

## 관류형 증기발생기의 선형 안정성 모형

### Linear Stability Model for the Once-Through Steam Generator

김연식, 김의광, 위명환, 어재혁

한국원자력연구소  
대전광역시 유성구 덕진동 150

#### 요약

증기발생기 안정성 분석을 위한 코드개발을 위한 선형모델을 설정하였다. 셀측과 투브, 그리고 투브측의 지배방정식을 정리하고 섭동화를 통한 선형화와 Laplace 변형을 통하여 압력강하 섭동 항을 계산하기 위한 주요 변수의 지배방정식을 유도하였다. 이를 바탕으로 필요한 해석 알고리즘을 설정하고 전산프로그램 SGSTAR을 예비 작성하였다. 개발된 예비 SGSTAR로 밀도파 불안정성에 관련한 시산을 수행하였다.

#### Abstract

A linear stability model was developed to evaluate the stability of the once-through steam generator. Using the perturbation and Laplace transformation the governing equations were transformed to perturbed linear equations whose solutions are used to calculate perturbed pressure drop relations. An applicable algorithm for numerical analysis was adopted and draft version of a computer code named SGSTAR was developed. Using the SGSTAR a test calculation on the density wave instability has been conducted.

#### 1. 서 론

액체금속로의 증기발생기는 셀측에 냉각재인 소듐이 흐르고 투브측에는 물/증기가 경계를 이루는 부품으로서 투브 입구에 과냉의 물(급수)이 들어와 셀측으로부터 열을 전달받아 포화상태의 이상유동이 되고 출구에서는 단상의 과열증기가 되어 빠져 나가게 된다. 포화상태의 이상유동 영역은 증기발생기 작동에 있어서 안정성에 영향을 미치는 중요한 인자가 된다. 계통의 주어진 운전 조건하에서 급수측 등에 작은 교란이 발생할 수 있으며 이는 열전달이 일어나는 투브길이 전체에 대하여 그 영향이 전파되고 이에따라 열전달 영역의 구간에 변동이 생기고 이를 보상하기 위한 평형점의 이동으로 유량 변화등의 주기적 현상이 발생하게 된다. 투브내에 유량변화는 온도변화를 유발하고 이는 다시 열전달에도 영향을 미치게 되는 주기적 경향을 띤 거동을 보이게 된다. 이와 같이 증기발생기내 또는 증기발생기를 포함한 증기계통 내에서의 주기성을 띤 열유체적 비정상적 거동을 불안정성으로 정의하며 이에 속하는 경우와 물리적 현상의 종류가 매우 다양하다고 인식하고 있다[1,2].

본 논문에서는 액체금속의 증기발생기내에서의 불안정성을 평가하기 위하여 전산코드를 예비적으로 개발하였으며 시산을 수행하였다.

## 2. 본 론

### 2.1 선형 모형 설정

기 개발된 균일열속 선형모형인 SGSTA[3]는 소듐층인 셀측을 외부에서 가해지는 열속의 분포를 가정한 모델인데, 셀측의 영향을 좀 더 정확하게 파악하려면 소듐 영역에 대한 선형 모델고려가 필요하다. 본 절에서는 소듐영역을 안정성 선형모델을 정리하였다. 튜브/셀측에 대한 안정성 분석을 위한 선형 모형을 정리함에 있어서 튜브측의 유동형태에 따라서 heated tube wall region, heated subcooled region, heated boiling region, 그리고 heated superheat region으로 나누어 검토하였다. 네 가지 영역에 대한 선형 모형의 지배방정식을 다음 각 절에서 정리하였다[4].

#### 2.1.1 Heated Tube Wall Region

튜브측의 축방향 열전달을 무시하면 튜브의 열전도 방정식과 경계조건은

$$\frac{\partial T_t^+}{\partial t} = k \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T_t^+}{\partial r} \right) \quad (1)$$

$$\text{B.C. } T_t^+ = T_1^+ \quad \text{at } r = r_1 \quad (1a)$$

$$T_t^+ = T_2^+ \quad \text{at } r = r_2 \quad (2b)$$

이며  $r_1$ 과  $r_2$ 는 각각 튜브의 내경과 외경을 의미한다(그림 1참조). 튜브 내.외벽에서의 열전달량은

$$q_1^+ = H_1^+ (T_1^+ - T_w^+) \quad (3)$$

$$q_2^+ = H_2^+ (T_N^+ - T_2^+) \quad (4)$$

으로 표현된다.

정상상태에서의 열전달량을 계산하기 위해서는 먼저 정상상태 해를 계산해야 한다. 위의 열전도 방정식과 경계조건을 식 1~2b을 사용하되 시간 항을 제외하면

$$k \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T_t^+}{\partial r} \right) = 0 \quad (5)$$

$$\text{B.C. } T_t = T_{1+} \quad \text{at } r = r_1 \quad (6a)$$

$$T_t = T_2 \quad \text{at } r = r_2 \quad (6b)$$

이 되며 이를 풀면

$$T_t = \frac{T_2 - T_1}{\ln(\frac{r_2}{r_1})} \ln \frac{r}{r_2} + T_2 \quad (7)$$

이며 튜브 벽면을 통한 열전달 량은

$$q_1 = \frac{T_N - T_w}{P_w R} = \frac{r_2}{r_1} q_2 \quad (8)$$

$$\text{단, } R = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{1}{r_1 H_1} + \frac{1}{r_2 H_2} + \frac{\ln(\frac{r_2}{r_1})}{k} \right] \quad (9)$$

이다.

식 1을 perturbation과 Laplace transform을 행하면 다음과 같이 정리된다. 즉,

$$k \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \delta T_t}{\partial r} \right) = \frac{s}{k} \delta T_t \quad (10)$$

$$\text{B.C. } \delta T_t = \delta T_1 \text{ at } r = r_1; \quad \delta T_t = \delta T_2 \text{ at } r = r_2 \quad (11\text{a,b})$$

이다. 식 10은 Bessel-type differential equation 이므로 그 해는

$$\delta T_t = \beta_1 I_0(xr) + \beta_2 K_0(xr) \quad (12)$$

$$\text{단, } x = \sqrt{\frac{s}{k}} \quad (13\text{a})$$

$$\beta_1 = \frac{K_0(xr_2)\delta T_1 - K_0(xr_1)\delta T_2}{I_0(xr_1)K_0(xr_2) - I_0(xr_2)K_0(xr_1)} \quad (13\text{b})$$

$$\beta_2 = \frac{I_0(xr_2)\delta T_1 - I_0(xr_1)\delta T_2}{I_0(xr_2)K_0(xr_1) - I_0(xr_1)K_0(xr_2)} \quad (13\text{c})$$

이며  $I_0, K_0$ 는 modified Bessel functions이다. 또한 투브 내외벽의 열전달식 3과 4에 대하여 perturbation 과 Laplace transform 하면

$$\delta q_1 = \delta H_1(T_1 - T_w) + H_1(\delta T_1 - \delta T_w) \quad (14)$$

$$\delta q_2 = H_2(\delta T_N - \delta T_2) \quad (15)$$

을 얻으면 이를 벽면 경계조건과 연결시키면

$$\delta q_1 = k \frac{d\delta T_t}{dr} \Big|_{r_1} = H_1(\delta T_1 - \delta T_w) + \delta H_1(T_1 - T_w) \quad (16)$$

$$\delta q_2 = k \frac{d\delta T_t}{dr} \Big|_{r_2} = H_2(\delta T_N - \delta T_2) \quad (17)$$

이 된다. 식 12를 미분하여 식 16과 17에 대입하면 벽면온도 perturbation 해를 유체 온도 perturbation 들로 나타낼 수 있으며 이를 정리하면

$$\delta T_1 = \frac{\overline{\alpha_1 \beta_1}}{\gamma} \delta T_w - \frac{\overline{\alpha_2 \beta_3}}{\gamma} \delta T_N + \frac{\overline{\alpha_4 \beta_2}}{\gamma} (T_1 - T_w) \delta H_1 \quad (18)$$

$$\delta T_2 = -\frac{\overline{\alpha_2 \beta_1}}{\gamma} \delta T_w + \frac{\overline{\alpha_1 \beta_3}}{\gamma} \delta T_N - \frac{\overline{\alpha_2 \beta_2}}{\gamma} (T_1 - T_w) \delta H_1 \quad (19)$$

$$\text{단, } \overline{\alpha_1} = kx(I_{11}K_{02} + I_{02}K_{11}) - H_1(I_{01}K_{02} - I_{02}K_{01}) \quad (20\text{a})$$

$$\overline{\alpha_2} = -kx(I_{11}K_{01} + I_{01}K_{11}); \quad \overline{\alpha_3} = kx(I_{12}K_{02} + I_{02}K_{12}) \quad (20\text{b,c})$$

$$\overline{\alpha_4} = -kx(I_{12}K_{01} + I_{01}K_{12}) + H_2(I_{01}K_{02} - I_{02}K_{01}) \quad (20\text{d})$$

$$\overline{\beta_1} = -H_1(I_{01}K_{02} - I_{02}K_{01}); \quad \overline{\beta_2} = I_{01}K_{02} - I_{02}K_{01} \quad (20\text{e,f})$$

$$\overline{\beta_3} = H_2(I_{01}K_{02} - I_{02}K_{01}) \quad (20\text{g})$$

$$\overline{\gamma} = \overline{\alpha_1 \alpha_4} - \overline{\alpha_2 \alpha_3}; \quad I_{ij} = I_i(xr_j); \quad K_{ij} = K_i(xr_j) \quad (20\text{h,i,j})$$

이다. 여기서  $\overline{\beta_2} = -\overline{\beta_1}/H_1$  이므로 식 18과 19는 다음과 같이 정리할 수 있다. 즉,

$$\delta T_1 = \alpha_1 \delta T_w + \alpha_2 \delta T_N + \alpha_1 \frac{\delta H_1}{H_1} (T_w - T_1) \quad (21)$$

$$\delta T_2 = \alpha_3 \delta T_w + \alpha_4 \delta T_N + \alpha_3 \frac{\delta H_1}{H_1} (T_w - T_1) \quad (22)$$

$$\text{단, } \alpha_1 = \frac{\overline{\alpha_4} \overline{\beta_1}}{\gamma}; \quad \alpha_2 = -\frac{\overline{\alpha_2} \overline{\beta_3}}{\gamma}; \quad \alpha_3 = -\frac{\overline{\alpha_2} \overline{\beta_1}}{\gamma}; \quad \alpha_4 = \frac{\overline{\alpha_1} \overline{\beta_3}}{\gamma} \quad (23a,b,c,d)$$

이다.

식 21과 22를 식 14와 15에 대입하면 다음과 같은 벽면 열전달량 perturbation을 얻을 수 있다. 즉,

$$\delta q_1 = H_1 [\delta T_w (\alpha_1 - 1) + \alpha_2 \delta T_N] + \frac{q_1}{H_1} \delta H_1 (1 - \alpha_1) \quad (24)$$

$$\delta q_2 = H_2 [\delta T_N (1 - \alpha_4) - \alpha_3 \delta T_w] + \alpha_3 \frac{\delta H_1}{H_1} \frac{q_1}{H_1} H_2 \quad (25)$$

이다.

### 2.1.2 Heated Subcooled Region

subcooled 영역에서 물의 밀도가 일정하다고 가정하면 water channel의 연속방정식은

$$v_w^+ = v_i(t) \quad (26)$$

이다. water channel과 sodium channel에 대한 에너지 방정식은

$$\frac{\partial T_w^+}{\partial t} + v_w^+ \frac{\partial T_w^+}{\partial z} = \frac{q_1^+ p_w}{\rho_w c_w A_w} \quad (27)$$

$$\frac{\partial T_N^+}{\partial t} - v_N^+ \frac{\partial T_N^+}{\partial z} = -\frac{q_2^+ p_N}{\rho_N c_N A_N} \quad (28)$$

이며 여기서 투브 양쪽 벽면을 통한 열전달량은

$$q_1^+ = H_1^+ (T_1^+ - T_w^+); \quad q_2^+ = H_2^+ (T_N^+ - T_2^+) \quad (29a,b)$$

이다. 여기서 열전달 계수  $H_1^+$ 과  $H_2^+$ 는 유동조건에 따라 달라진다(그림 2참조).

튜브/쉘측 에너지 방정식의 steady-state 해를 구하기 위해서는 식 8을 시간항을 뺀 식 27과 28에 대입하면 된다. 이를 정리하면

$$\frac{dT_w}{dz} = \frac{T_N - T_w}{Rv_w \rho_w c_w A_w} \equiv \alpha_w (T_N - T_w) \quad (30)$$

$$\frac{dT_N}{dz} = \frac{T_N - T_w}{Rv_N \rho_N c_N A_N} \equiv \alpha_N (T_N - T_w) \quad (31)$$

$$\text{B.C. } T_w = T_{wi} \text{ at } z=0; \quad T_N = T_{N\lambda} \text{ at } z=\lambda \quad (32a,b)$$

이다.

튜브/쉘측 에너지 방정식 27과 28에 perturbation과 Laplace transform을 수행하면 다음과 같은 식이 얻어진다. 즉,

$$\frac{d\delta T_w}{dz} + s \frac{\delta T_w}{v_w} = \frac{q_1 p_w}{\rho_w c_w v_w A_w} \left( \frac{\delta q_1}{q_1} - \frac{\delta v_w}{v_w} \right) \quad (33)$$

$$\frac{d\delta T_N}{dz} - s \frac{\delta T_N}{v_N} = \frac{q_2 p_N}{\rho_N c_N v_N A_N} \left( \frac{\delta q_2}{q_2} \right) \quad (34)$$

$$\text{B.C. } \delta T_w = \delta T_{wi} \text{ at } z=0; \quad \delta T_N = \delta T_{N\lambda} \text{ at } z=\lambda \quad (35a,b)$$

이다.

튜브 측에 대한 momentum 방정식은

$$-\frac{\partial p^+}{\partial z} = \frac{\rho_f D_v v_w^+}{Dt} + \frac{f \rho_f v_w^{+2}}{2D_H} + \rho_f g c_g \quad (36)$$

이면 이것에 대한 steady-state pressure drop은

$$\Delta p_1 = \frac{f \rho_f v_w^2}{2D_H} \lambda + \rho_f g c_g \lambda \quad (37)$$

으로 된다. 튜브 측 momentum 방정식 36에 perturbation 과 Laplace transform을 수행하고 정리하면

$$\delta(\Delta p_1) = \int_0^\lambda (\rho_f \frac{D_v \delta v_w}{Dt} + \frac{f \rho_f v_w \delta v_w}{D_H}) dz + (\frac{f \rho_f v_w^2}{2D_H} + \rho_f g c_g) \delta \lambda \quad (38)$$

이 된다.

### 2.1.3 Heated Boiling Region

2상 유동에 대한 지배 방정식을 적용함에 있어서는 단상유동에 비하여 다르게 처리할 수 있다. 여기서는 Zuber&Staub(1966, 1967)의 Drift-Flux model을 사용하여 물-증기의 drift 속도를 계산한다. 증기와 물의 연속 방정식들은 다음과 같이 volumetric flux density,  $j$ 에 관한 연속방정식

$$\frac{\partial j^+}{\partial z} = \Omega^+ \quad (39)$$

$$\text{단, } \Omega^+ = \frac{\Gamma_g^+ (\rho_f - \rho_g)}{\rho_f \rho_g}; \quad \Gamma^+ = \frac{q_1^+ p_w}{A_w h_{fg}} \quad (40a,b)$$

과 그리고 density propagation 방정식

$$\frac{\partial \rho^+}{\partial t} + c_k^+ \frac{\partial \rho^+}{\partial z} = -\rho' \Omega^+ \quad (41)$$

$$\text{단, } c_k^+ = j^+ + V_{gj}'^+ + \alpha^+ \frac{\partial V_{gj}^+}{\partial \alpha^+} \approx j^+ + V_{gj}'^+ + \alpha \frac{\partial V_{gj}}{\partial \alpha} \quad (42a)$$

$$\rho' = \rho_f - c_0 (\rho_f - \rho^+); \quad V_{gj}'^+ = (c_0 - 1) j^+ + V_{gj}^+ \quad (42b,c)$$

$$V_{gj}^+ = \text{const.} \left[ \frac{\sigma (\rho_f - \rho_g) g}{\rho_f^2} \right]^{1/4} (1 - \alpha^+)^n \quad \text{here, } n = 0 \sim 5 \quad (42d)$$

으로 변형된다. 여기서

$$\phi^+ \equiv \ln \frac{\rho'}{\rho_f} \quad (43)$$

라고 정의하면 density propagation 방정식 41은

$$\frac{\partial \phi^+}{\partial t} + c_k^+ \frac{\partial \phi^+}{\partial z} = -\Omega^+ c_0 \quad (44)$$

이다. 그리고 sodium channel의 에너지 방정식은

$$\frac{\partial T_N^+}{\partial t} - v_N^+ \frac{\partial T_N^+}{\partial z} = -\frac{q_2^+ p_N}{\rho_N c_N A_N} \quad (45)$$

$$\text{단, } q_1^+ = H_1^+ (T_1^+ - T_w^+); \quad q_2^+ = H_2^+ (T_N^+ - T_2^+) \quad (46a,b)$$

이다.

먼저 식 44와 45에 대한 steady-state 방정식을 구하면

$$\frac{d\phi}{dz} = -\frac{\Omega}{c_k} c_0 \quad (47)$$

$$\frac{dT_N}{dz} = \frac{q_2 p_N}{v_N \rho_N c_N A_N} \quad (48)$$

$$\text{B.C. } j = v_w \text{ at } z = \lambda; \phi = 0 \text{ at } z = \lambda; T_N = T_{N\eta} \text{ at } z = \eta \quad (49\text{a,b,c})$$

와 같이 된다.

식 44와 45에 대하여 perturbation 과 Laplace transform을 수행하면

$$d\delta\phi = -\frac{s}{c_k} \delta\phi - \frac{c_0}{c_k} \delta\Omega + \frac{c_0 \Omega \delta c_k}{c_k^2} \quad (50)$$

$$\frac{d\delta T_N}{dz} = \frac{c_m p_N \delta q_2}{v_N c_N \rho_N A_N} + s \frac{\delta T_N}{v_N} \quad (51)$$

$$\text{B.C. } \delta\phi = -\frac{\partial\phi}{\partial z} \Big|_\lambda \delta\lambda = \frac{\Omega_\lambda}{c_k} \delta\lambda \text{ at } z = \lambda; \delta T_N = \delta T_{N\eta} \text{ at } z = \eta \quad (52\text{a,b})$$

이 얻어진다.

튜브측에 대한 momentum 방정식은

$$-\frac{\partial p^+}{\partial z} = \rho_f \frac{D_v v^+}{Dt} + \frac{c_f f_0}{D_H} \frac{G_w^{+2}}{2\rho_f} \Phi_{f0}^2 + \rho^+ g c_g + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\rho_f - \rho^+}{\rho^+ - \rho_g} \frac{\rho_f \rho_g}{\rho^+} V_{g'}^{+2} \right) \quad (53)$$

이며 이것에 대한 steady-state pressure drop은

$$\Delta p_2 = G_w (v_\eta - v_\lambda) + \int_\lambda^\eta \left( \frac{c_f f_0}{D_H} \frac{G_w^2}{2\rho_f} \Phi_{f0}^2 + \rho g c_g \right) dz \quad (54)$$

으로 된다.

튜브측 momentum 방정식 53에 perturbation 과 Laplace transform을 수행하고 정리하면

$$\delta(\Delta p_2) = \delta(\Delta p_2)_\eta - \delta(\Delta p_2)_\lambda + \delta(\Delta p_2)_{acc} + \delta(\Delta p_2)_g + \delta(\Delta p_2)_f + \delta(\Delta p_2)_{Dr} \quad (55)$$

이 되며 식 55의 우변에 나타난 항들의 관계식은 표 3에 나타내었다.

#### 2.1.4 Heated Superheat Region

water channel의 mass와 energy 방정식은

$$\frac{D_v \rho_s^+}{Dt} + \rho_s^+ \frac{\partial v_s^+}{\partial z} = 0 \quad (56)$$

$$\rho_s^+ \frac{D_v h_s^+}{Dt} = \frac{q_1 p_w}{A_w} \quad (57)$$

으로 나타낼 수 있다(그림 3참조). 일정 압력조건에서 비체적과 엔탈피의 관계는 그림과 같이 기울기  $k_o$ 인 직선으로 가정할 수 있다. 이 개념을 사용하여 fictitious superheat quality,  $x_s$ 를 정의하면

$$x_s \equiv \frac{h_s - h_g}{h_{fg}} \quad (58)$$

$$V_s = V_g + k_0 (h_s - h_g) \quad (59)$$

$$= V_g + V_g x_s \quad (60)$$

$$\text{단, } V_{gs} \equiv k_0 h_{fg} \quad (61)$$

이며 이 개념을 지배방정식 56과 57에 대입하면

$$\frac{\partial v_s^+}{\partial z} = \Omega_s^+ \quad (62)$$

$$\frac{dx_s}{dz} = \frac{q_1 p_w}{G_w A_w h_{fg}} \quad (63)$$

이 된다. 그리고 sodium channel의 에너지 방정식은

$$\frac{\partial T_N^+}{\partial t} - v_N^+ \frac{\partial T_N^+}{\partial z} = - \frac{q_2^+ p_N}{\rho_N c_N A_N} \quad (64)$$

$$\text{단, } q_1^+ = H_1^+(T_1^+ - T_w^+) \quad (65)$$

$$q_2^+ = H_2^+(T_N^+ - T_2^+) \quad (66)$$

이다.

먼저 식 62~64에 대한 steady-state 방정식을 구하면

$$\frac{dv_s}{dz} = \Omega_s \quad (67)$$

$$\frac{dx_s}{dz} = - \frac{\Omega_s}{v_{gs} G_w} \quad (68)$$

$$\frac{dT_N}{dz} = \frac{q_2 p_N}{v_N \rho_N c_N A_N} \quad (69)$$

$$\text{B.C. } v_s = v_\eta \text{ at } z = \eta; x_s = 0 \text{ at } z = \eta; T_N = T_{NL_H} \text{ at } z = L_H \quad (70\text{a,b,c})$$

와 같이 된다.

식 62~64에 대하여 perturbation 과 Laplace transform을 수행하면

$$\frac{d\delta v_s}{dz} = \delta \Omega_s \quad (71)$$

$$\frac{d\delta x_s}{dz} = \frac{\omega_s - s}{v_s} \delta x_s + \frac{(x_s + \frac{V_g}{V_{gs}})}{v_s} \delta \Omega_s - \frac{q_1 p_w}{G_w A_w v_s h_{fg}} \delta v_s \quad (72)$$

$$\frac{d\delta T_N}{dz} = \frac{c_m p_N \delta q_2}{v_N c_N \rho_N A_N} + s \frac{\delta T_N}{v_N} \quad (73)$$

$$\text{B.C. } \delta v_s = \delta v_\eta + (\Omega_\eta - \Omega_s) \delta \eta \text{ at } z = \eta \quad (74\text{a})$$

$$\delta x_s = - \frac{\delta \rho_\eta}{\rho_g^2 V_{gs}} \text{ at } z = \eta; \delta T_N = 0 \text{ at } z = L_H \quad (74\text{b,c})$$

이 얻어진다.

튜브측의 momentum 방정식은

$$-\frac{\partial p^+}{\partial z} = \rho_s \frac{D_v v_s^+}{Dt} + \frac{c_{fs} f \rho_s^+ v_s^{+2}}{2 D_H} + c_{gs} g \rho_s^+ \quad (75)$$

이며 이것에 대한 steady-state pressure drop은

$$\Delta p_s = G_w (v_{sL_H} - v_{s\eta}) + \int_\eta^{L_H} \left( \frac{c_{fs} f \rho_s v_s^2}{2 D_H} + c_{gs} g \rho_s \right) dz \quad (76)$$

으로 된다.

튜브측 momentum 방정식 75에 perturbation 과 Laplace transform을 수행하고 정리하면

$$\delta(\Delta p_s) = \delta(\Delta p_s)_{acc} + \delta(\Delta p_s)_g + \delta(\Delta p_s)_f - \delta(\Delta p_s)_\eta \quad (77)$$

이 되며 식 77의 우변에 나타난 항들의 관계식은 표 3에 나타내었다.

## 2.2 프로그램 작성

기개발된 SGSTA를 이용하여 소듐영역이 고려된 선형 모형을 코딩하여 SGSTAR의 초안을 작성하였다. 증기/물측의 모델은 SGSTA를 거의 그대로 사용할 수 있지만 정상상태 계산 모형, 튜브 벽 모델, 그리고 소듐측 모델 등은 유도된 모형식을 바탕으로 코딩하였다.

지배방정식들은 표 1~3에 요약하였으며 사용된 주요 상관식은 SGSTA에 적용된 것[3]을 사용하였다. 단상물영역은 해석적 형태로 제시되어 있고 비동영역과 과열증기영역은 초기치 상미분 방정식의 형태로 되어 있다. 수치적분을 수행하는 영역에 대하여는 정방향 차분법을 사용하였다 (그림 4참조).

## 2.3 모형 결과 분석

소듐의 조건을 가정하여 계산한 Nyquist 선도는 다음 그림 5와 같이 나타났다. 나타난 결과는 매우 균일열속 모형과는 다른 양상의 결과를 나타내고 있는바 향후 업무를 통하여 수정.보완 작업을 수행할 예정이다.

## 3. 결 론

증기발생기 안정성 분석을 위한 코드개발을 위한 선형모델을 설정하였다. 셀측과 튜브, 그리고 튜브측의 지배방정식을 정리하고 섭동화를 통한 선형화와 Laplace 변형을 통하여 압력강하 섭동 항을 계산하기 위한 주요 변수의 지배방정식을 유도하였다. 이를 바탕으로 필요한 해석 알고리즘을 설정하고 전산프로그램 SGSTAR을 예비적으로 작성하였다. 개발된 SGSTAR은 균일열속 모형과는 다른 양상의 결과를 나타낸 바 향후 업무를 통하여 수정.보완 작업을 수행할 예정이다.

## 감사의 글

본 연구는 과학기술부의 원자력 중장기 연구개발 사업의 지원에 의하여 수행되었다.

## 참고문헌

1. J.A.Boure et al., Review of Two-Phase Flow Instability, Nuclear Engineering and Design, 25, pp. 165-192, 1973
2. R.T. Lahey, Jr. and F.J. Moody, The Thermal-Hydraulics of A Boiling Water Nuclear Reactor, ANS Publications, 1977
3. 김연식외 2인, 관류형 증기발생기의 균일열속 선형 안정성 모형, 한국원자력학회 2000추계학술 발표회, 제3분과 원자력열수력(poster), 2000
4. K.C. Chan, Thermal-Hydraulic Stability Analysis of Steam Generators, Ph.D. Dissertation, UC Berkly, 1979

## Nomenclature

### Notations

A	: area
a	: Reynolds number exponent
C or $c_p$	: specific heat
$C_k$	: kinetic wave velocity
$c_m$	: subchannel mixing factor for sodium temperature perturbations
$C_f$	: correctional factor for frictional pressure drop in different regions
$C_g$	: adjustment factor for gravitational pressure drop ( $C_g=1$ in upward vertical flow)
$D_H$	: hydraulic diameter of water channel
f	: Moody type friction factor
G	: mass flow rate
g	: gravitational acceleration
H	: heat transfer coefficient
h	: enthalpy
$h_{fg}$	: latent heat of vaporization of water
j	: volumetric flux
K	: K-factor of flow resistances
k	: thermal conductivity
$k_0$	: gradient of specific volume to enthalpy line for steam
L	: channel length
P	: pressure
p	: perimeter
q	: heat flux
R	: thermal resistance of tube wall
r	: channel radius
s	: Laplace transform variable
T	: temperature
t	: time
V	: specific volume
$V_{gi}$	: vapor-liquid drift velocity
v	: velocity
x	: quality, or radial co-ordinate direction
z	: axial co-ordinate

### Greek

$\alpha$	: void fraction
$\Gamma_g$	: vapor generation rate
$\delta$	: wall thickness
$\delta(.)$	: Laplace transformed perturbation of the quantity (.)
$\lambda$	: boiling boundary
$\eta$	: superheat boundary
$\sigma$	: surface tension
$\rho$	: density
$\phi$	: non-dimensional density function, $\ln(\rho/\rho_f)$
$K$	: thermal diffusivity
$\omega$	: oscillation frequency
$\Omega$	: reaction frequency
$\Delta p$	: pressure drop

### Subscripts

1	: inner tube surface (water side) of the wall, or single-phase region
2	: outer tube surface (sodium side) of the wall, or two-phase region
u	: unheated region
c	: subcooled region
s	: superheat region
i	: inlet to heated section
$\lambda$	: boiling boundary
$\eta$	: superheat boundary
ex	: exit of the heated region
w	: water
N	: sodium
f	: liquid
g	: vapor, or gravity
t	: tube wall
sat	: saturation quantity
H	: heated length

### Superscripts

+	: variables with both space and time dependence
---	---

## § 1 Summary of Steady-State Conservation Equations

### Water Channel

#### **Subcooled Region**

$$\begin{aligned} T_{w\lambda} &= f(T_{wi}, T_{N\lambda}, \lambda) \\ \lambda &= f(T_{wi}, T_{N\lambda}, T_{w\lambda} (= T_{sat})) \\ &= \frac{1}{\alpha_N - \alpha_w} \ln \left[ \frac{T_{N\lambda} - T_{sat}}{T_{N\lambda} - T_{wi} + \frac{\alpha_N}{\alpha_w} (T_{wi} - T_{sat})} \right] \end{aligned}$$

#### **Boiling Region**

$$\begin{aligned} \frac{dj}{dz} &= Q \\ \text{B.C. } j &= v_w \quad \text{at } z = \lambda \\ \frac{d\phi}{dz} &= -\frac{c_o Q}{c_k} \\ \text{B.C. } \phi &= 0 \quad \text{at } z = \lambda \end{aligned}$$

#### **Superheat Region**

$$\begin{aligned} \frac{dv_s}{dz} &= Q_s \\ \text{B.C. } v_s &= v_\eta \quad \text{at } z = \eta \\ \frac{dx_s}{dz} &= -\frac{Q_s}{v_{gs} G_w} \\ \text{B.C. } x_s &= 0 \quad \text{at } z = \eta \end{aligned}$$

### Sodium Channel

$$\begin{aligned} \frac{dT_N}{dz} &= \frac{q_2 p_N}{v_N \rho_N c_N A_N} \\ \text{B.C. } T_N &= T_{Ni} \quad \text{at } z = L_H \end{aligned}$$

## § 2 Summary of the Perturbed Conservation Equations

### Subcooled Region

$$\delta v_w = \delta v_i$$

$$\delta T_w = A_1 e^{\beta_1 z} + A_2 e^{\beta_2 z} + A_3 e^{-(\alpha_w - \alpha_N)z}$$

$$\delta T_N = B_1 e^{\beta_1 z} + B_2 e^{\beta_2 z} + B_3 e^{-(\alpha_w - \alpha_N)z}$$

### Boiling Region

$$\frac{d\delta j}{dz} = f_{\lambda} \delta T_N + f_{\rho} \delta \phi + f_{\beta} \delta j$$

$$\text{where, } f_{\lambda} = \frac{P_w(\rho_f - \rho_g)}{A_w h_{fg} \rho_f \rho_g} \left[ \frac{q_1(1 - \alpha_1)}{H_1} H_T' + \alpha_2 H_1 \right]$$

$$f_{\rho} = \frac{P_w(\rho_f - \rho_g)}{A_w h_{fg} \rho_f \rho_g} \frac{q_1}{H_1} (1 - \alpha_1) \left\{ H_{\rho}' + H_v' \left[ \frac{\rho_f V_{gj}'}{\rho^2} - \left( \frac{\rho_f}{\rho} - 1 \right) \frac{\partial V_{gj}}{\partial \rho} \right] \right\} \frac{\rho'}{c_0}$$

$$f_{\beta} = \frac{P_w(\rho_f - \rho_g)}{A_w h_{fg} \rho_f \rho_g} \frac{q_1}{H_1} (1 - \alpha_1) H_v' [ c_0 + (1 - c_0) \frac{\rho_f}{\rho} ]$$

B.C.  $\delta j = \delta v_w - Q_{\lambda} \delta \lambda \quad \text{at} \quad z = \lambda$

$$\frac{d\delta \phi}{dz} = f_{\phi 1} \delta T_N + f_{\phi 2} \delta \phi + f_{\phi 3} \delta j$$

$$\text{where, } f_{\phi 1} = - \frac{P_w \rho_{fg}}{c_k A_w h_{fg} \rho_f \rho_g} \left[ \frac{q_1(1 - \alpha_1)}{H_1} H_T' + \alpha_2 H_1 \right] c_0$$

$$f_{\phi 2} = \frac{P_w \rho_{fg}}{A_w h_{fg} \rho_f \rho_g} \left( - \frac{\rho'}{c_k} \right) \frac{q_1(1 - \alpha_1)}{H_1} \left\{ H_{\rho}' + H_v' \left[ \frac{\rho_f V_{gj}'}{\rho^2} - \left( \frac{\rho_f}{\rho} - 1 \right) \frac{\partial V_{gj}}{\partial \rho} \right] \right\} \\ + \frac{Q}{c_k^2} \frac{\partial V_{gj}}{\partial \rho} \rho - \frac{s}{c_k}$$

$$f_{\phi 3} = - \frac{P_w \rho_{fg}}{c_k A_w h_{fg} \rho_f \rho_g} \frac{q_1(1 - \alpha_1)}{H_1} H_v' c_0 [ c_0 + (1 - c_0) \frac{\rho_f}{\rho} ] + \frac{Q}{c_k^2} c_0^2$$

B.C.  $\delta \phi = \frac{Q_{\lambda}}{c_k} \delta \lambda \quad \text{at} \quad z = \lambda$

$$\frac{d\delta T_N}{dz} = f_{T1} \delta T_N + f_{T2} \delta \phi + f_{T3} \delta j$$

$$\text{where, } f_{T1} = \frac{s}{v_N} + \frac{c_m P_N}{v_N \rho_N c_N A_N} [ H_2 (1 - \alpha_4) + \alpha_3 \frac{q_1 H_1}{H_1^2} H_T' ]$$

$$f_{T2} = \frac{\rho' c_m P_N \alpha_3 q_1 H_2}{v_N \rho_N c_N A_N H_1^2} \left\{ H_{\rho}' + H_v' \left[ \frac{\rho_f V_{gj}'}{\rho^2} - \left( \frac{\rho_f}{\rho} - 1 \right) \frac{\partial V_{gj}}{\partial \rho} \right] \right\} \frac{1}{c_0}$$

$$f_{T3} = \frac{c_m P_N \alpha_3 q_1 H_2}{v_N \rho_N c_N A_N H_1^2} H_v' [ c_0 + (1 - c_0) \frac{\rho_f}{\rho} ]$$

B.C.  $\delta T_N = \delta T_{N\eta} \quad \text{at} \quad z = \lambda$

### Superheat Region

$$\frac{d\delta v_s}{dz} = f_{v1} \delta T_{Ns} + f_{v2} \delta x_s + f_{v3} \delta v_s$$

$$\text{where, } f_{v1} = \frac{k_0 P_w}{A_w} H_1 \alpha_2$$

$$f_{v2} = \frac{k_0 P_w}{A_w} (\alpha_1 - 1) [ H_1 \frac{h_{fg}}{c_{ps}} + \frac{q_1}{H_1} \frac{\partial H_1}{\partial \rho_s} (\rho_s^2 V_{gs}) ]$$

$$f_{v3} = \frac{k_0 P_w}{A_w} \frac{q_1}{H_1} \frac{\partial H_1}{\partial v_s} (1 - \alpha_1)$$

B.C.  $\delta v_s = \delta v_\eta + (\mathcal{Q}_\eta - \mathcal{Q}_s)\delta\eta$  at  $z = \eta$

$$\frac{d\delta x_s}{dz} = f_{x1}\delta T_{Ns} + f_{x2}\delta x_s + f_{x3}\delta v_s$$

$$\text{where, } f_{x1} = \frac{\left(\frac{V_g}{V_{gs}} + x_s\right)}{v_s} \frac{k_0 P_w}{A_w} H_1 \alpha_2$$

$$f_{x2} = \frac{\mathcal{Q}_s - s}{v_s} + \frac{\left(\frac{V_g}{V_{gs}} + x_s\right)}{v_s} \frac{k_0 P_w}{A_w} (\alpha_1 - 1) [H_1 \frac{h_{fg}}{c_{ps}} + \frac{q_1}{H_1} \frac{\partial H_1}{\partial \rho_s} (\rho_s^2 V_{gs})]$$

$$f_{x3} = \frac{\left(\frac{V_g}{V_{gs}} + x_s\right)}{v_s} \frac{k_0 P_w}{A_w} \frac{q_1}{H_1} \frac{\partial H_1}{\partial v_s} (1 - \alpha_1) - \frac{q_1 P_w}{G_w A_w v_s h_{fg}}$$

B.C.  $\delta x_s = -\frac{\delta \rho_\eta}{\rho_g^2 V_{gs}}$  at  $z = \eta$

$$\frac{d\delta T_{Ns}}{dz} = f_{Ts}\delta T_{Ns} + f_{T2}\delta x_s + f_{T3}\delta v_s$$

$$\text{where, } f_{Ts1} = \frac{s}{v_N} + \frac{c_m P_N}{v_N \rho_N c_N A_N} H_2 (1 - \alpha_4)$$

$$f_{T2} = \frac{c_m P_N}{v_N \rho_N c_N A_N} \alpha_3 H_2 \left[ -\frac{q_1}{H_1^2} \frac{\partial H_1}{\partial \rho_s} (\rho_s^2 V_{gs}) - \frac{h_{fg}}{c_{ps}} \right]$$

$$f_{T3} = \frac{c_m P_N}{v_N \rho_N c_N A_N} \alpha_3 \frac{q_1 H_2}{H_1^2} \frac{\partial H_1}{\partial v_s}$$

B.C.  $\delta T_{Ns} = 0$  at  $z = L_H$

### III 3 Pressure Drop for Water Channel

#### Subcooled Region

$$\delta(\Delta p_1) = \int_0^\lambda \left( \rho_f \frac{D_v \delta v_w}{D_t} + \frac{f \rho_f v_w \delta v_w}{D_H} \right) dz + \left( \frac{f \rho_f v_w^2}{2 D_H} + \rho_f g c_g \right) \delta \lambda$$

#### Boiling Region

$$\delta(\Delta p_2) = \delta(\Delta p_2)_\eta - \delta(\Delta p_2)_\lambda + \delta(\Delta p_2)_{acc} + \delta(\Delta p_2)_g + \delta(\Delta p_2)_f + \delta(\Delta p_2)_{Dr}$$

$$\text{where, } \delta(\Delta p_2)_\eta = \left( \frac{c_f \rho_g v_{g\eta}^2}{2 D_H} + g \rho_g + \rho_g v_{g\eta} \mathcal{Q}_\eta \right) \delta \eta$$

$$\delta(\Delta p_2)_\lambda = \left( \frac{f \rho_f v_w^2}{2 D_H} + g \rho_f + \rho_f v_w \mathcal{Q}_\lambda \right) \delta \lambda$$

$$\delta(\Delta p_2)_{acc} = \int_\lambda^\eta s \rho \delta v dz + v_\eta^2 \delta \rho_\eta - v_\lambda^2 \delta \rho_\lambda + 2(\rho_\eta v_\eta \delta v_\eta - \rho_\lambda v_\lambda \delta v_\lambda) + s \int_\lambda^\eta v \delta \rho dz$$

$$\delta(\Delta p_2)_f = \frac{c_f f_o G_w}{D_H \rho_f} \int_\lambda^\eta \Phi_\emptyset^2 (v \delta \rho + \rho \delta v) dz$$

$$\delta(\Delta p_2)_g = c_g g \int_\lambda^\eta \delta \rho dz$$

$$\delta(\Delta p_2)_{Dr} = \left[ \left( -\frac{2 \rho_f}{\rho^3} + \frac{1}{\rho^2} \right) \rho_f \rho_g V_{gj}^{'} \delta \rho + \left( \frac{\rho_f}{\rho^2} - \frac{1}{\rho} \right) \rho_f \rho_g 2 V_{gj}^{'} \delta V_{gj}^{'} \right] \Big|_\lambda^\eta$$

#### Superheated Region

$$\delta(\Delta p_s) = \delta(\Delta p_s)_{acc} + \delta(\Delta p_s)_g + \delta(\Delta p_s)_f - \delta(\Delta p_s)_\eta$$

where,  $\delta(\Delta p_s)_{acc} = s \int_\eta^{L_H} (v_s \delta \rho_s + \rho_s \delta v_s) dz + v_{sL_H}^2 \delta \rho_{sL_H} - v_{s\eta}^2 \delta \rho_{s\eta} + 2G_w [\delta v_{sL_H} - \delta v_{s\eta}]$

$$\delta(\Delta p_s)_f = \frac{c_f f}{2D_H} \int_\eta^{L_H} (v_s \delta \rho_s + 2\rho_s \delta v_s) dz$$

$$\delta(\Delta p_s)_g = c_g g \int_\eta^{L_H} \delta \rho_s dz$$

$$\delta(\Delta p_s)_\eta = (c_f f \rho_g v_{g\eta}^2 + g \rho_g + \rho_g v_g Q_{s\eta}) \delta \eta$$

그림 1 반경 방향 channel 배치  
water channel tube wall sodium channel

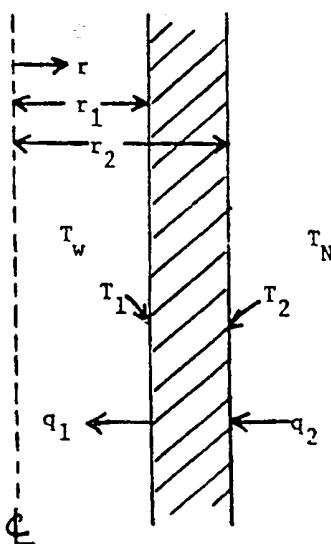


그림 1 반경 방향 channel 배치

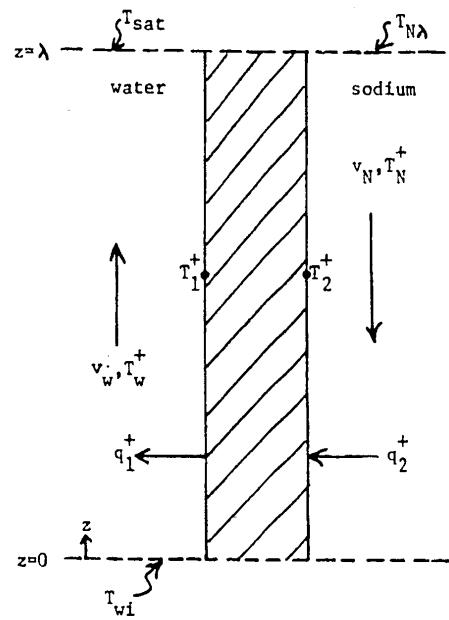


그림 2 heated subcooled region 열유동 개념도

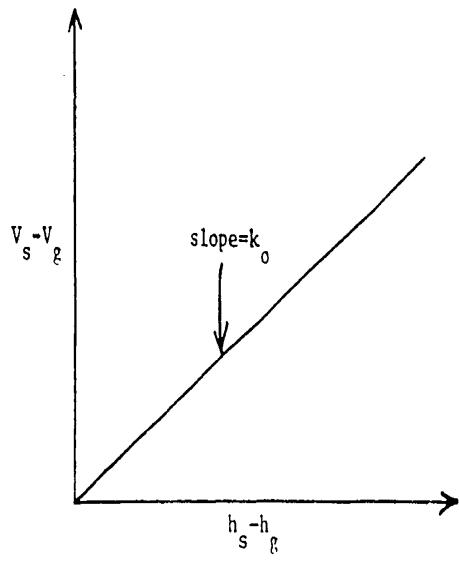


그림 3 과열증기 비체적-엔탈피 관계

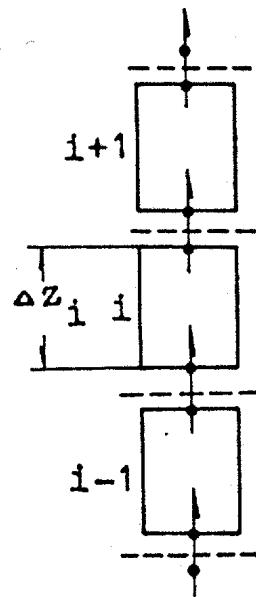


그림 4 node 배치도

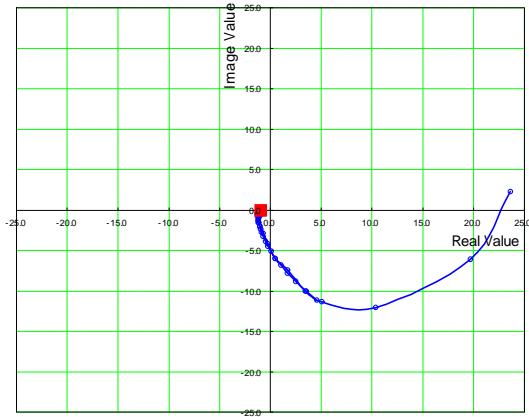


그림 5 SGSTAR 시산 결과