2002 춘계학술발표회 논문집
한국원자력학회

이군 수송방정식(IAT)을 이용한 계면면적밀도 예측방법론 개발

Development of Prediction Method for Interfacial Area Concentration by Using Two-Group Transport Equations

어동진, 윤병조, 송철화, 정문기
한국원자력연구소
대전광역시 유성구 덕진동 150

이은철
서울대학교
서울특별시 관악구 신림9동 산56-1

요 약

계면 면적 밀도는 Two-fluid 모델의 계면을 통한 상호 전달항에 관련된 구성 관계식에서 매우 중요하게 다루어지는 인자이다. 최근에 기존의 상관식에 의한 계면면적밀도 예측방법의 한계를 극복하기 위해 수송방정식을 이용한 연구가 활발히 이루어지고 있다. 본 연구에서는 기존에 연구되어온 많은 구성관계식들을 활용하여 일차원 이군 계면면적밀도 수송이론을 제안하였다. 본 연구에서 제안한 IAC 예측 모델은 크기가 작은 기포들만 존재하는 일군 유동조건에 대해서는 실험결과와 비교적 잘 일치하는 결과를 보였고, 큰 기포들과 작은 기포들이 공존하는 이군 유동조건에서는 IAC의 실험결과와 비교하여 다소의 오차는 있으나 그 추이를 비교적 잘 예측하고 있다.

Abstract

Interfacial area concentration is one of important parameters in the constitutive relations relating to the interfacial transfer terms in the two-fluid model. Recently, studies of the mechanistic modeling for the interfacial area concentration (IAC) are being performed using multi-group transport equations by some investigators. In this study, one-dimensional model by using two-group interfacial area transport equations has been developed based on the previous works. For the one-group flow conditions where only small bubbles exist in the flow, the interfacial area transport equation predicts the experimental data well. For the two-group flow conditions where the cap/slug bubbles flow with many small bubbles, the two-group interfacial area transport equations could predict the trends of IAC and Sauter mean diameter although somewhat deviations with the experiment remain.

1. 서 론

계면 면적 밀도는 이상 유동을 해석하기 위한 모델들 중 Two-fluid 모델의 계면을 통한 상호 전달항에 관련된 구성 관계식을 위해 필요한 인자이다. 계면을 통한 질량, 운동량, 에너지 전달은 단위 체적당 계면 면적으로 정의되는 계면 면적 밀도와 구동력에 비례하는 형태로 표현되기 때문에 적절한 계면면적밀도

모델링은 Two-Fluid 모델의 정확성을 위하여 매우 중요하다. 현재까지 개발되어 활용되고 있는 계면 면적 밀도에 대한 모델들은 실험에 의한 예측 모델 혹은 유동 형태를 가정한 상관식의 형태를 가지며 유동 영역에 의존하여 개발되었다. 따라서 유동의 천이상태에서 상관식에 의한 값들은 불연속점을 가지게 되며 이러한 점은 이상유동 해석모델상에서 Bifurcation 문제를 야기시킬 수 있다. 또한 계면면적밀도 상관식은 정상 상태 및 공간적으로 완전 발전된(Fully Developed) 유동의 상태에서 측정된 데이터에 의해 개발되거나 그러한 유동상태를 가정하여 공학적으로 개발된 관계식이기 때문에 유동의 형태가 발전하고 있는 상태나 과도 상태에 대해서는 본질적으로 부정확성을 가질 수밖에 없으며 또한 입구 효과와 같은 Systematic한 고려가 이루어지지 않았다. 이러한 문제점 극복을 위해 최근에 수송 방정식을 이용하여 보다 이론적으로 계면 면적 밀도를 예측하기 위한 시도가 행해지고 있다. 수송방정식에 의한 IAC예측방법론은 입자들의 Breakup, Coalescence 및 압력변화에 따른 입자들의 팽창, 수축등의 동적인 현상 및 비등, 응축과 관련한 열적 현상들을 모델링상에 반영하여 시간적, 공간적인 IAC 변화를 분석할 수 있는 특성을 가지고 있다. 또한 이러한 접근 방식은 Flow Regime Map에의 의존성이 적기 때문에 다양한 유동장에 대해서 일관성있는 방법론을 이용하여 IAC를 해석할 수 있는 장점을 가진다. 또한 역으로 입자들의 동적특성 연구로부터 Flow Regime의 Transition을 예측할 수 있는 가능성도 가진다.

수송방정식을 이용한 접근 방식은 크게 일군모델과 다군모델로 구분할 수 있다. 일군 모델은 유동장속에서 존재하는 기포들을 평균개념을 도입하여 단일한 방정식을 이용하여 해석하는 방법론이다. 이러한 일군모델은 입자의 크기 및 모양이 비교적 균일한 기포유동에서 효과적인 모의를 할 수 있다. 한편, 형태 및 크기가 다른 입자들이 섞여 흐르는 일반적인 유동장에서는 각 입자들 간의 상호작용 메커니즘이 기포유동에서보다는 매우 복잡하고 다양할 것으로 예상할 수 있기 때문에 입자들을 크기에 따라 구분한 군 속에서 독립적인 수송방정식을 적용하는 것이 바람직하다. 다군 모델은 단일 수송방정식으로 해석하는 방법에 비해 많은 구성관계식을 필요로 한다. 즉, 각 군속의 입자들이 상호적인 Breakup 및 Coalescence에 의해 동일한 군의 상태를 유지하는 경우에 대한 해석모델, 입자들의 상호작용에 의해 타 군으로 천이하는 현상을 위한 모델, 각 군에서 유동장의 압력변화에 의한 계면면적밀도 변화모델들이 그것이다. 이러한 모델들의 적절성은 다군모델의 장점을 살리는데에 있어서 매우 중요하다. 다군모델을 위해 고려하고 있는 입자들의 상호작용 형태는 Hibiki와 Ishii(2000)가 잘 구분하였으며 그림 1에 표현되어 있다. 본 연구에서는 최근에 Hibiki와 Ishii(2000)가 개발한 이군 계면면적 수송방정식을 근간으로 수정형 모델을 제시하였다.

2. 이군 계면면적 수송 방정식 (IAT)

계면면적밀도와 기포율에 대한 수송방정식은 유체입자의 수밀도 분포함수에 대한 수송방정식으로부터 유도할 수 있다. 수밀도 분포함수, $f(x,V,t)$ 를 특정시간, t와 위치 x를 중심으로 공간적인 범위, dx내에서 V와 V+dV사이의 입자 체적을 가지는 입자들의 개수로서 연속한 함수라고 정의하고, 제어체적을 설정하여 입, 출구 및 내부생성과 관련한 평형관계를 고려하면 아래와 같은 수송방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial f(\vec{x},V,t)}{\partial t}+\nabla\cdot\left(f(\vec{x},V,t)\mathrm{v_p}\right)=\sum_j s_j(\vec{x},V,t)+s_{ph}(\vec{x},V,t) \tag{1}$$

여기서 $\mathrm{v_p}(\vec{x},V,t)$ 는 체적이 V와 V+dV사이값을 가지는 입자들의 국부적 시간평균 입자속도이다. 수송방정식 우변에는 입자들의 수밀도의 생성 및 소멸과 관련한 다양한 현상들을 설명하는 항들을 포함하고 있다. $s_j(\vec{x},V,t)$ 는 단열조건에서 입자들이 유동장속에서 Breakup과 Coalescence과정을 통해 입자의 수밀도가 변하는 과정을 설명한다. 이 항은 유체 입자의 생성 및 소멸현상과 관련하며, s_1과 s_2는 혼합물의 단위체적당 체적 V를 가지는 입자들이 Breakup을 통해 생성되고 손실되는 율을 각각 의미한다. 이와 유사하게 s_3와 s_4는 혼합물의 단위체적당 체적 V를 가지는 입자들이 Coalescence를 통해 생성되고 손실되는 율을 각각 의미한다. 이러한 항들은 Kocamustafaogullari et al(1995)에 의해 잘 기술되어 있다. $s_{ph}(x,V,t)$ 는 상변화에 의하여 V와 V+dV사이의 체적을 가지는 입자 개수의 변화율을 의미한다. 오직 유체 입자의 수축 및 팽창에 의해서만 입자 수밀도의 변화가 야기되는 경우 $s_{ph}(\vec{x},V,t)=-\partial/\partial t(fdV/dt)$ 로 표현할 수 있다. 미포화 비등유동에서 균질 핵비등 혹은 응축의 경우 s_{ph} 는 특정 입자체적을 가지는 유체 입자들의 수밀도 변화를 포함한다. 벽면에서 핵비등에 따른 입자 수밀도 변화는 경계조건으로 반영한다. 이와 관련한 상세한 모델링은 Kocamustafaogullari et al(1983)등에 의해 이루어졌다.

이군 계면면적밀도 수송방정식은 각 군에 대해 독립적인 수송방정식을 구축하는데, 여기에는 각군의 기포율에 대한 모델링이 부가적으로 필요하다. 따라서 이군 계면면적밀도 수송방정식을 풀기 위해서는 독립적인 이군 기포율 수송방정식을 아울러 구축하여 총 4개의 수송방정식을 계산에 적용한다. 본 연구에서는 기포들을 두개의 군으로 구분하여 1군을 구형/변형기포군으로 2군을 Cap/슬러그 기포군으로 정의하여 각 군에 대해 독립적인 수송방정식을 구현할 수 있다. 기포율 수송방정식은 각 군에 대한 질량보존관계식으로부터 유도가능하다.

$$\frac{\partial\alpha_1}{\partial t}+\nabla\cdot(\alpha_1\mathrm{v}_{g1})=\frac{1}{\psi_1}\left(\frac{\alpha_1}{a_{i1}}\right)^3\left(S'_{12B}+S_{12C}\right)-\frac{\alpha_1}{P}\left(\frac{\partial P}{\partial t}+\mathrm{v}_{g1}\nabla P\right) \tag{2}$$

$$\frac{\partial\alpha_1}{\partial t}+\nabla\cdot(\alpha_1\mathrm{v}_{g1})=-\frac{1}{\psi_1}\left(\frac{\alpha_1}{a_{i1}}\right)^3\left(S'_{12B}+S_{12C}\right)-\frac{\alpha_1}{P}\left(\frac{\partial P}{\partial t}+\mathrm{v}_{g1}\nabla P\right) \tag{3}$$

식 (2), (3)에서 각 기포들의 반응과 관련된 항의 아래첨자는 Breakup과 Coalescence의 첫자를 따서 명기를 하였다.

계면면적밀도에 대한 수송방정식은 수밀도함수 수송방정식을 전 기포크기에 대해 적분하여 얻는 수밀도수송방정식과 관계식(4)를 이용하여 다음과 같이 유도가능하다.

$$n_k=\frac{\alpha_k}{V_{b,k}}=\psi_k\left(\frac{a_{i,k}^3}{\alpha_k^2}\right) \tag{4}$$

$$\frac{\partial a_{i1}}{\partial t}+\nabla\cdot(a_{i1}\mathrm{v_{i1}})=\left(\frac{\alpha_1^2}{3\psi_1 a_{i1}^2}\right)\left[\sum_j\left(S_{1j}+S_{12j}\right)+S_{ph1}-S_{ph21}\right]+\left(\frac{2a_1}{3\alpha_1}\right)\left[\frac{\partial\alpha_1}{\partial t}+\nabla\cdot(\alpha_1\mathrm{v_{g1}})\right] \tag{5}$$

$$\frac{\partial a_{i2}}{\partial t}+\nabla\cdot(a_{i2}\mathrm{v_{i2}})=\left(\frac{\alpha_2^2}{3\psi_2 a_{i2}^2}\right)\left[\sum_j S_{2j}+S_{ph2}+S_{ph21}\right]+\left(\frac{2a_2}{3\alpha_2}\right)\left[\frac{\partial\alpha_2}{\partial t}+\nabla\cdot(\alpha_2\mathrm{v_{g2}})\right] \tag{6}$$

여기서 각 상기 방정식 우변에 있는 기포율 수송항은 앞서 기 유도된 기포율 수송관계식을 이용하여 보다 단순화될 수 있고, 여기에 관계식 (2), (3)을 이용하여 아래와 같이 정리할 수 있다.

$$\frac{\partial a_{i1}}{\partial t}+\nabla\cdot\left(a_{i1}\mathrm{v}_{g1}\right)=\left(\frac{\alpha_1^2}{3\psi_1 a_{i1}^2}\right)\left[S_{1B}-S_{1C}+3\left(S_{12B}^{'}+S_{12C}\right)\right]-\frac{2a_{i1}}{3P}\left(\frac{\partial P}{\partial t}+\mathrm{v}_{g1}\nabla P\right) \quad (7)$$

$$\frac{\partial a_{i2}}{\partial t}+\nabla\cdot\left(a_{i2}\mathrm{v}_{g2}\right)=\left(\frac{\alpha_2^2}{3\psi_2 a_{i2}^2}\right)\left[S_{2B}-S_{2C}\right]-\left(\frac{2a_{i2}}{3\alpha_2\psi_1}\right)\left(\frac{\alpha_1}{a_{i1}}\right)^3\left(S_{12B}^{'}+S_{12C}\right)-\frac{2a_{i2}}{3P}\left(\frac{\partial P}{\partial t}+\mathrm{v}_{g2}\nabla P\right) \quad (8)$$

D_{sm}은 아래와 같은 관계식으로 표현할 수 있으므로,

$$D_{sm}=\frac{6\alpha}{a_i} \quad (9)$$

식 (2)(3)과 (7)(8) 우변의 첫번째 괄호는 물리적으로 각각 기포의 체적과 계면면적의 차원을 가진다. 본 연구에서는 큰 2군 기포에서 Breakup되어 새로이 생성되는 작은 1군 기포의 크기를 아래와 같이 1군 평균 기포의 비로 표현하였다. 일반적으로 기포가 Breakup되어 생성되는 기포는 비슷한 두개의 크기를 가지는 경우에 비해 작은 기포와 큰 기포로 깨어지는 확률이 높은 것으로 많은 연구결과에서 제시하고 있다. 이러한 이유는 표면장력에너지의 변화량이 작은 기포와 큰 기포로 깨어지는 경우가 작기때문으로 작은 양의 Turbulent Eddy의 Kinetic에너지로도 기포가 깨어질 가능성이 크기 때문이다. 이론적으로는 이러한 생성되는 기포의 크기 차이가 크면 클수록 생성확률이 높다. 본 연구에서는 큰 이군 기포에서 깨어져 나오는 일군 기포의 크기와 평균 일군 기포의 그것의 비를 정의하여 새로운 인자를 도입하였다.

$$\gamma\equiv\frac{D_1}{D_{12B}} \quad (10)$$

여기서 D_{12B} 는 2군 에서 Breakup되어 생성되는 기포의 크기를 의미한다. 이 관계식을 적용하여 총 4개의 수송방정식을 재 정리하면 아래와 같다.

$$\frac{\partial \alpha_1}{\partial t}+\nabla\cdot\left(\alpha_1\mathrm{v}_{g1}\right)=\frac{1}{\psi_1}\left(\frac{\alpha_1}{a_{i1}}\right)^3\left(\frac{S_{12B}}{\gamma^3}+S_{12C}\right)-\frac{\alpha_1}{P}\left(\frac{\partial P}{\partial t}+\mathrm{v}_{g1}\nabla P\right) \quad (11)$$

$$\frac{\partial \alpha_2}{\partial t}+\nabla\cdot\left(\alpha_2\mathrm{v}_{g2}\right)=-\frac{1}{\psi_1}\left(\frac{\alpha_1}{a_{i1}}\right)^3\left(\frac{S_{12B}}{\gamma^3}+S_{12C}\right)-\frac{\alpha_2}{P}\left(\frac{\partial P}{\partial t}+\mathrm{v}_{g2}\nabla P\right) \quad (12)$$

$$\frac{\partial a_{i1}}{\partial t}+\nabla\cdot\left(a_{i1}\mathrm{v}_{g1}\right)=\left(\frac{\alpha_1^2}{3\psi_1 a_{i1}^2}\right)\left[S_{1B}-S_{1C}+3\left(\frac{S_{12B}}{\gamma^2}+S_{12C}\right)\right]-\frac{2a_{i1}}{3P}\left(\frac{\partial P}{\partial t}+\mathrm{v}_{g1}\nabla P\right) \quad (13)$$

$$\frac{\partial a_{i2}}{\partial t}+\nabla\cdot\left(a_{i2}\mathrm{v}_{g2}\right)=\left(\frac{\alpha_2^2}{3\psi_2 a_{i2}^2}\right)\left[S_{2B}-S_{2C}\right]-\left(\frac{2a_{i2}}{3\alpha_2\psi_1}\right)\left(\frac{\alpha_1}{a_{i1}}\right)^3\left(\frac{S_{12B}}{\gamma^3}+S_{12C}\right)-\frac{2a_{i2}}{3P}\left(\frac{\partial P}{\partial t}+\mathrm{v}_{g2}\nabla P\right) \quad (14)$$

상기 관계식들을 이용하여 일차원적인 이군 수송방정식을 유도할 수 있다. 본 연구에서는 각 군에서 유도된 관계식을 더하거나 뺀 수송방정식계를

적용하였으며 이러한 형태는 단일 군만으로 유동이 형성되는 경우에 대해서도 효과적으로 계산하기 위함이다. 단, 기포율 수송방정식을 처리하는 과정에서는 유동장 해석을 통하여 전체 기포율을 알고 있으므로 기포율의 Sum Equation은 식 (15)로 표현할 수 있다. 계산에 적용한 기포율 및 IAC 방정식은 아래와 같이 정리할 수 있다.

Sum Void Fraction Equation

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \alpha \tag{15}$$

Difference Void Fraction Equation

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\alpha_2 \mathrm{v}_{\mathrm{g2z}} - \alpha_1 \mathrm{v}_{\mathrm{g1z}}\right) = -\frac{2}{\psi_1}\left(\frac{\alpha_1}{a_{i1}}\right)^3\left(\frac{S_{12B}}{\gamma^3} + S_{12C}\right) - \left(\alpha_2 \mathrm{v}_{\mathrm{g2z}} - \alpha_1 \mathrm{v}_{\mathrm{g1z}}\right)\frac{1}{P}\frac{\partial P}{\partial z} \tag{16}$$

Sum IAT

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(a_{i1}\mathrm{v}_{\mathrm{g1z}} + a_{i2}\mathrm{v}_{\mathrm{g2z}}\right) = \frac{\alpha_1^2}{3\psi_1 a_{i1}^2}\left(\sum_j S_{1j} + 3\left(\frac{S_{12B}}{\gamma^2} + S_{12C}\right)\right) + \frac{\alpha_2^2}{3\psi_2 a_{i2}^2}\left(\sum_j S_{2j}\right)$$
$$-\left(\frac{2a_{i2}}{3\alpha_2\psi_1}\right)\left(\frac{\alpha_1}{a_{i1}}\right)^3\left(\frac{S_{12B}}{\gamma^2} + S_{12C}\right) - \frac{2}{3P}\frac{\partial P}{\partial z}\left(a_2 \mathrm{v}_{\mathrm{g2z}} + a_1 \mathrm{v}_{\mathrm{g1z}}\right) \tag{17}$$

Difference IAT

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\alpha_2 \mathrm{v}_{\mathrm{g2z}} - \alpha_1 \mathrm{v}_{\mathrm{g1z}}\right) = -\frac{2}{\psi_1}\left(\frac{\alpha_1}{a_{i1}}\right)^3\left(\frac{S_{12B}}{\gamma^3} + S_{12C}\right) - \left(\alpha_2 \mathrm{v}_{\mathrm{g2z}} - \alpha_1 \mathrm{v}_{\mathrm{g1z}}\right)\frac{1}{P}\frac{\partial P}{\partial z}$$
$$-\left(\frac{2a_{i2}}{3\alpha_2\psi_1}\right)\left(\frac{\alpha_1}{a_{i1}}\right)^3\left(\frac{S_{12B}}{\gamma^3} + S_{12C}\right) - \frac{2}{3P}\frac{\partial P}{\partial z}\left(a_2 \mathrm{v}_{\mathrm{g2z}} - a_1 \mathrm{v}_{\mathrm{g1z}}\right) \tag{18}$$

이 방정식을 풀기 위하여 implicit 해법으로 1계 차분식을 구성하였고, 비선형방정식 solver를 이용하여 해를 구하였다.

3. 구성관계식

상기 유도된 네개의 방정식계를 완성하기 위해서는 다양한 구성관계식을 요구하고 있으며 크게 유동장에 대한 인자와 IAT방정식 고유의 필요 인자들로 구분할 수 있다.

Flow Parameter

$$P,\ j_g,\ j_f,\ \alpha,\ \mathrm{v}_{gz}$$

IAT parameter

$$\mathrm{v}_{g1z},\ \mathrm{v}_{g2z},\ \psi_1,\ \psi_2,\ S_{1j},\ S_{2j},\ S_{12j}$$

여기서 $\mathrm{v}_{g1z}, \mathrm{v}_{g2z}$ 는 각 군의 축방향 계면 이동속도이고, ψ_1, ψ_2 는 각 군의 형태인자를 의미한다. S_{1j}, S_{2j}, S_{12j} 는 단열조건에서 각군의 입자들의 수밀도를 변화시키는 생성항으로서 앞 두개의 항은 각군 내부의 입자들끼리의 반응을, 마지막 항은 상대군간의 반응율을 의미하고 이들은 연속상의 동적인 거동과 연관되어 있다.

3-1 유동인자 예측모델

기포율 및 계면면적밀도 수송방정식의 적절성을 평가하기 위해서는 각각의 유동인자들의 해석모델에서 발생하는 오차를 최소화시켜야 한다. 따라서 본 연구에서는 각각의 유동인자의 측정값을 최대로 반영할 수 있는 실험모델을 적용하였다. 압력에 대한 실험 모델은 축방향으로 선형적인 변화를 보인다는 가정하에 다음과 같은 식을 사용하였다.

$$P = P_0 + A_0 (z/D) \tag{19}$$

여기서 A_0는 축방향으로 압력의 기울기를 의미하며 세지점에서의 압력을 fitting하여 얻을 수 있다. 상기 식으로부터 얻을 수 있는 압력값과 측정값과의 비교결과는 그림 2와 같고 상대오차 0.62%의 매우 정확한 결과를 보이고 있다.

계면면적밀도 수송방정식에는 기포속도가 수직방향으로 별 차이가 없다는 가정을 적용하여 아래와 같은 기포율 관계식을 사용하였다.

$$\langle\alpha\rangle = \frac{\langle\alpha_0\rangle P_0}{P},\ \langle j_g\rangle = \frac{\langle j_{g0}\rangle P_0}{P},\ \langle\langle v_z\rangle\rangle = \langle\langle v_z\rangle\rangle_0 \tag{20}$$

여기서 아래첨자 0은 입구조건을 의미한다. 기포의 속도는 일반적으로 유로의 상부로 진행하면서 부력의 영향으로 커지는 결과를 보이게 된다. 그러나 벽면에서의 마찰 및 입자가 유동속에서 가속을 받으면서 오히려 느끼는 Drag Force에 의해 그 상승폭은 실제 유동조건에서 크지 않을 수 있고, 이 경우 식 (20)의 가정을 적용할 수 있다. 본 연구에서 유로의 축방향으로 측정된 기포의 속도의 비교 결과는 그림 3에 제시하였다. 그림에서 보듯이 각 수직방향 위치에서 속도는 크게 차이를 보이고 있지 않음을 알 수 있었고, 입구조건 기준으로 상대오차는 9.73% 이었다. 상기 기포율 관계식은 측정 실험 데이터와 비교하여 9.0%의 오차를 가지며 기포의 겉보기 속도관계식은 8.7%의 오차를 각각 가진다. (그림 4, 5) 한편, 기포율 수송방정식과 계면면적밀도 수송방정식의 좌변에 있는 계면의 속도는 엄밀하게는 각각 기포율 가중 평균 속도와 계면면적밀도 가중 평균 속도를 의미한다. 이군 수송방정식에서는 각 군내부의 기포들을 균일한 크기의 기포로 가정하고 있으므로 두 평균 속도는 같다고 가정할 수 있다. 그림 6은 이 가정이 4.19%의 오차범위내에서 일치하고 있음을 보이고 있다. 이상유동에서 각 군의 이동속도는 상대군의 운동에 크게 의존한다. 만약 각 군의 입자들이 완전히 독립적으로 형성이 되는 가상의 경우에는 크기가 큰 2군 기포의 이동속도가 1군의 그것에 비해 큰 상승속도를 가지게 될 것이다. 그러나 각 군의 기포들이 복합적으로 섞여서 흐르는 경우 큰 기포들이 지나면서 후방에 생성하는 Wake속에서 흐르는 작은 기포들은 Wake속에서의 가속된 액상의 속도에 영향을 받아 상대적으로 높은 속도를 가지게 될 것이다. 따라서 각 군의 속도에 대한 모델을 독립적으로 개발하는 것은 현단계에서는 어렵고, 오히려 오차를 유발할 수 있기 때문에 각 군의 계면의 이동속도는 유동장해석을 통해 얻어지는 기포 속도와 동일하다는 가정을 적용하였다. 즉,

$$v_{g1z} = v_{g2z} = v_{gz} \tag{21}$$

이 식과 측정값과의 비교 결과는 그림 7에 제시하였다. 상대오차는 14.9%로 나타나고 있다. 여기에는 이군기포의 수밀도가 작아 측정값이 가지고 있는 오차도 상당부분 포함되어 있을 것으로 판단된다.

3-2 기포반응 및 형태인자 모델

형태인자, ψ는 구형의 기포들에 대해서는 1/(36π)의 값을, Cap 형일 경우

4/(243π)의 값을 가진다. 본 연구에서는 이전의 연구와 유사하게 일군의 기포들을 구형으로 가정하였고, 이군의 기포들에 대한 형태인자는 Cap형 기포를 가정할 경우의 Drag Diameter와 유로의 직경과의 관계를 이용하여 적용하였다. 즉, Cap형의 기포의 경우 Drag Diameter는 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$D_{drag,2} = \sqrt[3]{\frac{12V_{b,2}}{\pi}} \quad (22)$$

만약 이군 기포의 Drag Diameter가 유로직경보다 작은 경우 이군 기포는 Cap형을 가정하여 4/(243π)의 값을 적용한다. 반면에 유로 직경보다 큰 경우 아래식을 이용하였다.

$$\Psi_2 = \frac{V_{b,2}^2}{A_{b,2}^3} \quad (23)$$

여기서 $V_{b,2}$는 식(4)를 이용하여 구하고, $A_{b,2}$는 그림 8과 같은 기하학적 고려를 통하여 아래와 같이 간단히 고려될 수 있다.

$$A_{b,2} = \frac{3\pi}{4} D_h^2 + \pi D_h H_b \quad (24)$$

여기서 기포의 원통형 길이, H_b는 계산된 기포의 체적과 유로 직경과의 관계를 이용하여 얻을 수 있다. 각 계산스텝에서 이러한 과정의 연산을 반복하여 수렴된 형태인자, Ψ_2의 값을 얻는다.

S_{1j}, S_{2j}, S_{12j} 는 단열조건에서 각 군의 입자들의 수밀도를 변화시키는 생성항으로서 앞 두개의 항은 각군 내부의 입자들끼리의 반응을, 마지막 항은 상대군간의 반응율을 의미하고 이들은 연속상의 동적인 거동과 연관되어 있다. 이들에 대한 해석모델의 적절성은 각 군의 기포율과 계면면적밀도에 지대한 영향을 미치며 해석의 정확성을 위해 매우 중요한 역할을 한다. 본 연구에서는 이전의 연구(Hibiki and Ishii(2000))를 통해 얻어진 함수적 형태를 따랐으며 실험데이타와의 비교를 통하여 실험상수를 조정하였다. 아래에 각 반응모델에 대한 정의 및 간략한 기술을 하였다.

입자들의 수밀도를 변화시키는 생성항의 기본 메카니즘은 단열조건에 대해서는 기포들의 Coalescence와 Breakup이며 그러한 현상의 발생경로는 여러가지일 수 있으나, 본 연구에서는 이전의 연구를 토대로 다음과 같이 3가지의 메커니즘에 대해 고려하였다.

1) Coalescence due to random collisions driven by turbulence

2) Coalescence due to wake entrainment

3) Breakage upon the impact of turbulent eddies

<u>Random Collision Induced Bubble Coalescence</u>

이 현상은 1군의 기포들끼리의 충돌에 의해 발생하는 기포들의 Coalesence현상을 의미한다. 기포들의 충돌의 주된 요인은 액상의 Turbulence에 의하며, 기포들의 Coalescence Rate는 기포들의 충돌율과 충돌한 기포들 중 Coalescence가 이루어지는 Efficiency 모델을 이용하여 모델링한다. 기포들의 충돌모델에는 기포들이 구형의 형태를 가지며 등방향 Turbulence System에서 이상기체분자들의 운동과 흡사하다는 가정을 적용하고, Coalescence효율모델은 Oolman and Blanch(1986)의 액막역학모델이 적용되었다. 주 유도과정은 생략하고,

그 결과만을 제시하면 다음 식과 같다.

$$S_{RC,1} = f_{RC,1} n_{b,1} \lambda_{RC,1} = \frac{C_{RC,1} \alpha_1^2 \varepsilon^{1/3}}{D_{b,1}^{11/3} (\alpha_{RC,\max} - \alpha)} \exp\left(-K_{RC,1} \sqrt[6]{\frac{D_{b,1}^5 \rho_f^3 \varepsilon^2}{\sigma^3}} \right) \tag{25}$$

여기서 최대 허용 기포율, $\alpha_{RC,\max}$ 은 0.741을 적용하였고, 이 값은 Close-Packed Bubble들에 대한 기포율에 해당된다. 상수 $C_{RC,1}$ 과 $K_{RC,1}$ 은 실험적으로 결정되는 실험상수로서 본 연구에서는 적용한 값을 표 1에 정리하였다. 여기서 일군 기포의 Breakup 및 Coalescence에 대한 실험상수들은 Hibiki et al(2000a)의 그것을 적용하였다.

Wake-Entrainment Induced Bubble Coalescence

한 기포가 전방기포의 후방에 위치할 경우 전방 기포가 후방에 형성시키는 Wake에 의해 가속을 받아 전방기포와 충돌하여 Coalescence가 발생하는 현상으로서 본 연구에서는 균일한 기포크기 분포하에서 모델링한 Wu et al(1998)에 기초하여 Hibiki et al(2000)이 수정한 관계식을 사용하였다. 이 모델 역시 기포들의 충돌율과 기포들의 Coalescence 효율이 곱해진 형태를 가지며, 기포들의 충돌률에 대한 모델은 전방기포가 후방에 생성시키는 Wake 속에 존재하는 기포들의 개수와 평균 시간개념을 도입하여 차원분석을 수행하였다. 여기에서 Wake의 길이는 기포들의 직경과 단순비례한다는 가정을 사용하였고, Wake내에서 축방향 속도분포는 Schlichting의 그것을 이용하여 구하였다. Coalescence Efficiency는 역시 Oolman and Blanch(1986) 모델을 적용하며 1, 2군사이의 Wake Entrainment모델에서는 기포들의 등가직경을 Chester and Hoffman(1982)의 가정을 적용하였다. 유동속에서 1군 기포들끼리 Wake Entrainment에 의한 Bubble Coalescence현상은 무시하고, 2군 기포에 의해 생성되는 Wake에 의해 1군 기포들이 후방에서 따라 붙는 현상과 2군 기포들이 전방의 2군 기포들에 붙는 현상만을 모의한다. 각 모델의 형태는 거의 동일하고, 최종 결과식만 인용하면 아래와 같다.

$$S_{WE,12} = f_{WE,12} n_{b,2} \lambda_{WE,12} = \frac{C_{WE,12} \alpha_1 \alpha_2}{D_{b,1}^3 D_{b,2}} (v_{z,2} - v_f) \exp\left(-K_{WE,12} \sqrt[6]{\frac{\rho_f^3 \varepsilon^2}{\sigma^3} \left(\frac{D_{b,1} D_{b,2}}{D_{b,1} + D_{b,2}} \right)^5} \right) \tag{26}$$

$$S_{WE,2} = f_{WE,2} n_{b,2} \lambda_{WE,2} = \frac{C_{WE,2} \alpha_2^2}{D_{b,2}^4} (v_{z,2} - v_f) \exp\left(-K_{WE,2} \sqrt[6]{\frac{D_b^5 \rho_f^3 \varepsilon^2}{\sigma^3}} \right) \tag{27}$$

여기서 사용되는 기체의 속도는 앞에서 적용한 가정을 그대로 적용하고, 물의 속도는 기체의 피상속도 및 기포율간의 관계에 의해 얻을 수 있다. 실험에 의해 조정되는 실험상수는 $C_{WE,12}$, $C_{WE,2}$, $K_{WE,12}$, $K_{WE,2}$ 으로서 표 1에 정리하였다.

Bubble Breakup due to Turbulent Impact

기포들이 Breakup되면서 수밀도 및 계면면적밀도를 변화시키는 현상은 기포들과 이와 유사한 크기를 가지는 Turbulent Eddy의 충돌에 의해 이루어지며 Coalescence모델과 유사하게 기포와 Turbulent Eddy와의 충돌모델 및 충돌된 기포가 Breakup되는 효율모델로 구분하여 곱한 형태를 가진다. 여기에는 기포들과 Turbulent Eddy가 이상기체 분자들과 유사한 운동을 한다는 가정과 유동속에서 존재하는 Turbulence는 등방향 분포를 가진다는 가정을 적용한다. 여기에는 Breakup현상의 반응 전-후가 각 군 내부에서 이루어지는 경우와 2군 기포가 반응후 2군과 1군 기포로 변하는 과정을 설명하는 모델들이 필요하다. 각 경우에 대한 모델 결과식은 아래와 같다.

$$S_{TI,1} = f_{TI,1} n_{e,1} \lambda_{TI,1} = \frac{C_{TI,1}\alpha_1(1-\alpha)\varepsilon^{1/3}}{D_{b,1}^{11/3}\left(\alpha_{TI,\max}-\alpha\right)} \exp\left(-\frac{K_{TI,1}\sigma}{\rho_f D_{b,1}^{5/3}\varepsilon^{2/3}}\right) \tag{28}$$

$$S_{TI,12} = \zeta f_{TI,2} n_{e,2} \lambda_{TI,12} = \frac{C_{TI,12}\alpha_2(1-\alpha)\varepsilon^{1/3}}{D_{b,2}^{11/3}\left(\alpha_{TI,\max}-\alpha\right)} \exp\left(-\frac{K_{TI,12}\sigma\left\{\left(D_{b,2}^3-\left(D_{b,1}/\gamma\right)^3\right)^{2/3}+\left(\left(D_{b,1}/\gamma\right)^2-D_{b,2}^2\right)\right\}}{\rho_f D_{b,2}^{11/3}\varepsilon^{2/3}}\right) \tag{29}$$

$$S_{TI,2} = (1-\zeta) f_{TI,2} n_{e,2} \lambda_{TI,2} = \frac{C_{TI,2}\alpha_2(1-\alpha)\varepsilon^{1/3}}{D_{b,2}^{11/3}\left(\alpha_{TI,\max}-\alpha\right)} \exp\left(-\frac{K_{TI,12}\sigma}{\rho_f D_{b,2}^{5/3}\varepsilon^{2/3}}\right) \tag{30}$$

여기서 최대 허용기포율, $\alpha_{TI,\max}$ 은 Coalescence모델에서 적용한 값을 그대로 적용하며, 실험 상수들, $C_{TI,1}$, $K_{TI,1}$, $C_{TI,12}$, $K_{TI,12}$, $C_{TI,2}$, $K_{TI,2}$ 은 각각 표 1에 정리하였다. 여기서 일군 기포의 Breakup과 관계하는 실험상수, 즉, $C_{TI,1}$, $K_{TI,1}$ 은 Hibiki et al(2000a)의 그것을 적용하였다.

4. 결과 및 결론

1군기포만 흐르는 경우와 2군 기포와 함께 흐르는 유동조건에 대하여 별도로 분석결과를 그림 9~22에 제시하였으며 Euh(2002a,b)의 데이터를 이용하였다. 그림 9, 10은 작은 크기의 1군 기포들이 흐르는 유동조건에 대해 수송방정식을 이용하여 계산된 IAC 및 Sauter Mean Diameter (D_{sm})결과이다. 수송방정식의 결과가 IAC를 과대평가하는 것으로 나타나고 있으나, 이는 생성항의 오차에 기인한 것보다는 실험모델에 의해 예측된 기포율이 과대평가된 결과를 IAT가 사용하고 있기 때문으로서 그림 9과 그림 11을 함께 보면 IAT 결과의 오차추이가 기포율 분석결과의 추이와 동일하게 나타나고 있음을 알 수 있다. D_{sm}은 IAC와 기포율의 비로 표현되기 때문에 각 인자의 오차추이가 상쇄되어 실험결과와 잘 일치하는 결과를 보이고 있다. 따라서 1군 기포들만이 존재하는 유동조건에서는 본 수송방정식이 잘 해석하고 있다고 결론지을 수 있다. 일군 기포에 대해 IAC와 D_{sm}의 실험결과와의 오차는 각각 17.4%와 9.81%로 나타나고 있다. (그림 15, 16) 그림 5-12, 13은 큰 크기를 가지는 2군 기포들과 작은 기포들이 함께 흐르는

유동조건에 대해서 수송방정식을 이용하여 계산된 IAC및 D_{sm}결과이다. 그림 14는 분석에 적용하였던 기포율 관계식의 예측 예측결과로서 실험데이타와 잘 일치하고 있기 때문에 IAC 및 D_{sm}의 해석결과는 순수하게 수송방정식의 오차라고 해석할 수 있다. 예측 결과상에 다소의 오차가 존재하지만 유동이 진행하면서 나타나는 경향은 실험데이타와 유사하게 나타나고 있다. 분석결과 수송방정식을 통하여 분석된 IAC 와 D_{sm}가 가지는 해석오차는 각각 15.2%와 13.7%이다.(그림 17, 18) 1군 기포모델은 앞서 기술한 바와 같이 실험결과와 잘 일치하는 경향을 보이고 있기 때문에 2군 유동조건에서 발생하는 오차의 원인은 주로 현상학적으로 복잡하게 이루어지는 큰 2군 기포와 작은 1군 기포간의 상호작용과 관련되는 모델에서 기인하는 것으로 판단된다. 본 모델개발에 사용한 총 실험세트에 대한 IAC 및 D_{sm}의 오차는 각각 15.8%와 12.7%이다. 그림 21에 1, 2군 기포들이 함께 존재하는 특정 유동조건에서 전체 IAC에 각 구성모델의 기여도를 도시하였다. 각 군간의 상호작용과 관계하는 구성모델 및 압력 변화에 따른 IAC 변화가 주요한 IAC의 변화를 야기하고 있음을 알 수 있다. 큰 기포와 작은 기포의 상호작용은 채널의 기하학적 형태 및 큰 기포가 후방에 생성하는 복잡한 유동현상에 의해 상당한 영향을 받을 것으로 판단된다. 한편 IAT에서 사용하고 있는 Breakup 및 Coalescence모델은 기본적으로 무한 매질 속에서 기포들의 상호작용을 다루고 있기 때문에 Systematic Effect들을 고려한 모델개발이 필요하다고 하겠다. 그림 22는 Hibiki(2000b)의 데이터와 본 분석결과를 비교한 그림으로서 비교적 잘 일치하는 결과를 보이고 있음을 알 수 있다. 다만, 이 데이터에서는 2군 기포율이 1군 기포율에 비해 매우 작기 때문에 각 군간의 상호작용 비율이 본 실험조건에 비해 작다. 따라서 이 결과는 일군모델의 적절함을 보여주는데 그치는 결과라고 할 수 있다.

REFERENCES

D.J. Euh, “A Study on the Measurement Method and Mechanistic Prediction Model for the Interfacial Area Concentration”, Ph. D Thesis, Seoul Univ., 2002a

D.J. Euh et al., “Experimental Method and Data Generation for Interfacial Area Concentration in Adiabatic Condition by Using a Five-Sensor Conductivity Probe,” KNS Spring Meeting (submitted), 2002b

T. Hibiki and M. Ishii, “One-Group Interfacial Area Transport of Bubbly Flows in Vertical Round Tubes”, Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 43, pp. 2711-2726, 2000a

T. Hibiki and M. Ishii, “Two-Group Interfacial Area Transport Equations at Bubbly-to-Slug Flow Transition”, Nuclear Engineering and Design, Vol. 202, pp. 39-76, 2000b

M. Ishii and K. Mishima, Study of Two-Fluid Model and Interfacial Area, NUREG/CR-1873, 1980

G. Kocamustafaogullari and M. Ishii, “Interfacial Area and Nucleation Site Density in Boiling Systems”, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 26, No. 9, pp. 1377-1387, 1983

G. Kocamustafaogullari and M. Ishii, “Foundation of the Interfacial Area Transport equation and Its Closure Relations”, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 38, No. 3, pp. 481-493, 1995

M. Millies, D.A. Drew, and R.T. Lahey JR., “A First Order Relaxation Model for the Prediction of the Local Interfacial Area Density in Two-Phase Flows”, Int. J. of Multiphase Flow, Vol. 22, No. 6, pp. 1073-1104, 1996

T. Oolman and H.W. Blanch, “Bubble Coalescence in Stagnant Liquids”, Chem. Eng. Commun. Vol 43, pp. 237-261, 1986

J.N. Reyes, “Statistically Derived Conservation Equations for Fluid Particle Flows”, Proceedings of ANS Winter Meeting, pp. 669-670, 1989

Q. Wu, S. Kim, M. Ishii, and S.G. Beus, “One-Group Interfacial Area Transport in Vertical Bubbly Flow”, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 41, pp. 1103-1112, 1998

표 1. IAT 생성항 상수

	$S_{RC,1}$		$S_{WE,12}$		$S_{WE,2}$	
Constant	$C_{RC,1}$	$K_{RC,1}$	$C_{WE,12}$	$K_{WE,12}$	$C_{WE,2}$	$K_{WE,2}$
Value	0.351	0.258	4.98	0.459	63.7	0.258
Remark				$=1.78\,K_{RC,1}$		$=K_{RC,1}$
	$S_{TI,1}$		$S_{TI,12}$		$S_{TI,2}$	
Constant	$C_{TI,1}$	$K_{TI,1}$	$C_{TI,12}$	$K_{TI,12}$	$C_{TI,2}$	$K_{TI,2}$
Value	0.264	1.37	31800	5.275	0.25	1.37
Remark				$=3.85\,K_{TI,1}$		$=K_{TI,1}$

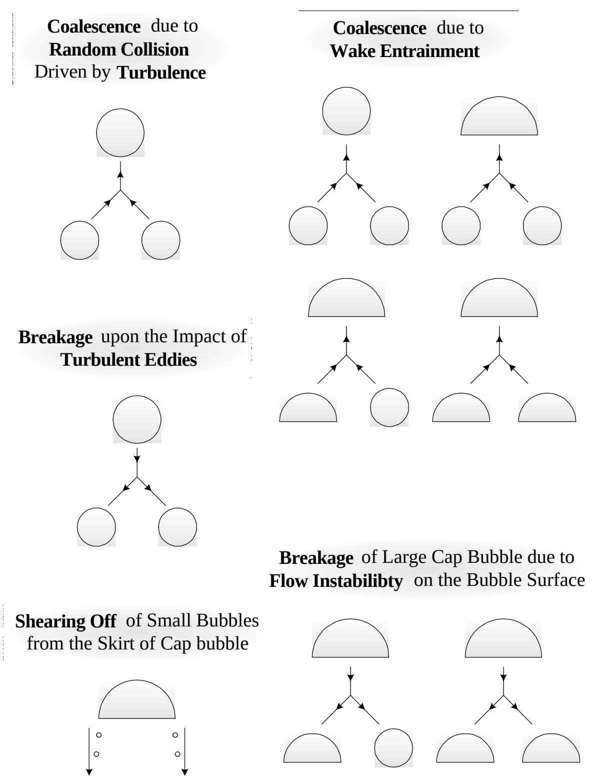

그림 1 입자간의 상호반응

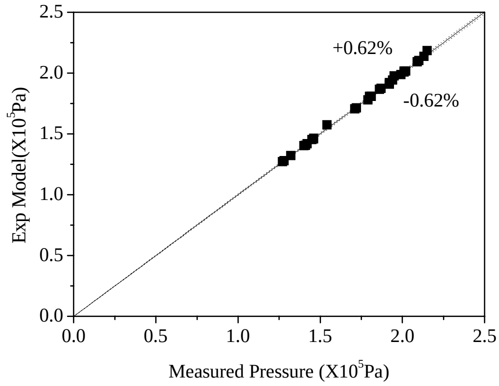

그림 2. 압력예측값과 실험값비교

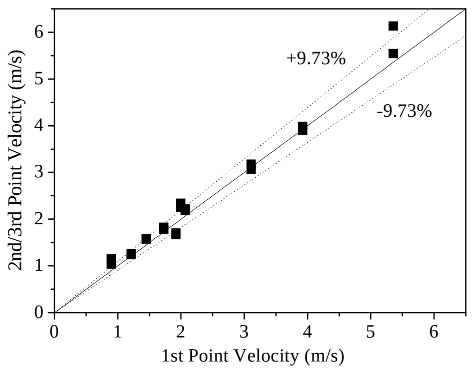

그림 3. 유로각위치에서의 기상속도비교

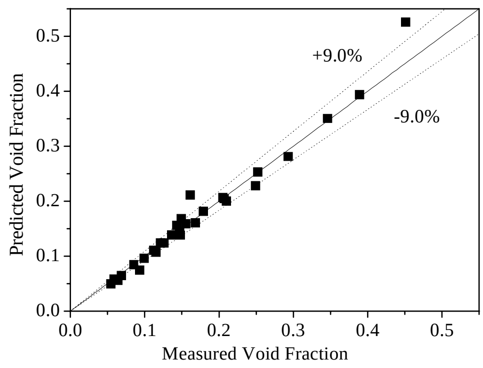

그림 4. 기포율예측식과 실험비교

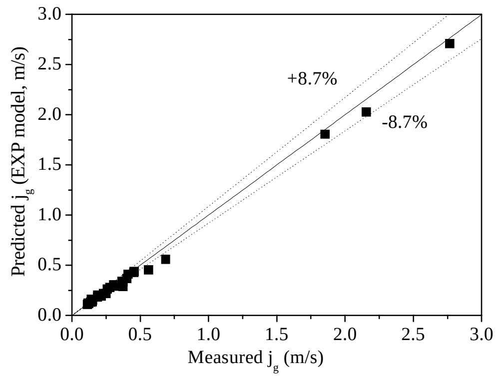

그림 5. 기포겉보기속도 비교

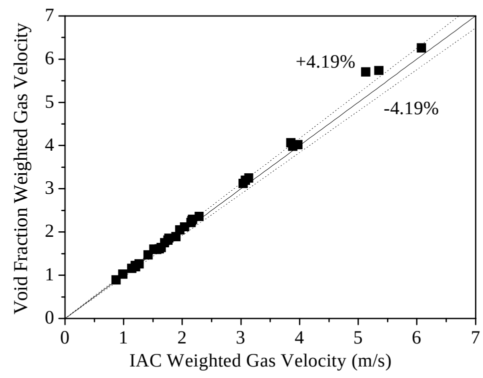

그림 6. 기포율 및 IAC가중평균기포속도비교

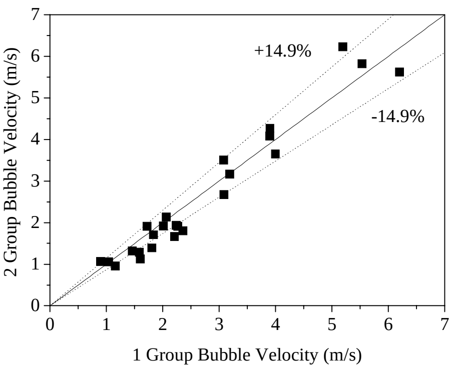

그림 7. 1군과 2군 기포속도비교

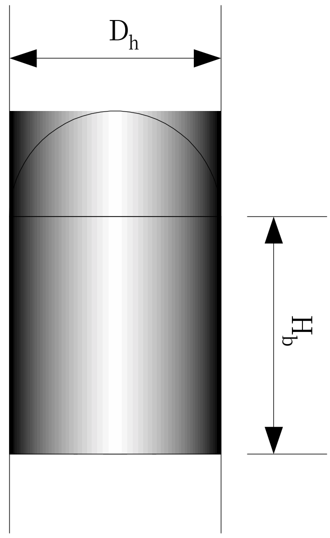

그림 8. 슬러그 기포 모델

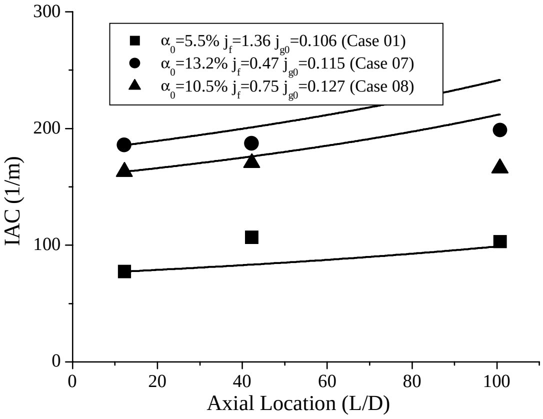

그림 9. 일군유동 IAC 예측결과

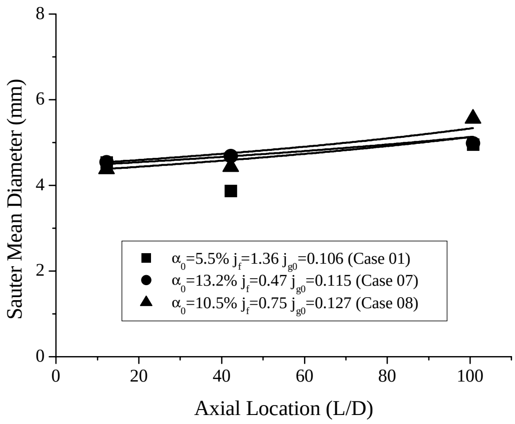

그림 10. 일군유동 D_{sm} 예측결과

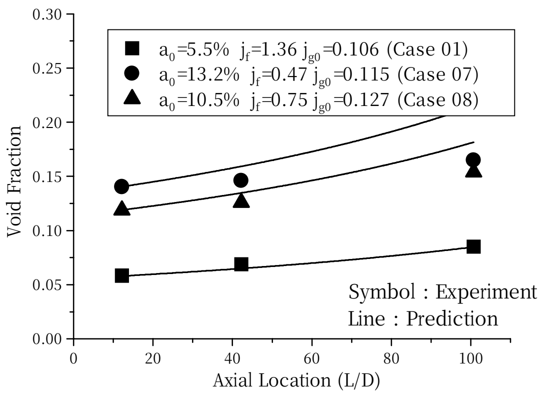

그림 11. 일군유동 기표율 예측결과

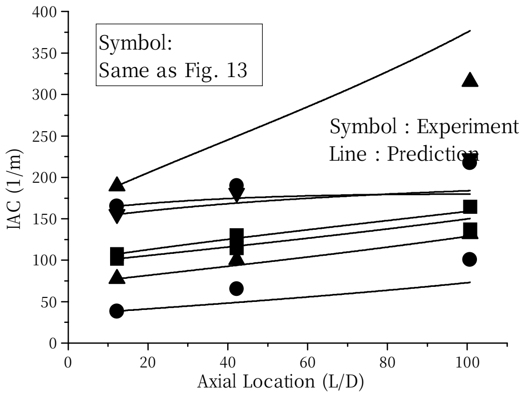

그림 12. 이군유동 IAC 예측결과

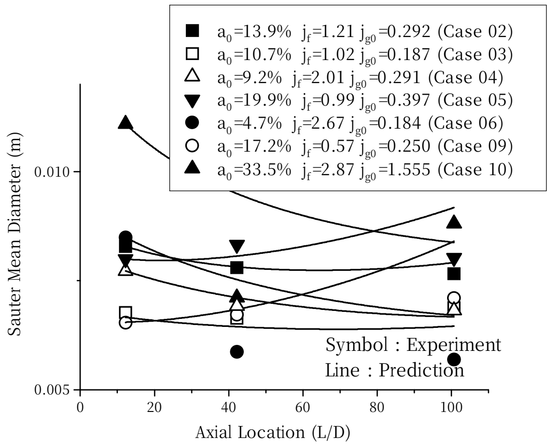

그림 13. 이군유동 D_{sm}예측결과

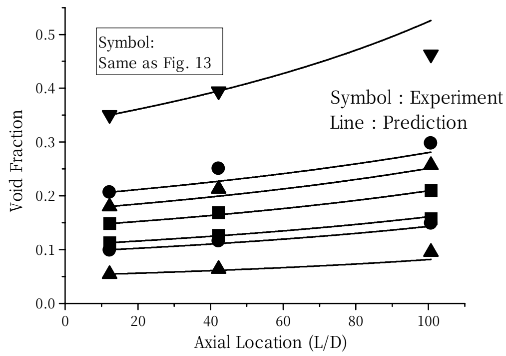

그림 14. 이군유동 기포율 예측결과

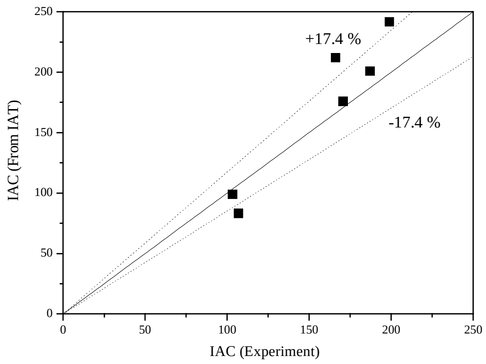

그림 15. IAC예측비교(일군유동)

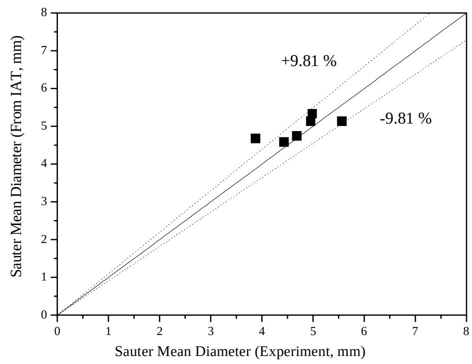

그림 16 D_{sm}예측비교(일군유동)

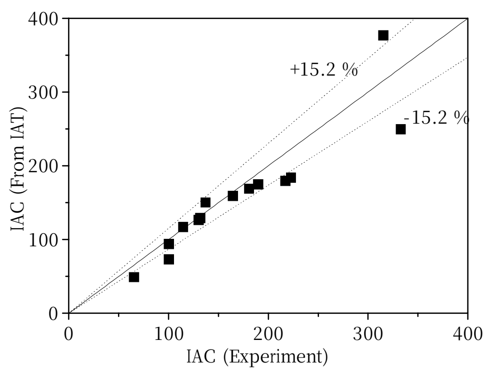

그림 17. IAC예측비교(이군유동)

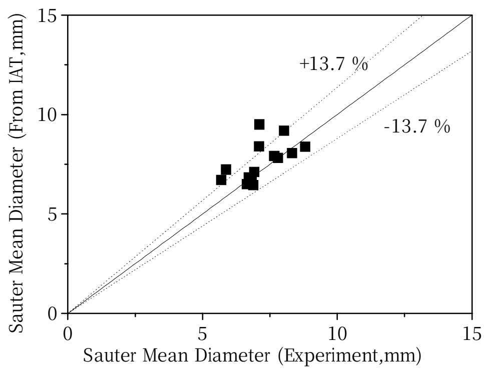

그림 18. D_{sm}예측비교(이군유동)

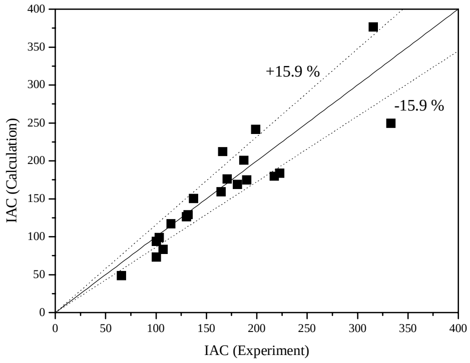

그림 19. IAC예측비교(전체경우)

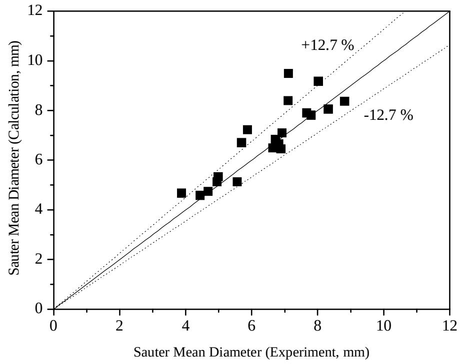

그림 20. D_{sm}예측비교(전체경우)

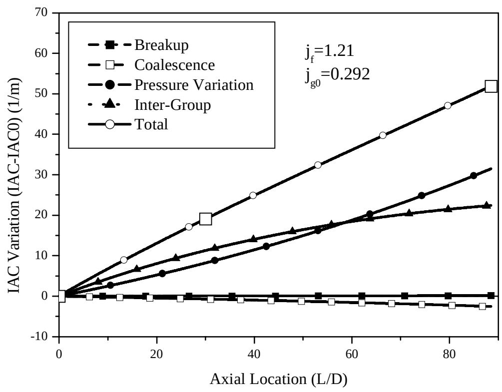

그림 21. 생성항 기여도

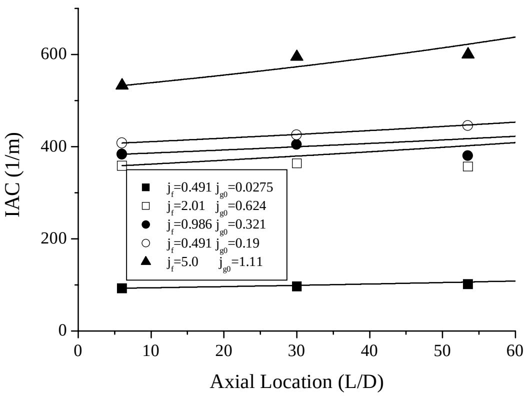

그림 22. Hibiki & Ishii(2000) 데이터 예측결과