치하고 있음을 알 수 있다.

5.2.3 응력확대계수 계산

그림 11과 12에는 과도상태 발생 30분 및 50분 후 균열깊이에 따른 응력확대계수 나타내었다. 그림에서 보듯이 축방향 및 원주방향 균열 모두 두 코드간의 해석결과가 잘 일치하고 있다.

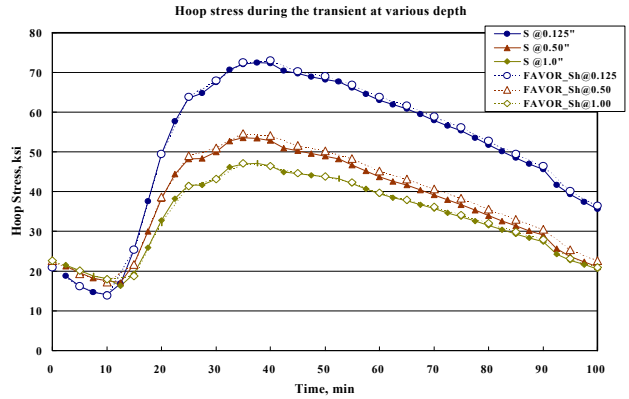

그림 10. Rancho Seco 과도상태에 대한 원주방향 응력 해석 결과 비교

5.3 조건부 파손확률 계산

Rancho Seco 과도상태 발생시의 원자로 압력용기 조건부 파손확률을 FAVOR95 및 VINTIN으로 계산하였다. Marshall 균열분포를 가지는 표면균열 1개가 용접부에 존재하는 것으로 가정하였으며 균열형상은 1/6 및 1/10 반타원균열로 가정하였다. 원자로 압력용기 내벽에서의 중성자 조사량은 축방향균열의 경우 $1.5 \cdot 10^{19}$ /cm^2 (Rancho Seco 원전의 CF = 219.25℉, 따라서 RT_{PTS} = 320℉), 원주방향균열의 경우 $2.5 \cdot 10^{19}$ /cm^2 (RT_{PTS} = 349℉)로 가정하였다.

조건부 파손확률 계산결과는 표 3에 정리되어 있으며 축방향 및 원주방향 모두 균열진전 확률에서는 두 코드가 유사한 결과를 보였다. 축방향 균열의 경우 파손확률 또한 유사한 값을 보였으나 원주방향균열의 경우 파손확률에서 큰 차이를 보였다. 이는 두 코드간의 균열정지 평가 방법의 차이에 따른 것으로 생각된다. 표에서는 VINTIN의 경우 균열파손 기준을 A/W > 0.75 대신 A/W > 0.5로 변경한 경우 FAVOR95와의 차이가 다소 줄어들었음을 보여준다.

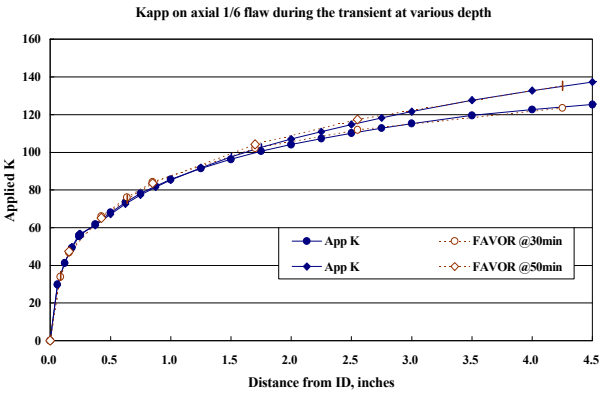

그림 11. FAVOR95 및 VINTIN에 의한 축방향 1/6 반타원균열 선단에서의 응력확대계수 비교

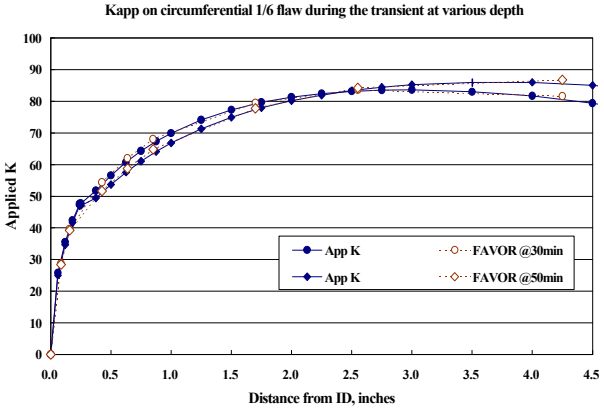

그림 12. FAVOR95 및 VINTIN에 의한 원주방향 1/6 반타원균열 선단에서의 응력확대계수 비교

5.4 요약

Rancho Seco 원전에서 발생한 가압열충격 과도상태에 대한 결정론적 및 확률론적 파괴해석을 VINTIN 코드와 FAVOR95 코드를 이용하여 수행하고 그 결과를 비교하였다. 온도해석, 응력 및 응력확대계수의 해석 방법 및 응력확대계수 계산에 사용되는 데이터베이스의 차이로 인한 약간의 차이는 있으나 전체적으로 두 코드간의 해석결과는 잘 일치하고 있다.

표 3. Rancho Seco 과도상태에 대한 조건부 파손확률 계산 결과 비교

Axial Flaws (F = 1.5)		FAVOR		VINTIN	
	Aspect Ratio	Initiation	Failure	Initiation	Failure
	1/6	0.001451	0.001448	0.001309	0.001307
	1/10	0.002826	0.002824	0.003150	0.003131
Circumferential Flaws (F = 2.5)					
	1/6	0.000828	0.000154	0.000931	< 10-6, *0.00003*
	1/10	0.001818	0.000290	0.002128	0.000063, *0.00030*
* italic values were those for (if A/W > 0.5 => considered failure)					

6. 요약 및 향후 계획

원자로 압력용기에 대한 가압열충격 평가의 일부인 원자로 압력용기의 파괴역학 해석을 위하여 기존 코드들을 비교분석의 결과 도출된 개선사항들을 반영하여 보다 개선된 확률론적 파괴역학 해석코드인 VINTIN(Vessel INTegrity analysis INner flaws)을 개발하였다. VINTIN 코드는 기존의 코드들에 비해 클래딩해석 모듈, 잔류응력해석 모듈 등을 추가하고 응력확대계수 계산 능력을 반타원균열로 확장하여 그 응용 범위를 확대하였다. 확률론적 파괴역학해석 부분에서도 균열정지 평가, 조사량 분포, 파괴인성 곡선 등을 다양하게 선택할 수 있도록 하였다. 가상 가압열충격

과도상태에 대한 해석결과를 FAVOR95 코드와 비교한 결과 잘 일치하는 것으로 평가되었다.

이외에도 VINTIN 코드는 최대 7개까지의 조사량준위 및 분포에 대한 해석을 수행할 수 있으며 시간 및 균열 깊이에 따른 균열진전 및 파손 확률을 출력할 수 있도록 개선되었다. 이를 통해 확률론적 파괴해석의 적용범위를 넓히고 가압열충격에 의한 원자로 압력용기의 파손 위험성에 미치는 여러 가지 변수들의 역할을 평가할 수 있다. 또한 균열선단의 응력확대계수 계산의 정확도를 높임으로써 운전제한곡선 작성 등과 같은 다른 압력용기 건전성 평가에도 활용이 가능할 것으로 보인다. 그러나 원자로 압력용기 내벽면에 존재하는 반타원균열에 대한 해석이 가능하나 내재균열에 대한 해석은 수행할 수 없으며 앞으로 이에 대한 개선이 필요할 것으로 생각된다.

참고문헌

1. USNRC, *NRC Staff Evaluation of Pressurized Thermal Shock*, SECY 82-465, 1982.
2. USNRC, Regulatory Guide 1.154, *Format And Content Of Plant-Specific Pressurized Thermal Shock Safety Analysis Reports For Pressurized Water Reactors*, Jan. 1987.
3. R. D. Cheverton and D. G. Ball, *OCA-P, A Deterministic and Probabilistic Fracture-Mechanics Code for Application to Pressure Vessels*, Oak Ridge National Laboratory, NUREG/CR-3618, July 1984.
4. F. A. Simonen et al., *VISA-II, A Computer Code for Predicting the Probability of Reactor Vessel Failure*, Battelle Pacific Northwest Laboratories, USNRC Report NUREG/CR-4486, April 1986.
5. T. L. Dickson, *FAVOR: A Fracture Analysis Code for Nuclear Reactor Pressure Vessels, Release 9401*, ORNL/NRC/LTR/94/1, 1994
6. C. H. Jang, et. al., Comparative Study of Probabilistic Fracture Mechanics Codes, in the proceedings of the KNS 99 spring meeting, Pohang, Korea, May 28-29, 1999.
7. C. H. Jang, *Development of Probabilistic Fracture Mechanics Analysis Code: KAPTS-KEPRI Analysis of Pressurized Thermal Shock*, KEPRI TM.97NJ26.P1999.511, 1999.
8. I. S. Raju and J. C. Newman, Jr., Stress-Intensity Factors for Internal and External Surface Cracks in Cylindrical Vessels, J. of Pressure Vessel Technology, Vol. 104, pp.293-298, 1982.
9. I. S. Raju and J. C. Newman, Jr., Stress-Intensity Factors for Circumferential Surface Cracks in Pipes and Rods under Tension and Bending Loads, in Fracture Mechanics: Seventeenth Volume, ASTM STP 905, ASTM, Philadelphia, pp. 789-805, 1986.
10. C. H. Jang, et. al., *VINTIN: Vessel Integrity Analysis Inner Flaws*, KEPRI TM.00NP10.P2000.350, 2000.
11. E. F. Rybicki and J. R. Shadley, *Experimental Residual Stress Evaluation of a Section of Clad Pressure Vessel Steel*, EPRI TR-101989, 1993.
12. T. Dickson, B. R Bass, and W. J. McAfee, The Inclusion of Weld Residual Stress in Fracture Margin Assessments of Embrittled Nuclear Reactor Pressure Vessels, PVP-373, pp. 387-395, 1998.
13. X. Wu and A. J. Carlsson, *Weight Functions and Stress Intensity Factor Solutions*, Pergamon Press, Oxford, 1991.
14. T. Fett and D. Munz, *Stress Intensity Factors and Weight Functions*, Computational Mechanics Publication, Boston, 1997.
15. M. Bergman, Stress Intensity Factors for Circumferential Surface Cracks in Pipes, Fatigue Fract. Engng Mater. Struct. Vol. 18, No. 10, pp. 1155-1172, 1995.
16. J. A. Keeney and J. W. Bryson, Stress-Intensity-Factor Influence Coefficients for Semielliptical Inner Surface Flaws in Clad Pressure Vessels, in Fracture Mechanics: 26th Volume, ASTM STP 1256, ASTM, Philadelphia, 1995.
17. ASME, Boiler and Pressure Vessel Code, Section XI., 1995
18. W. Marshall, *An Assessment of the Integrity of PWR Pressure Vessels: Second Report*, UKAEA, 1982.