

상업용 핵융합 장치에서의 플라즈마 접촉부 보호를 위한 전도성
유체의 개방 유로 MHD 유동의 난류 특성에 관한 수치적 연구

Numerical Study of Turbulent Behavior in Open Channel MHD
Flow for Protecting Plasma Facing Components
in Thermonuclear Fusion Reactors

이상돈, 홍상희
서울대학교

서울특별시 관악구 신림동 산 56-1

요 약

상업용 핵융합 장치에서의 플라즈마 접촉부 보호를 위한 용융염의 사용은 액체금속에 비해 매우 작은 전기전도도로 인하여 열전달 특성이 우수한 난류 유동을 형성할 수 있게 하나, 용융염의 전기전도도가 바닷물에 비하여 100배 정도의 크기에 인가자장의 MHD 효과에 의한 난류 억제 현상이 예상된다. 본 연구에서는 MHD 난류유동 특성을 확인하기 위하여 $k-\epsilon$ 모델을 사용하여 무차원화된 유량율($Q=10^{-4}$)에 대하여 $Ha=100$ 과 $Ha=1000$ 인 경우에 벽면의 상태나 인가자장의 기울기 변화에 따른 난류 특성, 속도분포 및 유도자장분포를 계산하였다. $Ha=100$ 인 경우는 작은 MHD 효과로 인하여 $Ha=0$ 인 경우와 차이가 거의 없는 난류 특성을 보이나, $Ha=1000$ 인 경우는 인가자장에 의한 증가된 난류 억제의 효과를 확인하였다.

Abstract

Because of the much less electric conductivities of molten salts than those of liquid metals, the turbulent open channel MHD flow of molten salts can be obtained in the plasma facing surface protection design of the fusion reactors. But as the electric conductivities of molten salts are 100 times greater than that of seawater and the very strong magnetic fields are applied in the fusion reactors, the open channel flows of molten salts experience the MHD suppression of turbulence. In this study, $k-\epsilon$ model is used to calculate the turbulent characteristics, the velocity profiles and the induced magnetic field distributions in cases of $Ha=100$ and $Ha=1000$. In each case, the flow conditions such as Hartmann number, wall conditions, and applied magnetic field inclinations have some effects on flow patterns and turbulent behaviors. In case of $Ha=100$, there are no large MHD turbulence suppression, but in case of $Ha=1000$, MHD suppression of turbulence is significant.

1. 서론

상업용 핵융합 장치에서 경제성 향상과 운전 및 보수의 편의 도모를 위한 목적으로 제안된 액체금속 액막을 이용한 표면 보호 방법은 고에너지 입자와의 충돌이나 큰 열속에 의한 물리적 부식과 표면 침식으로부터 고체 표면 보호, 부식된 부분의 자동 복구, 부가적 냉각을 필요치 않는 큰 열제거능력, 구조물로의 전달되는 에너지의 감소, 벽 물질에의 삼중수소 축적 감소와 베릴륨 사용량의 감소 등의 이점들이 있다. 그러나, 액체금속은 큰 전기전도도로 인하여 매우 강한 MHD 영향을 받으며, 이 결과로 MHD 난류 억제(suppression of turbulence) 현상이 나타나는데 이는 유동 속도의 급격한 감소 현상으로 나타나며, 이에 따라 대류에 의한 열전달 특성을 악화시킨다. 이러한 이유로 최근 액체금속보다 전기전도도가 매우 작으나(10^{-4} 배) 바닷물보다는 다소 큰(10^2 배) Filbe((LiF)_n(BeF₂))와 같은 용융염을 액체금속 대신 사용하려는 제안이 대두되었다. 용융염은 액체금속보다 작은 전기전도도로 인하여 큰 Reynolds 수를 가진 유동에서는 난류 현상을 보일 것이나 핵융합 장치에서의 매우 큰 인가자장에 의해 다소 억제된 난류 특성을 보일 것이며 이로 인해 다소 감소된 열전달 특성을 보일 것으로 예상된다.

전도성 유체에 대한 난류 MHD 유동의 연구는 초기에는 MHD 효과에 의한 난류 억제 현상을 해석하려는 목적으로, 폐유로 유동(Closed channel flow)에서 자장의 함수로 표현되는 dissipation length scale과 자장에 의한 난류 억제를 나타내는 damping factor를 이용하여 Prandtl 공식을 수정하여 난류 MHD 유동 특성을 파악하려 하였다.^[1] 그 후 DNS^[2, 3], LES^[4], RNG^[5] 및 two-equation 모델^[6-11]을 사용하여 폐유로 유동에서 MHD 난류 유동을 수치적으로 계산하려는 시도가 있었다. 특히, two-equation 모델에서는 k - ϵ 모델이 가장 널리 사용되며, 자장에 의한 난류의 영향을 고려하기 위하여 k , ϵ 의 두 방정식에 자장에 의한 Joule 소산항과 파괴항이 sink term으로 각각 첨가되는데, 이 항들은 각각 $C_3(\sigma/\rho)B_0^2k$, $C_4(\sigma/\rho)B_0^2\epsilon$ 의 형태로 표현되며 각 연구에서 사용된 상수값 C_3 와 C_4 는 각 연구마다 약간의 차이가 있었다^[6-7]. 1996년에 발표된 Ji와 Gardner^[9]의 연구에서는 MHD 효과에 의한 난류 운동에너지 분포의 anisotropy를 고려한 해석을 위해 e^{-DN} 형태의 interaction parameter ($N=(\sigma B^2 L)/(\rho\nu)$)를 이용한 함수를 첨가하여 $C_3(\sigma/\rho)B_0^2ke^{-DN}$, $C_4(\sigma/\rho)B_0^2\epsilon e^{-DN}$ 으로 표현하였으며 난류점성계수의 계산식에서도 이와 같은 형태의 함수를 첨가하여 계산하였다. 2000년에 발표된 Kenjeres와 Hanjalic^[10]은 유체 전반에서 일정한 값을 갖는 N 과 같은 bulk-flow parameter를 사용하는 것은 보다 local time scale($\tau=k/\epsilon$)을 이용하여 계산될 수 있는 local interaction parameter를 사용하여 사용한 결과, Ji의 방법보다 DNS 결과와 더욱더 일치함을 보였다. 최근 미국 APEX 개발을 위한 연구에서 개방 유로에서의 난류 MHD 유동에 대하여 k - ϵ 모델을 통하여 속도와 열전달 특성을 해석하려는 연구가 수행 중인데, 인가자장에 의한 영향을 나타내는 항은 Ji의 모델에서 사용된 모델을 채택하였다.^[9, 11]

본 연구에서는 Ha 값의 변화에 따른 난류 유동 특성을 파악하기 위하여 Ha값, 벽면의 조건과 인가자장의 기울기 등 조건의 변화에 대하여 Morley가 층류 MHD 액막 유동 해석을 위해 사용한 방법^[12]을 2차원 난류 MHD 액막 유동에 대하여 확장하였으며 난류 특성을 해석하기 위하여 기존의 저 Reynolds 수 k - ϵ model 중 Chien^[13]의 model을 기하학적 구조에 맞는 2차원으로 확장하여 수치적 해석을 시도하였으며 이로 통해 속도 분포와 유도 자장 분포 및 난류 특성을 계산하였다.

2. 난류 MHD 유동 해석을 위한 방정식

자장이 인가된 경우에 전도성 유체의 유동은 운동량 보존 방정식, 질량과 전류 보존 방정식, Ohm의 법칙과 Maxwell 방정식 등을 포함하는 MHD 방정식들에 의해 유동이 해석되며 이들 방정식들은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{g} + \frac{\mathbf{j} \times \mathbf{B}}{\rho} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{j} = 0 \quad (2), (3)$$

$$\mathbf{j} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (4)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_m \mathbf{j}, \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (5), (6), (7)$$

위 식에서 \mathbf{v} , \mathbf{j} , \mathbf{B} 와 \mathbf{E} 는 각각 속도, 전류밀도, 자기장과 전기장 벡터를 나타내며, \mathbf{g} 와 p 는 중력가속도와 압력을 나타낸다. 그리고, σ , ρ , ν 와 μ_m 은 전도성 유체의 물성치들로 전기전도도, 밀도, 동점도와 투자율이며 이 값들은 상수값으로 가정된다. 위의 방정식에서는 유체의 비압축성과 작은 자기 Reynolds 수의 가정에 의해 유체의 변위전류에 의한 영향은 무시한다. 또한, 식 (3)-(7)을 이용하면 다음과 같은 유도 자장 방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{v} \times \mathbf{B} + \frac{1}{\sigma \mu_m} \nabla^2 \mathbf{B} \quad (8)$$

본 연구에서는 그림 1과 같은 준평면형의 기하학적 구조를 가진 개방유로에서 유체의 유동은 종방향인 x 방향이고, 인가자장은 유동에 수직한 방향인 y와 z 방향인 전도성 유체의 유동에 대하여 해석하고자 한다. 그림 1에서 h는 액막의 두께, θ 는 수평면에 대한 바닥면의 기운 각도, α 는 유로 바닥면에 대한 인가자장의 경사각도이고, a는 유로의 폭을 의미한다. 이 그림은 토카막에서 토로이달 방향의 인가자장에 대하여 폴로이달 방향의 유체 유동을 간략화한 것이다.

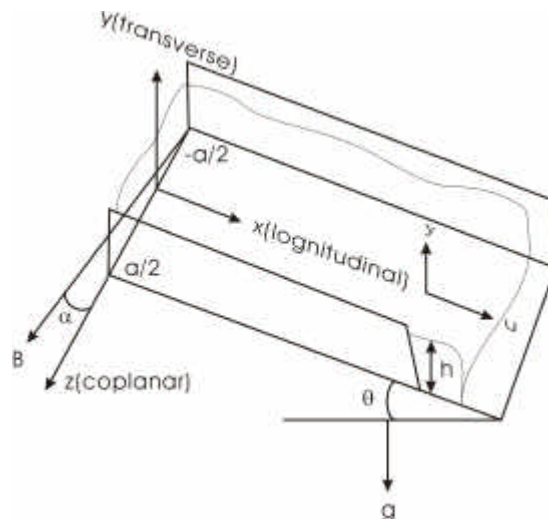


그림 1. 준평면 전도성 액막 유동의 기하학적 모형

액막의 두께가 유로 전체에서 균일하다는 가정 하에서 속도를 $\mathbf{v}=(u,0,0)$, 인가자장을 $\mathbf{B}^a=B_a(0, \sin \alpha, \cos \alpha)$, 유도 자장을 $\mathbf{B}^i=(b,0,0)$ 로 가정을 추가하고 난류 해석을 위하여 난류 확산계수를 고려하면 위 식 (1), (8)을 다음과 같이 간략화할 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial y}\left[(\nu+\nu_t)\frac{\partial u}{\partial y}\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[(\nu+\nu_t)\frac{\partial u}{\partial z}\right]+\frac{1}{\rho\mu_m}(\mathbf{B}^a\cdot\nabla_{\perp})B_x^i=-g\sin\theta \quad (9)$$

$$\nabla_{\perp}^2 B_x^i+\mu_m\sigma(\mathbf{B}^a\cdot\nabla_{\perp})u=0 \quad (10)$$

위 식에서 $\nabla_{\perp}=(0,\partial/\partial y,\partial/\partial z)$ 은 유동에 수직한 방향의 성분들에 대한 연산자이다. 또한, 개방유로에서의 자유경계표면으로 인하여 유동 조건에 따라 액막의 두께가 변하는데 이는 유로 전체에서 균일한 액막두께를 가정하였기에 유량율을 이용하여 다음 식과 같이 유로에서 속도를 적분함으로써 액막두께를 계산할 수 있다.

$$\int_{-a/2}^{a/2}\int_0^{h_n}u\,dydz=Q \quad (11)$$

위 식에서 Q는 유량율을 의미한다.

식 (9)에서 난류확산계수(ν_t)는 난류운동에너지(k)와 소산율(ϵ)으로부터 계산될 수 있으며, k와 ϵ 은 운동량 보존 방정식에 velocity fluctuation을 이용한 Reynolds 평균으로 구하여진 k와 ϵ 방정식을 이용하는 k- ϵ 모델로부터 계산될 수 있다.

그리고, 경계조건은 속도의 경우는 유로 벽면에서 비활조건(no-slip condition)과 자유표면에서의 비응력조건(no shear stress condition), 유도자장의 경우는 유로 벽면에서는 얇은 벽 조건(thin wall approximation)과 자유 표면에서는 절연 조건을 사용하면 다음과 같이 표현된다.

$$u|_{y=0}=0, \quad u|_{z=\pm\frac{a}{2}}=0 \quad (\text{no-slip condition}) \quad (12), (13)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}|_{y=h_n}=0 \quad (\text{no-shear stress condition}) \quad (14)$$

$$\left(\frac{\sigma_s\alpha_s}{\sigma_f}\right)\frac{\partial B_x^i}{\partial z}\pm B_x^i\Big|_{z=\pm a/2}=0 \quad (15)$$

$$\left(\frac{\sigma_b\alpha_b}{\sigma_f}\right)\frac{\partial B_x^i}{\partial y}-B_x^i\Big|_{y=0}=0 \quad (16)$$

$$B_x^i|_{y=h_n}=0 \quad (17)$$

위 식들에서 아래첨자 b와 s는 각각 유로의 바닥면과 옆면을 나타내면 a는 벽면의 두께를 의미한다.

식 (1), (8), (9)와 경계조건 (12)-(17)을 y, z는 각각 h와 a/2, 속도 u는 $u_*=(a/2)^2g\sin\theta/\nu$, 유도 자장 b는 $b_*=u_*\mu_m(\sigma\nu\rho)^{1/2}$, 유량율 Q는 $2(a/2)^2u_*$ 로 무차원화하면 다음과 같은 무차원화 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial y^*}\left[\left(1+\frac{\nu_t}{\nu}\right)\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right]+\beta^2\frac{\partial}{\partial z^*}\left[\left(1+\frac{\nu_t}{\nu}\right)\frac{\partial u^*}{\partial z^*}\right]+Ha\beta\left(\sin\alpha\frac{\partial b^*}{\partial y^*}+\beta\cos\alpha\frac{\partial b^*}{\partial z^*}\right)=-\beta^2 \quad (18)$$

$$\frac{\partial^2 b^*}{\partial y^{*2}}+\beta^2\frac{\partial^2 b^*}{\partial z^{*2}}+Ha\beta\left(\sin\alpha\frac{\partial u^*}{\partial y^*}+\beta\cos\alpha\frac{\partial u^*}{\partial z^*}\right)=0 \quad (19)$$

$$\frac{\beta}{2}\int_{-1}^1\int_0^1u^*dy^*dz^*=\beta u_{ave}^*=Q^* \quad (20)$$

$$u^*|_{y^*=0}=0, \quad u^*|_{z^*=\pm 1}=0 \quad (21), (22)$$

$$\frac{\partial u^*}{\partial y^*} \Big|_{y^*=h_n} = 0 \quad (23)$$

$$0 = \Phi_s \frac{\partial b^*}{\partial z^*} \pm b^* \Big|_{z^*=\pm 1} \quad (24)$$

$$0 = \Phi_b \frac{\partial b^*}{\partial y^*} - b^* \Big|_{y^*=0} \quad (25)$$

$$0 = b^* \Big|_{y=1} \quad (26)$$

위 식에서 $\beta = h/(a/2)$ 는 표준 액막 높이(normalized film height), $\Phi_{s,b} = (a_{s,b}\sigma_{s,b})/(a/2)\sigma$ 는 벽 전도비(wall conductance ratio), $Ha = B^a(a/2)(\sigma/\rho\nu)^{1/2}$ 는 Hartmann수이다.

3. k- ϵ 모델

고 Reynolds 수 k- ϵ 모델은 점성도에 의한 영향이 매우 큰 고체 벽면 부근에서의 평균 유동과 난류점성계수를 정확히 예측하기가 어렵기 때문에 보다 정확한 예측을 위하여 저 Reynolds 수 모델을 사용하였다. MHD flow에서의 벽면 근처에서의 난류량들의 분포에 관한 실험 데이터는 측정의 어려움으로 인하여 거의 없으나, 몇몇 DNS나 LES 계산 결과들을 보면 평균 유동에 대한 자장의 영향이 클지라도 벽면 근처의 난류의 구조는 큰 변화가 없다는 사실을 알려주며, 이는 저 Reynolds 수 모델 사용 가능성의 근거를 제시한다. 여러 가지 저 Reynolds 수 모델 중 Chien^[13]에 의해 제안된 방법이 점성 영역에서의 turbulence asymptotic 해석과 잘 일치하며 다른 모델들보다 경계 영역 유동에 대한 벽면에서의 peak 난류운동에너지에 대한 보다 정확한 예측값을 구할 수 있으므로 본 연구에서는 Chien의 저 Reynolds k- ϵ model을 사용하기로 하였다.

Chien의 저 Reynolds수 k- ϵ 모델에 정상상태를 가정하고 인가자장에 의한 MHD interaction에 의한 항을 첨가하여 그림 1에서의 유동방향에 수직인 yz면에 대하여 y, z 성분의 2차원 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$0 = \frac{\partial}{\partial y} \left[(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}) \frac{\partial k}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}) \frac{\partial k}{\partial z} \right] + \nu_t \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right] - \epsilon - \frac{2\nu k}{y^2} - \frac{2\nu k}{(a/2 - |z|)^2} - S_k^M \quad (27)$$

$$0 = \frac{\partial}{\partial y} \left[(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon}) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon}) \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right] + C_1 \frac{\epsilon}{k} \nu_t \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right] - \frac{\epsilon}{k} \left[C_2 f \epsilon + \frac{2\nu k e^{-C_4 u_{f,y}/\nu}}{y^2} + \frac{2\nu k e^{-C_4 u_{f,z}(a/2-z)/\nu}}{(a/2 - |z|)^2} \right] - S_\epsilon^M \quad (28)$$

$$\nu_t = C_\nu f_\nu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (29)$$

where

$$f_\nu = [1 - e^{-C_3 u_{f,y}/\nu}] \times [1 - e^{-C_3 u_{f,z}(a/2-|z|)/\nu}] \quad (30)$$

$$f = 1 - \frac{0.4}{1.8} e^{-(k^2/6\nu\epsilon)^2} \quad (31)$$

$$\sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\epsilon = 1.3, \quad C_\nu = 0.09, \quad C_1 = 1.35, \quad C_2 = 1.80, \quad C_3 = 0.0115, \quad C_4 = 0.5$$

이 때의 k와 ϵ 에 대한 경계조건은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$k = \epsilon = 0 \Big|_{y=0 \text{ or } z = \pm a/2} \quad (32)$$

$$\frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = 0 \Big|_{y=h} \quad (33)$$

MHD interaction에 의한 영향을 나타내는 S_k^M 과 S_ε^M 항은 k- ε 방정식에 첨가된 fluctuating velocity에 의한 Lorentz force($\mathbf{j}' \times \mathbf{B} = \sigma(-\nabla \phi' + \mathbf{v}' \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}$)에 의한 전자기적 영향을 나타내는 항으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$SM_k^M = D_j^k + D_{II}^k = \frac{\sigma}{\rho} (2B^2 k - B_i B_k \langle v_i' v_k' \rangle) + \frac{\sigma}{\rho} \varepsilon_{ijk} B_k \left\langle \frac{\partial \phi'}{\partial x_j} v_i' \right\rangle \quad (34)$$

$$\begin{aligned} SM_\varepsilon^M &= D_j^\varepsilon + D_{II}^\varepsilon \\ &= -\frac{2\nu\sigma}{\rho} \left(B_k \frac{\partial B_i}{\partial x_j} \left\langle v_k' \frac{\partial v_i'}{\partial x_j} \right\rangle + B_i B_k \left\langle \frac{\partial v_i'}{\partial x_j} \frac{\partial v_k'}{\partial x_j} \right\rangle + B_i \frac{\partial B_k}{\partial x_j} \left\langle v_k' \frac{\partial v_i'}{\partial x_j} \right\rangle \right. \\ &\quad \left. - B^2 k \left\langle \frac{\partial v_i'}{\partial x_j} \right\rangle^2 - 2B_k \frac{\partial B_k}{\partial x_j} \left\langle v_i' \frac{\partial v_i'}{\partial x_j} \right\rangle \right) \\ &\quad + \frac{2\nu\sigma}{\rho} \varepsilon_{ijk} \left(\frac{\partial B_k}{\partial x_l} \left\langle \frac{\partial v_i'}{\partial x_l} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right\rangle + B_k \left\langle \frac{\partial v_i'}{\partial x_l} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_l \partial x_j} \right\rangle \right) \end{aligned} \quad (35)$$

ε_{ijk} 는 Levi-Civita symbol로 (i, j, k)가 cyclic이면 +1, anticyclic이면 -1, 그 이외는 0이 되는 값이다. 이 두 항의 결정이 난류 MHD 모델의 필수 사항이다. 위 식들에서 D_I 은 velocity pulsation에 의한 것이며 D_{II} 은 electric field fluctuation에 의한 효과가 첨가된 것으로 D_I 은 항상 양의 값이며 D_{II} 는 항상 음의 값이나 전체값은 항상 양의 값을 가진다.

S_k^M 과 S_ε^M 항은 초기의 연구에서는 $C_1^M(\sigma/\rho)B^2k$, $C_2^M(\sigma/\rho)B^2\varepsilon$ 형태를 사용하였으나 이는 유도전류에 의한 영향을 고려하지 않은 것으로 최근 이를 보완하여 난류운동에너지 분포의 anisotropy를 반영하여 Ji & Gardner와 Kenjeres & Hanjalic은 각각 표 1과 같은 형태를 사용하였다. Ji는 자장에 의한 난류유동의 감쇠 효과를 characteristic magnetic braking time ($t_m = \rho/\sigma B^2$)과 characteristic turbulent eddy turn-over time($t_t = k/\varepsilon$)의 비를 이용하여 interaction parameter(N)로 표현하였는데 이는 interaction parameter가 flow 전반에서 상수 값이므로 비교적 단순한 geometry나 homogeneous magnetic field의 경우로 제한된다. 이러한 문제를 해결하기 위한 것이 Kenjeres & Hanjalic model로 계산되는 k와 ε 를 첨가하여 표현하였으며 지수부분의 상수값 $C_1^M=0.025$ 로 정한 결과 DNS 결과와 잘 일치함을 보였다. 따라서, 본 연구에서는 Kenjeres & Hanjalic model을 사용하였다.

Kenjeres와 Hanjalic model을 적용한 k- ε 방정식을 $y^* = y/h$, $z^* = z/(a/2)$, $u^* = u/u_{fr,y}$, $k^* = k/u_{fr,y}^2$, $\varepsilon^* = \varepsilon/(u_{fr,y}^3/h)$, $\nu_t^* = \nu_t/\nu$ 로 무차원화하면 식 (27)-(31)은 다음과 같이 표현될 수 있다.

표. Ji & Gardner model(1997) 과 Kenjeres & Hanjalic model(2000)에서의 MHD interaction에 의한 첨가항

Model		
JG	$-\frac{\sigma}{\rho} B^2 k C_1^M \exp(-C_2^M N)$	$-\frac{\sigma}{\rho} B^2 \varepsilon C_1^M \exp(-C_2^M N)$
KH	$-\frac{\sigma}{\rho} B^2 k \exp(-C_1^M \frac{\sigma}{\rho} B^2 \frac{k}{\varepsilon})$	

$$0 = \frac{\partial}{\partial y^*} \left[\left(1 + \frac{\nu_t^*}{\sigma_k}\right) \frac{\partial k^*}{\partial y^*} \right] + \beta^2 \frac{\partial}{\partial z^*} \left[\left(1 + \frac{\nu_t^*}{\sigma_k}\right) \frac{\partial k^*}{\partial z^*} \right] + \nu_t^* \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 + \beta^2 \left(\frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right)^2 \right] - Re^* \varepsilon^* - \frac{2k^*}{y^{*2}} - \beta^2 \frac{2k^*}{(1-|z^*|)^2} - Ha^2 \beta^2 k^* e^{-C_1^* N^* \frac{k^*}{\varepsilon^*}} \quad (36)$$

$$0 = \frac{\partial}{\partial y^*} \left[\left(1 + \frac{\nu_t^*}{\sigma_\varepsilon}\right) \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial y^*} \right] + \beta^2 \frac{\partial}{\partial z^*} \left[\left(1 + \frac{\nu_t^*}{\sigma_\varepsilon}\right) \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial z^*} \right] + C_1 \frac{\varepsilon^*}{k^*} \nu_t^* \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)^2 + \beta^2 \left(\frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right)^2 \right] - \frac{\varepsilon^*}{k^*} \left[C_2 f^* Re^* \varepsilon^* + \frac{2k^* e^{-C_4 Re_y^*}}{y^{*2}} + \frac{2k^* e^{-C_4 Re_z^*(1-|z^*|)}}{(1-|z^*|)^2} \right] - Ha^2 \beta^2 \varepsilon^* e^{-C_1^* N^* \frac{k^*}{\varepsilon^*}} \quad (37)$$

$$\nu_t^* = C_\nu f^* Re^* \frac{k^{*2}}{\varepsilon^*} \quad (38)$$

$$f_v^* = [1 - e^{-C_3 Re_y^*}] \times [1 - e^{-C_3 Re_z^*(1-|z^*|)}] \quad (39)$$

$$f^* = 1 - \frac{0.4}{1.8} e^{-(Re^* k^{*2}/(6\varepsilon^*))^2} \quad (40)$$

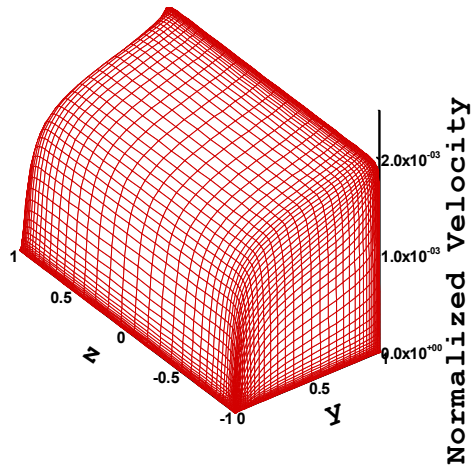
위 식에서 $Ha = B(a/2)\sqrt{\sigma/(\rho\nu)}$ 는 Hartmann 수, $Re_y^* = u_{fr,y}h/\nu$, $Re_z^* = u_{fr,z}(a/2)/\nu$ 는 y , z 에 대한 마찰 Reynolds 수, $N^* = \sigma B^2(a/2)/(\rho u_{fr,y})$ 는 벽마찰속도(wall friction velocity)에 의한 interaction number이다.

4. 계산 결과

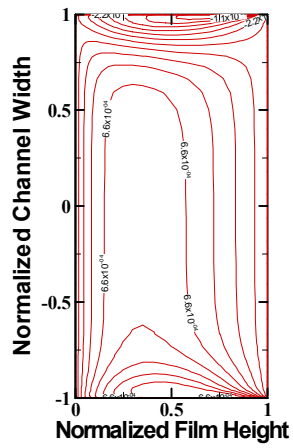
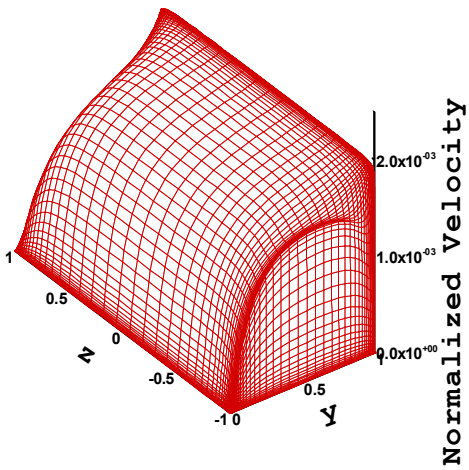
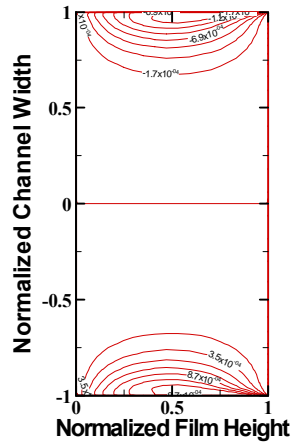
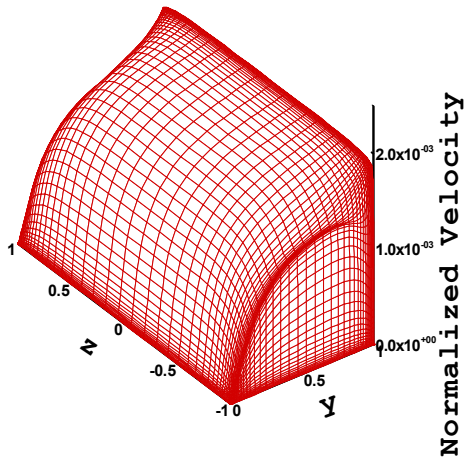
그림 1에서 유동 방향인 x 방향에 대한 속도의 변화가 없다는 가정을 사용하여 유동 방향에 수직인 단면인 yz 평면에서 속도 분포를 수치적으로 계산하였다. 각 방정식들의 차분화에서는 유한체적법을 이용하였으며 벽면 근처에서 난류 특성의 변화가 심하고 MHD 유동에서 점성 효과가 큰 Hartmann 영역이나 평형 영역에서 속도의 변화가 급격하므로 벽면들과 자유 표면에서 매우 작은 격자간격을 사용하는 격자를 사용하였다. 격자점의 수는 y , z 방향에 대해 각각 100×100 이다.

일반적으로 전도성 유체의 유동에서 인가자장의 MHD 효과는 난류의 억제로 나타나며, 이러한 난류 억제 현상은 Ha 값이 클수록 크게 나타난다. MHD 효과는 벽면의 전도성 여부와 인가자장의 경사각도에도 영향을 받는다. 그림 2는 Normalized 유량을 $Q = 10^{-4}$, $Ha = 1000$ 에서 전도성 및 절연성 벽면에 대하여 인가자장 경사각도가 0.와 5.인 경우에 대한 속도 분포와 유도자장의 분포를 나타낸 것이다. 각 경우에 자장이 인가되지 않은 경우와 비교하면 자장이 인가된 경우 벽면 근처에서 MHD 효과에 의한 속도 감소와 난류 억제 현상을 보이고 있다. 또한, 절연성 벽면의 경우 유체내에서만 유도전류가 전기회로를 구성하게 되어 유도전류가 벽면을 통해 회로를 구성하는 전도성 벽면의 경우보다 작은 MHD 특성을 보이며, 바닥면에 경사진 인가자장의 경우 그림에서 나타나듯 비대칭 유도 자장 분포로 인하여 MHD 효과가 양쪽 옆면에서 달리 나타나 비대칭 속도 분포를 보이고 있다. 이러한 현상은 Ha 값이 커질수록 더욱더 명확하게 나타난다.

그림 3은 Q 값이 10^{-4} 인 경우에 대하여 $Ha=100$ 인 경우에 대하여 유로폭의 중앙($z=0$)과 액막두께의 중앙($y = 0.5$)에서의 난류 운동에너지, 난류점성계수, 속도분포를 나타내고 있다. $Ha=100$ 인 경우에는 난류운동에너지나 난류점성계수의 최고치 지점은 $Ha=0$ 인 경우와 거의 같은 지점에서 위치하는 것으로 보아 일반적으로 벽면 근처에서부터 시작되는 자장에 의한 난류 억제 효과가 크지는 않지만 유로의 중심 영역에서 $Ha=0$ 보다는 작은 난류 운동에너지와 난류점성계수로 인하여 다소 작은 난류 속도 분포를 보이고 있으며, 벽면의 상태나 인가자장의 경사각도와 같은 유동 조건의 변화는 난류 유동에 큰 영향을 주지는 않는 것으로 나

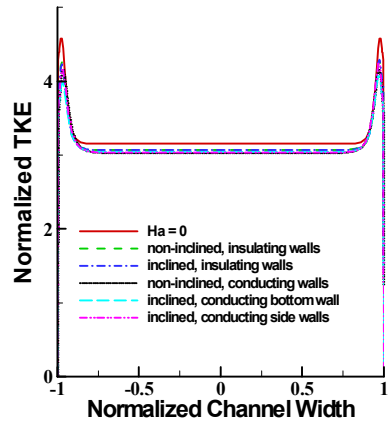
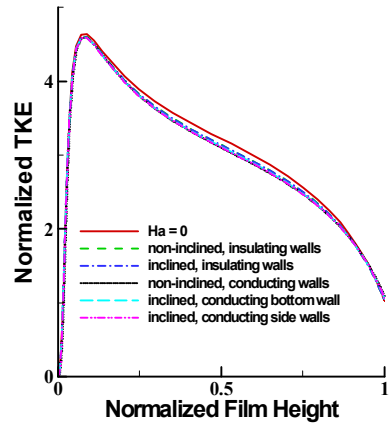


(a)

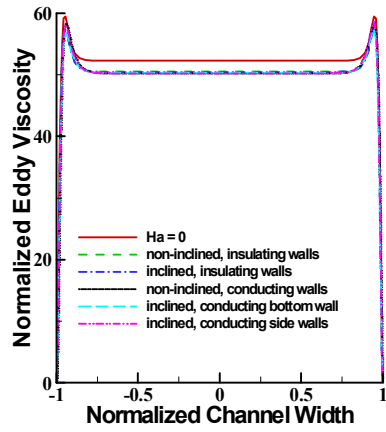
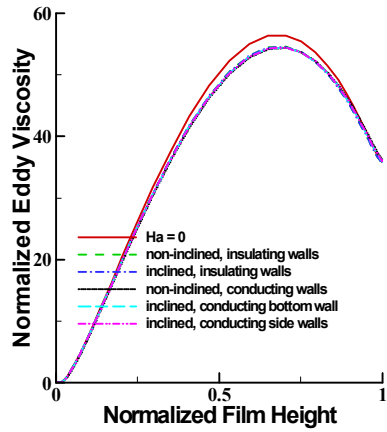


(c)

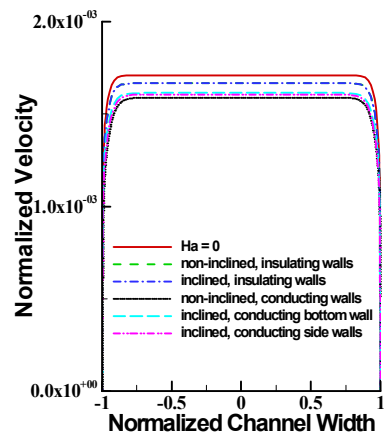
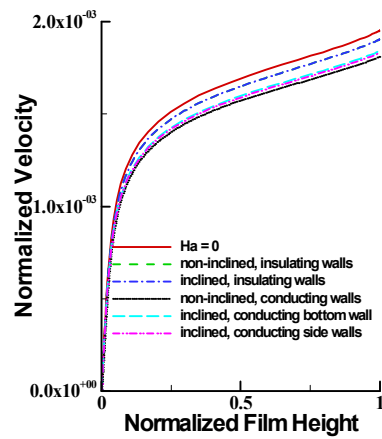
그림 2 $Q=10^{-4}$, $Ha=1000$ 인 경우의 속도분포 및 유도자장분포
 ((a) $Ha=0$, (b) $a=0$, $\Phi_{s,b}=0$, (c) $a \neq 0$, $\Phi_{s,b}=0$)



(a)



(b)



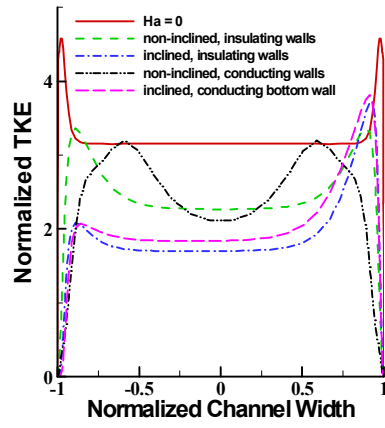
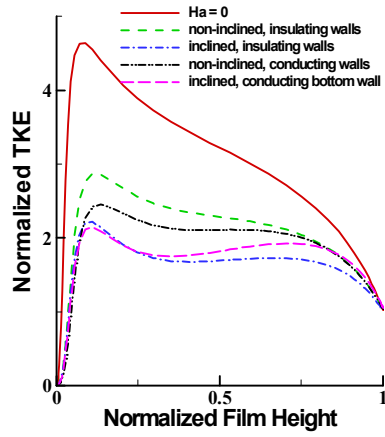
(c)

그림 3 $Q = 10^{-4}$, $Ha = 100$ 인 경우의 $z=0$ 과 $y=0.5$ 에서의 난류 특성
 ((a) 난류운동에너지, (b) 난류점성계수, (c) 속도)

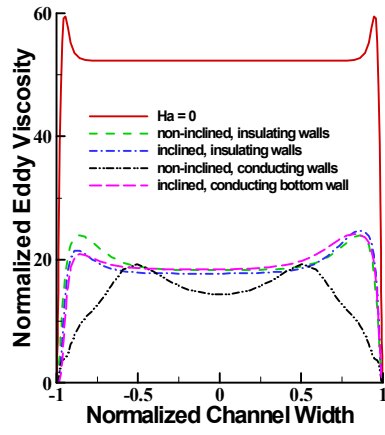
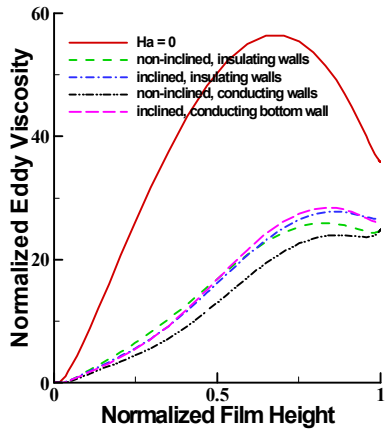
크게 나타나는데 이는 개방 유로의 경우 항상 자유표면에서 절연성 경계조건을 사용하므로 바닥면의 전도성보다 옆면들의 전도성이 유동의 MHD 영향을 보이기 때문이다. 또한, 인가 자장이 경사각을 가진 경우에는 유체에서 양 옆면 부근에서 다른 인가자장을 경험하게 되어 MHD 영향을 크게 받는 $z=-1$ 에서 최고치가 매우 작아지는 것을 보이는데 $Ha=0$ 인 경우의 최고치에 대한 감소 비율은 전도성 바닥면 경우의 최고치 감소 비율과 유사한 정도를 보인다. 난류점성계수에서도 같은 이유로 유사한 특성을 보이며, 이러한 난류운동에너지와 난류 점성계수 특성으로 인하여 속도분포에서 $Ha=0$ 인 경우보다 $Ha=1000$ 인 경우 MHD 난류 억제에 의해 난류 영역이 줄어들게 되며 전도성 벽면의 경우 더욱더 난류 억제를 보인다. 또한, 경사진 인가자장의 경우 난류운동에너지와 난류점성계수에서와 마찬가지로 z 방향에 대하여 옆면에서의 값이 다른 비대칭적인 속도 분포가 확인되었다.

5. 결론

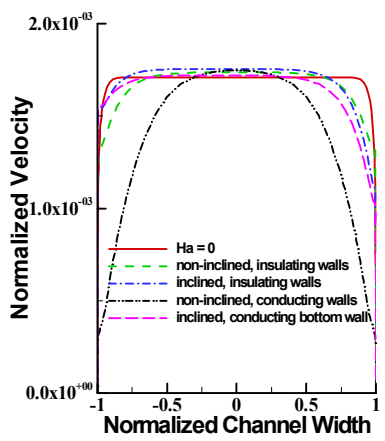
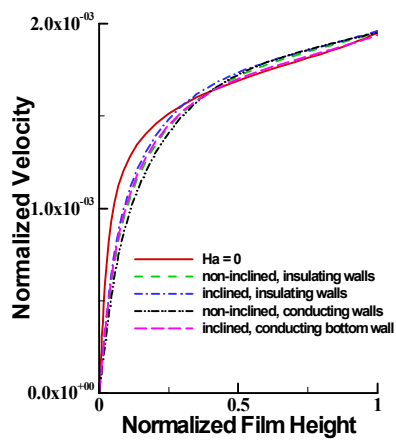
전도성 유체에서의 인가자장에 의한 난류 억제 효과를 알아보기 위하여 저 Reynolds $k-\epsilon$ 모델을 이용한 수치적인 해석을 시도하였다. 일정한 무차원화 유량율($Q=10^{-4}$)에서 $Ha=100$ 인 경우와 $Ha=1000$ 인 경우의 계산 결과를 비교한 결과, $Ha=1000$ 인 경우가 각각의 유동 조건에 대하여 $Ha=100$ 인 경우와 $Ha=0$ 인 경우보다 난류 운동에너지와 난류확산계수에서의 큰 감소를 나타내었으며, 이는 결과적으로 유속의 감소로도 표현되었다. 이러한 현상은 인가자장의 증가에 의한 난류 억제 효과의 결과로, 유도전류에 의한 Joule 손실과 Lorentz force에 의한 속도 감소 때문에 일어나는 현상이다. 일정한 Ha 값에 대한 난류 특성 해석에서는 벽면의 전도성 여부가 유동에 큰 영향을 주며, 벽면의 전도성이 클수록 전도성 유체 내에서 유도전류 침투 영역이 증가되어 대칭면이 항상 절연성 자유표면인 바닥면보다 옆면의 전도성 여부가 더 큰 MHD 영향을 주는 것으로 나타났으며, 그 결과 난류운동에너지와 난류점성계수의 최고치 위치가 옆 벽면의 전도성 정도에 따라 옆면으로부터 멀어져 난류영역이 감소하는 것으로 확인되었다. 그리고, 인가자장이 바닥면과 기울어진 경우는 유체내에서의 유도전류의 비대칭 특성으로 인하여 유로폭 방향에 대하여 비대칭 형태의 난류운동에너지와 난류점성계수를 나타내는 등 양 옆면 부근에서 다른 난류 특성을 보였으며, 또한 속도 분포 결과에서도 이러한 비대칭 현상이 나타났다. 이러한 경사진 인가자장에 의한 유동의 비대칭성은 Ha 값이 증가함에 따라 더 명확히 구분되었다.



(a)



(b)



(c)

그림 4 $Q = 10^{-4}$, $Ha = 1000$ 인 경우의 $z=0$ 과 $y=0.5$ 에서의 난류 특성
 ((a) 난류운동에너지, (b) 난류점성계수, (c) 속도)

참고문헌

- [1] H.K. Moffatt, On the suppression of turbulence by a uniform magnetic field, J. Fluid Mech., vol. 28, part 3, 571 (1967)
- [2] N. Kasagi, et al., DNS database of turbulence and heat transfer.(http://www.thtlab.t.u-tokyo.ac.jp/DNS/dns_database.html)
- [3] P. Orland I, Drag reduction in turbulent MHD pipe flows, Proceedings of the 1996 Summer Program, Center for Turbulence Research, Stanford, USA, 447 (1996)
- [4] Y. Shimomura, Large eddy simulation of magnetohydrodynamic turbulent channel flows under a uniform magnetic field, Phys. Fluids A, vol 3, nu 12, 3098 (1991)
- [5] S. Cuevas, et al., Liquid metal MHD flow in rectangular ducts with thin conducting or insulating walls; laminar and turbulent solutions, Int. J. Eng. Sci. vol 35 485 (1997)
- [6] A. Inoue, et al., Characteristics of flow and heat transfer in air-Mercury two-phase stratified flow under a vertical magnetic field, Exp. Therm. Fluid Sci. vol 8, 46 (1994)
- [7] M. Takahashi, et al, Numerical analysis for laminar and turbulent liquid-metal flow in a transverse magnetic field, Fus. Eng. Des. vol. 8 249 (1989)
- [8] H.C. Ji and R.A. Gardner, Numerical analysis of turbulent pipe flow in a transverse magnetic field, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 40, no 8, 1839 (1997)
- [9] S. Smolentsev, et al., Development and adjustment of "k- ϵ " turbulence model for MHD channel flows with large aspect ratio in a transverse magnetic field, The 4th Int. Conf. MHD at dawn of 3rd Millennium, Sep. 18-22, 2000, Gience, France
- [10] S. Kenjeres and Hanjalic, On the implementation of effects of Lorentz forces in turbulence closure models, Int. J. Heat Fluid Flow, vol 21, 329 (2000)
- [11] S. Smolentsev, et al., Application of the "k- ϵ " model to open channel flows in a magnetic field, To be published in Int. J. Eng. Sci.,
- [12] N.B. Morley, *Numerical and experimental modeling of liquid metal, thin film flow in a quasi-coplanar magnetic field*, PhD Thesis, UCLA (1994)
- [13] K.Y. Chien, Prediction of channel and boundary-layer flows with a low-Reynolds-number turbulence model, AIAA J., vol. 20, no 1, 33 (1982)