'2002 춘계학술발표회 논문집
한국원자력학회

자연대류 해석을 위한 수치해석 코드의 개발

Development of a Numerical Analysis Code for Natural Convection

유승엽, 윤주현, 이두정, 장문희

한국원자력연구소
대전광역시 유성구 덕진동 150

요 약

다양한 종횡비를 갖는 직사각형 공동내의 2차원, 정상상태, 비압축성 자연대류에 유동에 대한 수치해석을 FVM(Finite Volume Method)를 이용한 코드를 개발하여 수행하였다. 계산영역은 Rayleigh 수 10^4~10^6이고, 종횡비는 1~20까지 다루었다. 해석결과 밀폐된 사각형 공동내의 열전달과 유체유동을 지배하는 중요한 변수인 종횡비와 Rayleigh 수의 관계를 잘 보여주었다. 또한 계산결과를 기존의 실험상관식과 비교하였는데 개발한 코드는 기존의 결과와 상당한 유사성을 보여주었다.

ABSTRACT

Numerical simulations of the two-dimensional, steady state, incompressible flow in a rectangular enclosure with a variety of aspect ratios, have been accomplished using a FVM (Finite Volume Method) based code. Computations cover Rayleigh numbers from 10^4 to 10^6 , aspect ratios from 1 to 20. Results show that the aspect ratio, the Rayleigh number, are the key parameters to determine the heat transfer and fluid flow characteristics in an enclosed rectangular cavity. By comparing them, the calculated results with a developed code are well similar with previous literatures.

1. 서 론

밀폐된 사각형 공동내의 자연대류는 공학, 환경분야에서 중요하다. 특히 다른 온도의 등온벽을 갖는 사각형공동은 공기나 물을 이용하면 낮은 열전도와 밀도 때문에 열전달을 막는 단열재로써 많이 사용된다. 현재 원자력 연구소에서 개발하고 있는 일체형원자로 SMART는 저온자기가압기를 채택하고 있는데, 이는 출력변화 운전시 압력변화폭을 최소화하기 위해 저온에서 운전할 필요가 있다. 이를 위해 냉각기와 습식단열재가 사용되었는데, 이 중에 습식단열재는 자연대류 현상에

의한 열전달 해석이 중요하다[1]. 예전부터 밀폐된 공동의 자연대류에 대한 많은 연구가 이루어졌으며, 실험적인 연구는 Eckert 와 Carlson[2], MacGregor 와 Emery[3], Yin et al.[4], 이론적, 수치적인 연구는 Bejan[5], De Vahl Davis[6], Hortmann et al.[7]에 의해 수행되었다. 이중 Bejan은 자연대류현상에 영향을 미치는 많은 변수와 기존의 문헌들을 정리하였고 종횡비의 영향을 중시한 새로운 변수를 제시하였다. Hortmann et al.은 여러 계산을 통해서 직사각형 공동내의 자연대류에 대한 벤치마크 해를 제시하였다.

본 연구의 목적은 FVM 수치해석 코드의 개발에 있으며, 코드의 검증을 위해서 여러 벤치마크 문제를 풀어 비교하여 보았고, 밀폐된 공동내의 자연대류 해석에서는 기존의 문헌에서 찾아보기 힘든 종횡비가 큰 경우(A > 10)에 대해서도 계산을 하여 종횡비와 Ra 수의 관계를 고찰하여 보았다.

2. 해석방법

자연대류 유동을 해석하기 위하여 밀도차에 의한 중력항을 제외한 다른 항에서는 밀도가 일정하다고 가정한 Boussinesq 근사를 적용하였다. 그러므로 비압축성, 2차원, 정상상태, 자연대류 유동에 대한 질량 보존식, 운동량 방정식, 에너지 방정식은 다음과 같다.

질량보존식 :

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(rU_j) = 0 \tag{1}$$

운동량방정식 :

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(rU_jU_i) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}(m\frac{\partial U_i}{\partial x_j}) + rg_i b(T - T_\infty) \tag{2}$$

에너지 방정식 :

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(rU_jT - \frac{m}{\Pr}\frac{\partial T}{\partial x_j}) = 0 \tag{3}$$

여기서 r 는 밀도, U_i 는 Cartesian 속도성분, T 는 온도, b 는 열팽창계수, Pr 은 Prandtl 수이고 g_i 는 중력가속도 벡터이다. 아래첨자 ∞ 는 참조 평균값을 의미한다.

본 연구에서 개발된 코드는 일반좌표계, 제어체적방법, 비엇물림격자(Non-staggered grid)와 SIMPLE 알고리즘[8]을 사용한다. 대류항에 대한 차분은 정확하고 안정성이 있다고 알려진 QUICK scheme을 사용하였고, 이산화된 대수방정식의 해는 Stone 의 SIP(Strongly Implicit Procedure)[9]를 사용하여 구하였다. 또한 비엇물림격자계에서는 비정상적인 압력진동현상이 생길 수 있는데 이를 해결하기 위해서 운동량보간법[10]을 사용하였다. 수렴판정은 모든 방정식의 residual 의 합이 10^{-8} 이 될때까지 하였으며 이 이하로 떨어지면 계산값에 더 이상 변화가 없었다.

3. 결과

수치해석 코드의 정확성을 검증하기 위하여 Lid-driven cavity flow 와 Skewed cavity flow를 풀어 벤치마크 해와 비교하여 보았다. Cavity 유동은 수치해석 코드의 검증을 위해서 가장 많이 인용되는 문제이며, 이 문제의 기본 형상은 정사각형으로 아주 간단하지만 유동은 단순하지 않아 재순환 영역을 포함하는 복잡한 현상을 보인다. 그림 1 (a)에서와 같이 유선은 기존의 Ghia[11]의 벤치마크해(Re=400)와 거의 비슷하다. 보다 정량적인 비교를 위해서 그림 1(b)에 중심선에 대한 속도를 비교하여 보았는데 80x80 의 적은 격자수로도 정확하게 일치하고 있음을 볼 수 있다. 평행사변형의 형상을 가지는 Lid–driven skewed cavity flow 는 일반 좌표계를 적용한 경우에 코드의 검증을 위해 자주 다루는 문제이다. 여기서는 기울어진 각도가 45^0 인 경우 Re 수 100에 대해서 계산을 해 보았다. 이 유동에 대한 벤치마크 해는 Demirzic 등[12]이 제시한 것이다. 이 문제도 위와 마찬가지로 단순한 형상이지만 경사가 심할수록 여러 개의 재순환 영역이 나타나는 등 복잡한 현상이 나타난다. 하지만 본 해석을 위해 개발된 코드는 그림 2(a)-(b)에 도시한 것과 같이 벤치마크 해와 잘 일치함을 볼 수 있다.

그림 3은 밀폐된 공동내의 자연대류 문제의 기본적인 기하학적 형상과 경계조건을 나타내었다. 벽면의 온도는 일정하고 벽면 위와 아래는 단열이 되어있다고 가정한다. 계산에 사용된 물성치와 치수는 표 1과 같다. 일단 코드가 자연대류 유동을 정확하게 해석하는지 자연대류에 대한 벤치마크 해를 제시한 Hortmann 등[7]의 결과와 비교하였다. $Ra=10^5$ 과 10^6 에 대한 유선과 등온선을 그림 4와 그림 5에 나타내었다. 위 그림은 기존의 문헌에서 널리 알려진 결과와 같은 전형적인 특징을 보여주었다. Ra 수가 커질수록 벽면에서의 속도가 커지고 온도구배가 더 가파른 것을 볼 수 있다. 보다 정량적인 비교를 하기 위해 평균 *Nu* 수를 구하여 비교하여 보았는데 표 2에서 보는 바와 같이 거의 일치하는 결과를 보이고 있다. 여기서 평균 *Nu* 수는 다음과 같이 정의된다.

$$\overline{Nu} = Q / Q_c \tag{4}$$

여기서 Q 는 공동을 가로지르는 실제 heat flux이고 Q_c 는 순수한 전도에 의한 heat flux 이다.

$$Q_c = \frac{m}{\Pr} \frac{T_H - T_c}{L} H \tag{5}$$

표 3은 $Ra=10^6$ 에 대해서 격자의존도 테스트를 한 것으로 80x80 이상의 격자에서는 격자수를 늘려도 결과가 거의 차이 나지 않음을 볼 수 있다. 앞으로의 계산에서는 너비(L)는 격자 80 개로 고정하고 높이(H)가 길어짐에 따라 비례해 격자수를 증가시켰다. 그림 6은 종횡비와 Ra 수의 관계를 나타낸 것으로 종횡비의 영향이 밀폐된 사각공동내의 자연대류 유동에 아주 큰 영향을 미치는 것을 볼 수 있다. 같은 Ra 수에서 종횡비가 커질수록 평균 *Nu* 가 작아지는 것을 볼 수 있는데 이는 유체가 흐르는 경로가 길어짐에 따라 대류에 의한 열전달 효과가 감소되어 나타나기 때문이라고 보인다. 기존의 실험으로 구해진 상관식과도 비교하여 보았는데 A=5, 10 인 경우 계산결과와 비슷한 경향과 결과를 보이는 것을 볼 수 있다.

이상의 결과에서 개발된 코드는 자연대류 유동을 효과적으로 모사할 수 있음을 확인하였고, 난류모델이나 이상유동 등에 확장 적용할 수 있을 것이다.

4. 결론

자연대류 유동해석을 위해서 FVM(Finite Volume Method)을 이용한 코드를 개발하였다. 코드의 검증을 위해서 벤치마크 문제인 Lid-driven cavity flow와 Skewed cavity flow를 풀어 벤치마크해와 계산결과를 비교하였다. 또한 다양한 종횡비를 갖는 직사각형 공동내의 2차원, 정상상태, 비압축성 자연대류에 유동에 대한 수치해석을 수행하였다. 계산영역은 Rayleigh 수 10^4~10^6이고, 종횡비는 1~20까지 다루었다. 해석결과 밀폐된 사각형 공동내의 열전달과 유체유동을 지배하는 중요한 변수인 종횡비(A)와 Rayleigh 수(Ra)의 관계를 잘 보여주었다. 또한 계산결과를 기존의 실험 상관식과 비교하였는데 개발한 코드는 기존의 결과와 상당한 유사성을 보여주었다.

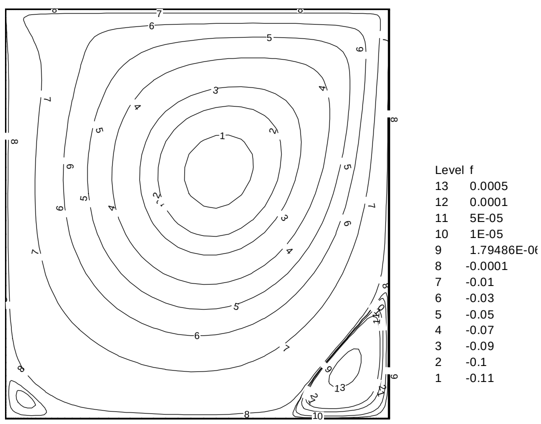
본 연구에서 개발된 코드는 자연대류 유동을 효과적으로 모사할 수 있었고 쉽게 난류모델과 이상유동 모델 등으로 확장 적용될 수 있으며 현재 수행중에 있다.

후기

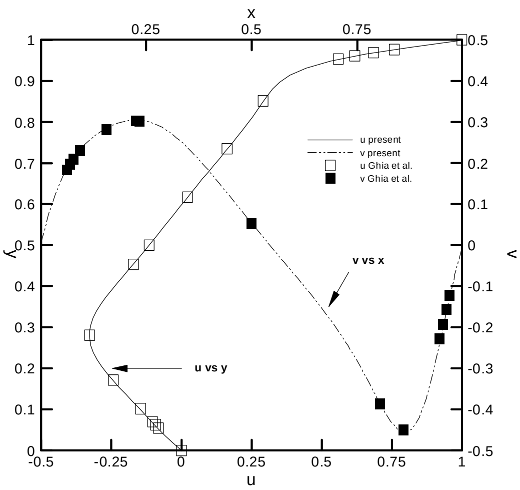
본 연구는 과학기술부의 원자력연구 개발사업의 일환으로 수행되었습니다.

참 고 문 헌

1. 장문희 외, “신형원자로 계통개념 연구,” KAERI/RR-1438/94, 한국원자력연구소, 1995.
2. Eckert, E. G., and Carlson, W.O., “Natural convection in a layer enclosed between two vertical plates with different temperatures,” Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 2, pp. 106-120, 1961.
3. McGregor, R. K., and Emery, A. F., “Free convection through vertical plane layers-moderate and high Prandtl number fluids,” J. Heat Transfer, Vol. 91, pp. 391-402, 1969.
4. Yin, S. H., and Wung, T., Y., and Chen, K., “Natural convection in an air layer enclosed within rectangular cavities,” Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 21, pp. 307-315, 1978.
5. Bejan, A., “Note on Gill’s solution for free convection in a vertical enclosure,” J. Fluid Mech., Vol. 90, pp. 561-568, 1978.
6. De Vahl Davis, G., “Natural convection of air in a square cavity: a benchmark numerical solution,” Int. J. numer. Methods fluids, Vol. 3, pp. 249-264, 1983.
7. Hortmann, M., and Peric, M., and Scheuerer, G., “Finite volume multigrid prediction of laminar natural convection: Bench-mark solutions,” Int. J. Numerical Methods in Fluids, Vol. 11, pp. 189-207, 1990.
8. Partankar, S. V., *Numerical heat transfer and fluid flow*, Hemisphere, 1983.
9. Stone, H. L., “Iterative Solution of Implicit Approximations of Multi-dimensional Partial Differential Equations,” SIAM Journal on numerical analysis, Vol. 5, pp. 530-558, 1968.
10. Rhie, C. M., and Chow, W. L., “A numerical study of the turbulent flows past an isolated airfoil with trailing edge separation,” AIAA Journal, Vol. 21, pp. 1525-1532.
11. Ghia, U. Ghia. K. N., and Shin, C. T., “High-Re Solutions for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes Equations and a Multigrid Method,” J. of Comp. Physics, Vol. 48, pp. 387-411, 1982.
12. Demirzic, I., Lilek, Z., and Peric, M., “Fluid flow and heat transfer test problems for non-orthogonal grids: bench-mark solutions,” Int. J. Numer. Methods in Fluids, Viol. 15, pp. 329-354, 1992.

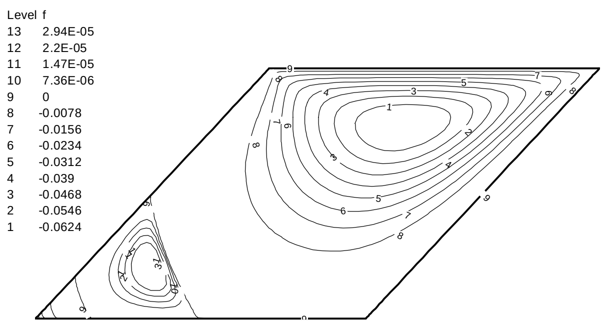


(a)

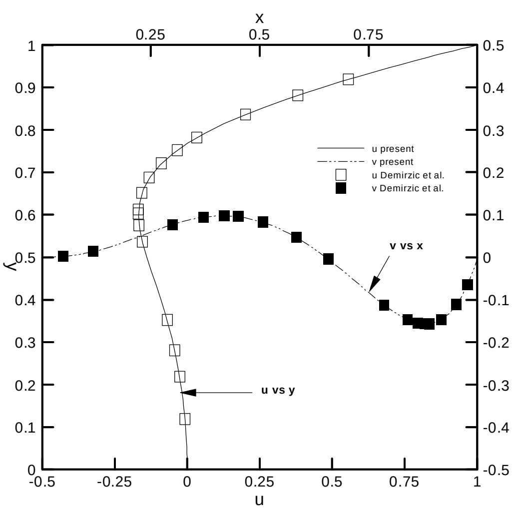


(b)

그림 1 (a) 유선 , Re=400 (80x80 격자); (b) 중앙단면에서의 속도 (u vs y, v vs x)



(a)



(b)

그림 2 (a) 유선, Re=100 (80x80 격자); (b) 중앙단면에서의 속도 (u vs y, v vs x)

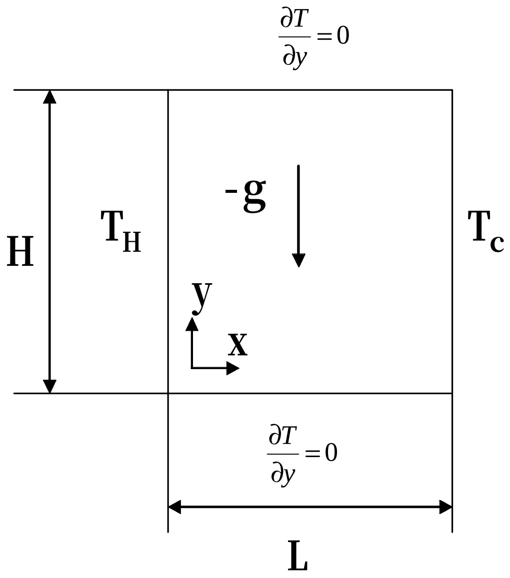


그림 3 기하학적 형상과 경계조건

표 1 유체물성치와 치수

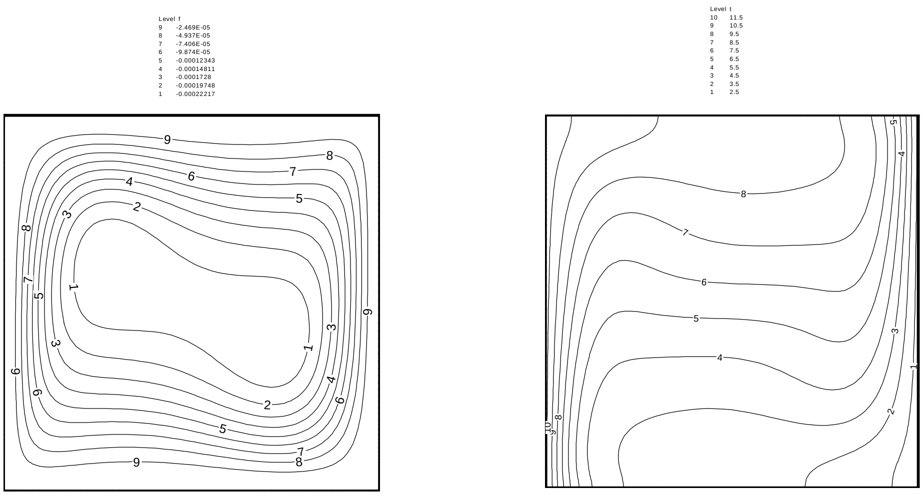
Ra	*r*	*m*	*b*	*Pr*	*g*	T_H	T_C	*L*	*H*
10^4	1.19	1.8x10^{-5}	0.00341	0.71	9.81	12	2	0.021277	0.021277
10^5	1.19	1.8x10^{-5}	0.00341	0.71	9.81	12	2	0.045841	0.045841
10^6	1.19	1.8x10^{-5}	0.00341	0.71	9.81	12	2	0.098761	0.098761

표 2 벤치마크해와 비교

Ra	$\overline{Nu}$ (Hortmann et al.)	$\overline{Nu}$ (Present)	Error (%)
10^4	2.24475	2.23995	0.2
10^5	4.52164	4.52295	0.03
10^6	8.82513	8.82042	0.05

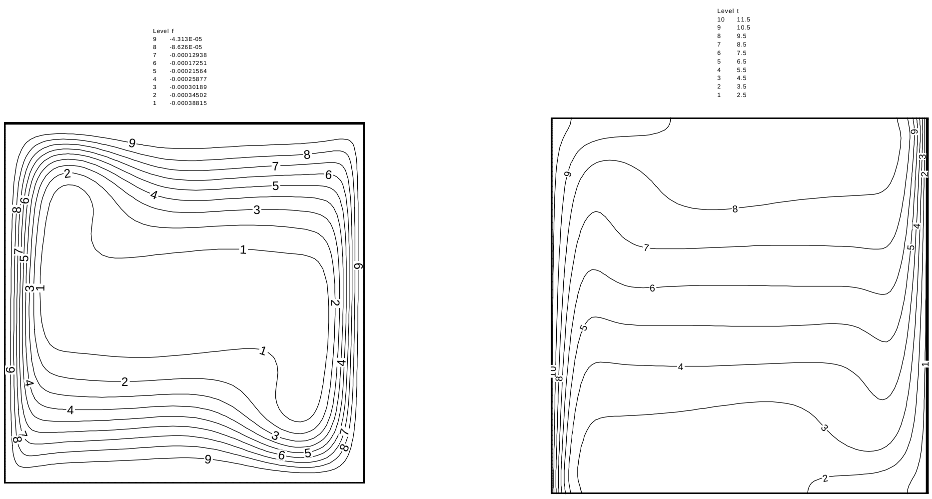
표 3 격자의존도 테스트

격자수 ($Ra = 10^6$)	$\overline{Nu}$
40x40	8.80204
80x80	8.82042
160x160	8.82678



(a) (b)

그림 4 (a)유선 (Ra=10^5, 80x80 격자); (b)등온선



(a) (b)

그림 5 (a)유선 (Ra=10^6, 80x80 격자); (b)등온선

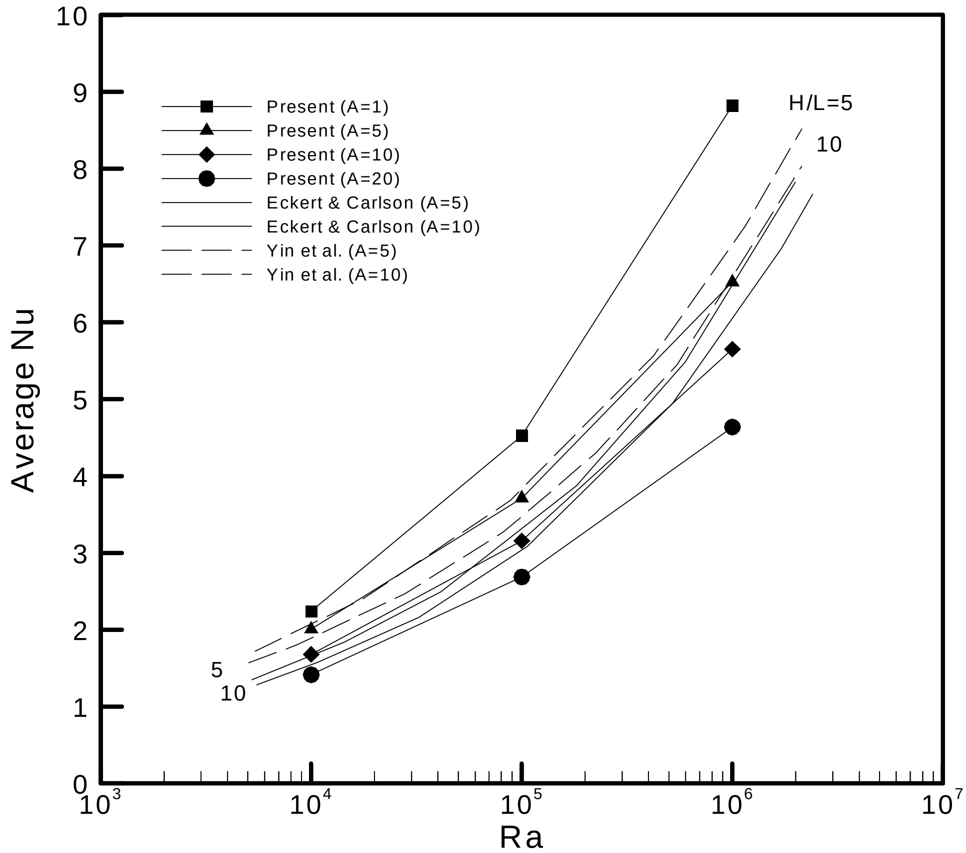


그림 6 평균 Nu 수 와 Ra 수 관계