

열원이 있는 풀 내에서 높은 Rayleigh수의 자연대류 현상 해석

Analysis of High Rayleigh Number Natural Convection in a Pool with Heat Generation

김종태, 김상백, 김희동

한국원자력연구소
대전광역시 유성구 덕진동 150

요 약

노심 용융물은 우라늄과 지르코늄의 산화물을 주로 하는 혼합물로 이루어져 있으며 우라늄의 붕괴열로 인하여 매우 높은 열을 방출한다. 이로 인하여 노심 용융물 풀의 Rayleigh수는 매우 높은 값을 갖는다. 이런 높은 Rayleigh수의 자연대류에 대하여 오랫동안 실험과 수치해법을 통하여 많은 연구가 이루어져 왔다. 용융물 풀의 모의 실험과 해석적 연구로부터 Rayleigh수에 따른 열속의 크기를 예측할 수 있는 많은 상관식이 개발되었다. 본 연구에서는 노내 노심용융물 냉각해석 코드인 LILAC을 이용하여 Mayinger의 실험과 mini-ACOPO 실험을 해석하였으며 계산에서 얻어진 평균 및 국소 열속 분포를 실험 결과와 비교하였다.

Abstract

The Rayleigh Number of molten pool in a severe accident is very high due to the decay heat of corium material. This High Rayleigh number flow has been studied with experiments and numerical methods for many years. Some correlations for heat flux depending on the Rayleigh number are developed from the experimental and numerical results. In this study Mayinger and mini-ACOPO experiments are analyzed numerically using LILAC which is a multi-dimensional thermo-hydraulic analysis code for a molten pool. Local and averaged heat fluxes on the pool boundaries are compared with their experimental results.

1. 서 론

중대사고시의 노심 용융물은 우라늄과 지르코늄의 산화물을 주로 하는 혼합물로 이루어져 있으며 우라늄의 붕괴열로 인하여 $1\text{MW}/\text{m}^3$ 정도의 높은 열을 방출한다. 노심 용융물은 3000K 정도의 고온이며 Prandtl수는 약 1 전후의 값을 갖는다. 이와 같은 노심 용융물의 자연대류 현상을 파악하는 것은 실험적으로 불가능한 일이므로 상사물을 이용한 실험과 수치계산이 많이 이루어져 왔다. 대표적인 실험으로는 Mayinger[1]의 실험, UCLA 실험[2], COPO 실험[3], mini-ACOPO 실험[4], 그리고 최근의 RASPLAV SALT 실험[5] 등이 있다. 이런 일련의 실험을 통해 하부와 상부 벽을 통해 나가는 열속을 측정하고 그 실험결과로부터 상관식을 얻어냈다. 실험을 통한 용융풀의 자연대류에 대한 연구는 대부분 물이나 프레온을 이용하기 때문에 실제 용융물의 Prandtl수를 맞

추기가 힘들고 Rayleigh수를 10^{16} - 10^{17} 까지 높이기 힘들다. 그러나 현재까지 연구되어 온 결과로부터 추정하면 Prandtl수의 영향은 측정 Nusselt수의 10% 오차 범위 내에 들 정도로 작게 나타났으며 Rayleigh수에 대한 영향도 수치해석의 도움으로 지금까지 실험에서 얻은 상관식의 적용범위를 확대해도 무리가 없는 것으로 나타났다.

본 연구에서는 노내 노심용융물 냉각해석 코드인 LILAC[6]을 이용하여 Mayinger의 실험과 mini-ACOPO 실험을 해석하고 실험결과와 비교하였다. Mayinger의 실험은 풀의 발열을 고려한 대표적인 실험으로 현재까지 그의 열속 상관식은 lumped-parameter 코드에서 많이 활용되고 있다. Theofanous등이 수행한 mini-ACOPO 실험은 내부 발열을 모의하는 대신 고온의 풀이 저온 외벽으로 열을 발산하면서 냉각되는 cool-down 실험이다. Cool-down 실험의 특징은 다른 실험에서처럼 열원을 모의하기 위한 Joule 가열이나 microwave 가열이 필요 없고 냉각율로부터 수정 Rayleigh수를 계산한다.

유동 해석 방법은 잘 알려진 SIMPLE 알고리즘과 모든 유동 변수를 셀 중심에 저장하는 비엇갈림 셀중심법을 사용한다. 비엇갈림 격자 기법을 사용하면서 발생하는 압력장의 진동은 Rhie-Chow등[7]이 제안한 압력 감쇠항을 연속방정식에 첨가함으로써 막을 수 있다. 용융물 풀은 내부의 열원(붕괴열)과 외부 경계에서의 냉각에 의한 온도차가 발생하며 이 온도차로부터 유도되는 부력이 자연대류를 발생시킨다. 이와 같이 체력이 지배적인 유동에서는 Rhie-Chow 등이 제안한 압력 감쇠항은 수치해석의 수렴성에 문제를 발생시킬 수 있음을 본 연구를 통하여 알았으며 이것을 해결하기 위하여 압력 감쇠항을 제한하는 방법과 벽면에서의 압력을 선형 및 체력을 고려한 외삽법을 도입하였다.

2. 지배방정식과 수치해법

2.1 지배방정식

질량, 운동량, 에너지 그리고 난류모델을 포함하는 지배방정식을 적분형 일반 방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho C \phi r d\Omega + \oint \rho C \phi \vec{V} \cdot r d\vec{A} = \oint \Gamma_{\phi} \nabla \phi \cdot r d\vec{A} + \int_{\Omega} S_{\phi} r d\Omega \quad (1)$$

변수 ϕ 는 $[1, u, v, w, T, k, \omega]$ 이며, C 는 변수가 온도 T 인 경우만 비열 C_p 를 나타내고 그 외에는 1의 값을 갖는다. 운동량방정식은 직각좌표 속도(cartesian velocity)를 종속변수로 사용하며 엔탈피(enthalpy)로 표현된 에너지방정식은 온도에 대해 명시적(explicit)으로 표현되었다. 난류방정식은 Wilcox[8]의 $k-\omega$ 를 사용하였다. Wilcox의 $k-\omega$ 에서 변수 ϕ 는 난류유동에너지 k 와 $\omega (= \epsilon/k)$ 이고 난류 와점성계수 μ_t 와 난류확산계수는 식 (2)으로 표현된다.

$$\mu_t = \rho k / \omega, \quad \Gamma_k = \mu + \sigma^* \mu_t, \quad \Gamma_{\omega} = \mu + \sigma \mu_t \quad (2)$$

$$S_k = P_k + G_k - \rho \beta^* k \omega, \quad S_{\omega} = \alpha \frac{\omega}{k} G - \beta \rho \omega^2 \quad (3)$$

k 와 ω 의 생성 및 소멸은 원천항에 포함되며 식 (3)과 같다. 그리고 Wilcox의 $k-\omega$ (1998) 난류 모델에서 사용된 상수 값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
a &= \frac{13}{25}, \quad \beta = \beta_0 f_\beta, \quad \beta^* = \beta_0^* f_{\beta^*}, \quad \sigma = \frac{1}{2}, \quad \sigma^* = \frac{1}{2}, \quad \beta^* = \frac{9}{125} \\
f_\beta &= \frac{1+70\chi_\omega}{1+80\chi_\omega}, \quad \chi_\omega = \left| \frac{\Omega_{ij}\Omega_{ik}S_{ki}}{(\beta_0^*\omega)^3} \right|, \quad \beta_0^* = \frac{9}{100} \\
f_{\beta^*} &= \frac{1+680\chi_k^2}{1+400\chi_k^2}, \quad \chi_k = \max\left[0, \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right]
\end{aligned} \tag{4}$$

2.2 수치 알고리즘 및 이산화 기법

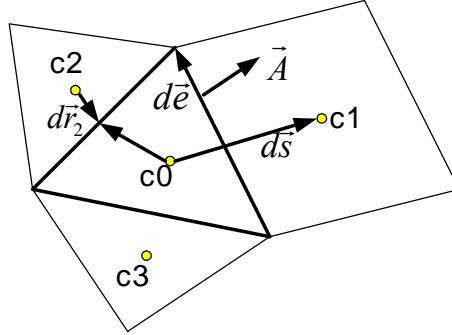


Fig. 1 Control volume and geometric vectors for discretisation.

수치계산 영역은 입의 모양의 셀로 구성되며 각각의 셀이 바로 검사체적이 되고 압력과 속도 성분을 모두 셀의 중심에 저장하는 셀중심 유한체적법을 사용하였다. 각 셀은 여러 개의 면으로 이루어져 있고 각 면의 중심에서 플럭스를 계산하여 적분한다. 대류항은 2차의 상류차분법을 사용하였으며 확산은 주확산항과 엇확산항으로 분리하여 주확산항은 셀 면에서 직접 이산화하고 엇확산항은 이웃하는 두 셀의 중심에서 구한 해의 구배를 이용하여 계산한다. 그리고 비정상항은 2차의 후방차분법으로 이산화하였다. 비정렬격자에서 이산화된 u-운동량 방정식은 다음과 같은 이산화방정식의 형태가 된다.

$$A p_0^u u_0 + \sum A_{nb} u_{nb} = S_0^u - \left(\frac{\partial p}{\partial x} \Omega \right)_0 \tag{5}$$

식 (5)는 셀의 개수만큼 연립방정식을 구성하며 이것은 Bi-CGSTAB을 이용하여 해를 구하게 된다. 비엇갈림 격자법에서 속도는 압력과 함께 셀의 중심에 저장되며 셀 면에서의 속도는 다음과 같은 방법으로 구한다.

셀 면에서의 속도

Rhie등의 압력가중대삽법을 비정렬격자와 같이 입의의 셀 면에 적용하면 다음과 같다.

Rhie-Chow의 PWIM :

$$\begin{aligned}
u_f &= u_{CD} - \left(\frac{u_{CD}}{A_p} \right) [(p_1 - p_0) - \nabla p \vec{ds}] \frac{n_x}{dn} = u_{CD} - D_p \\
u_{CD} &= w_f u_0 + (w_f - 1) u_1
\end{aligned} \tag{6}$$

식 (6)의 압력항은 압력의 3차 미분항으로 이산화된 연속방정식에서는 4차의 압력 미분항으로 작용한다. 이 Rhie-Chow의 PWIM은 중앙차분에 의한 면 속도에 수치적 압력감쇠항을 더한 것으로

로 표현할 수 있다. Miettinen[9]은 비엇갈림 격자에서 셀 면의 속도에 더해지는 압력감쇠항의 크기를 분석하고 벽면 근처의 셀에서는 이 압력감쇠항의 크기가 이웃하는 두 셀에서 내삽한 속도보다 더 커지는 것을 발견하였다. 압력감쇠항 D_p 가 u_{CD} 보다 커지는 것을 막기 위하여 압력감쇠항의 크기를 제한하면 다음과 같이 표현된다.

$$u_f = u_{CD} - \min(C_{limit}, \left| \frac{D_p}{U_{CD}} \right|) \times |U_{CD}| \text{sign}(D_p) \quad (7)$$

여기서 U_{CD} 는 중앙차분으로 구한 면 속도의 크기를 나타낸다. C_{limit} 은 0부터 ∞ 의 값을 가지며 $C_{limit} = \infty$ 은 Rhie-Chow법이 된다.

압력수정 방정식

식 (4)의 운동량방정식과 전단계 압력을 이용한 운동량방정식의 차로부터 보정속도 u' 에 관한 식을 얻는다. 그리고 $u'_0 = u'_{nb}$ 라는 SIMPLEC의 가정을 도입하여 정리하면 다음과 같은 속도수정 방정식을 얻을 수 있다.

$$u'_0 = \frac{-\Omega_0}{Ap'_0 + \sum A_{nb}} \left(\frac{\partial p'}{\partial x} \right)_0 = -d'_0 \left(\frac{\partial p'}{\partial x} \right)_0 \quad (8)$$

식 (8)은 셀 c0에 관한 속도 수정식이며, 셀 면에서의 수정속도는 이웃하는 두 셀의 값을 평균해서 얻을 수 있다. 연속방정식을 셀 면에서의 수정 질량유량으로 표현하면 식 (9)가 된다.

$$\sum J_f = \sum J_f^* + \sum J_f = 0 \quad (9)$$

$$\begin{aligned} J_f &= \rho_f (u'_f A_x + v'_f A_z + w'_f A_z) \\ &= -\rho_f \left[d_f^u \left(\frac{\partial p'}{\partial x} \right)_f A_x + d_f^v \left(\frac{\partial p'}{\partial y} \right)_f A_y + d_f^w \left(\frac{\partial p'}{\partial z} \right)_f A_z \right] \end{aligned} \quad (10)$$

식(10)은 셀 면에서 $\nabla p'$ 을 필요로 하나 압력수정방정식을 풀기 전에는 p' 을 알 수 없기 때문에 반복 계산(multi-correction)을 하지 않으면 $\nabla p'$ 을 얻을 수 없다. SIMPLEC와 같은 계산법에서는 p' 은 아주 작은 값이며 최종적으로 소거되는 값이므로 식(11)을 사용하여 $\nabla p'$ 을 구한다.

$$\nabla p'_f \approx (p'_1 - p'_0) \frac{\hat{n}}{ds \cdot \hat{n}} \quad (11)$$

$$J_f = -\rho_f \left[d_f^u \frac{n_x}{ds \cdot \hat{n}} A_x + d_f^v \frac{n_y}{ds \cdot \hat{n}} A_y + d_f^w \frac{n_z}{ds \cdot \hat{n}} A_z \right] \times (p'_1 - p'_0) \quad (12)$$

식 (9)에 식 (12)를 대입하면 p' 에 대한 이산화방정식을 얻을 수 있다.

3. 결과 고찰

• Mayinger 실험

Mayinger등은 물에 나트륨화합물을 용해시켜 전류를 흘려 열을 발생시켰다. 외벽의 온도는 일정하게 유지하고 Ra' 수에 따라 벽면의 평균 Nusselt수를 얻었다.

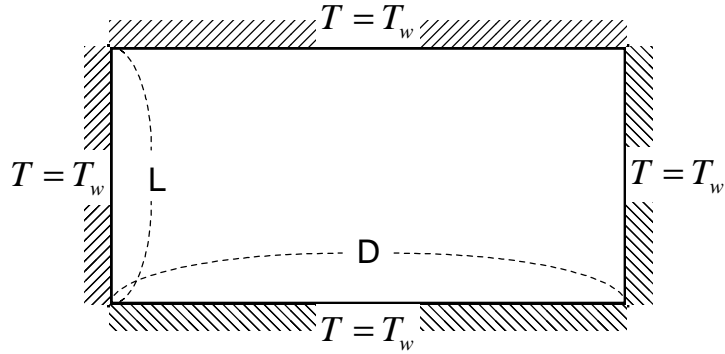


Fig. 2 Geometry and boundary conditions for natural convection in a rectangular cavity with volumetric heat source.

실험에 사용된 물의 Prandtl수는 7이며 직사각형 cavity의 가로세로비(L/D)가 0.5보다 작은 경우에 대하여 실험에서 얻은 평균 Nu수는 다음의 상관식으로 표현된다.

$$\begin{aligned}
 Ra' \text{ 수의 적용범위} &: 1 \times 10^7 \leq Ra' \leq 1 \times 10^{10} \\
 \overline{Nu}_{up} &= 0.345 Ra'^{0.233} \quad \text{for upper wall} \\
 \overline{Nu}_{sd} &= 0.6 Ra'^{0.19} \quad \text{for side wall} \\
 \overline{Nu}_{dn} &= 1.389 Ra'^{0.095} \quad \text{for downward wall}
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

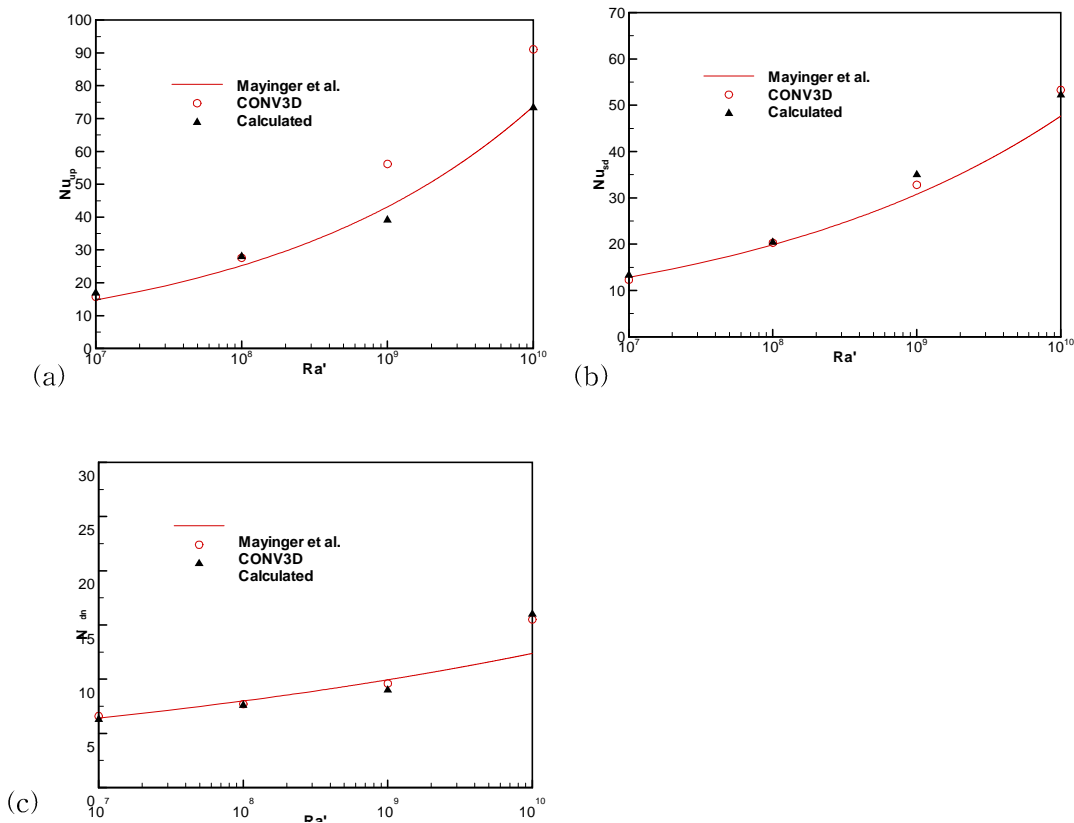


Fig. 3 Comparison of average Nu number at (a) upper wall, (b) side wall, (c) downward wall

직사각형 cavity내의 자연대류 열전달을 2차원으로 모의하여 LILAC 코드로 계산하였으며 벽면에서의 평균 Nu수를 Mayinger의 상관식 및 CONV 코드의 계산 결과와 비교하였다(Fig. 3). Mayinger등은 반원형의 cavity내의 열원이 있는 자연대류 현상을 실험하였으며 그 기하학적 형상과 경계조건은 fig. 4에 나타내었다. 실험에서 얻은 평균 Nu수는 다음의 상관식으로 표현되며 Ra' 수의 적용범위는 1×10^7 에서 5×10^{10} 까지 이다.

$$\begin{aligned} \overline{Nu}_{up} &= 0.36 Ra'^{0.23} \quad \text{for upper wall} \\ \overline{Nu}_{dn} &= 0.54 Ra'^{0.18} \quad \text{for downward wall} \end{aligned} \quad (14)$$

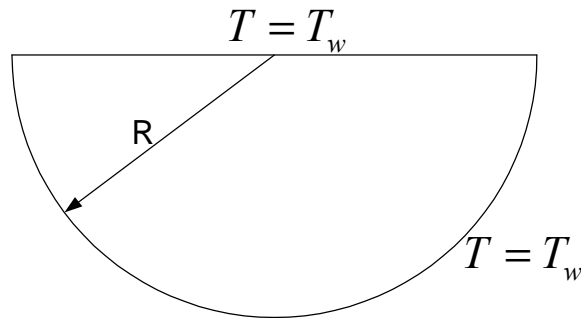


Fig. 4 Geometry and boundary conditions for natural convection in a semicircular cavity with volumetric heat source.

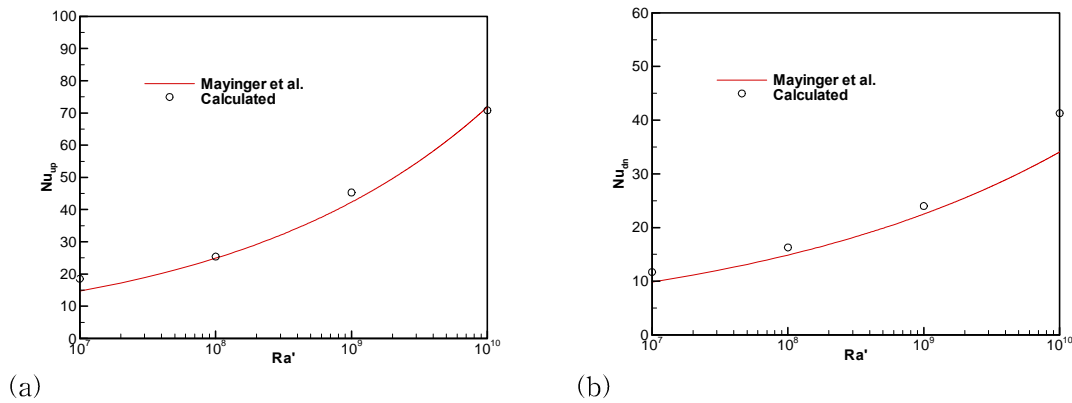


Fig. 5 Comparison of average Nu number at (a) upper wall, (b) downward wall

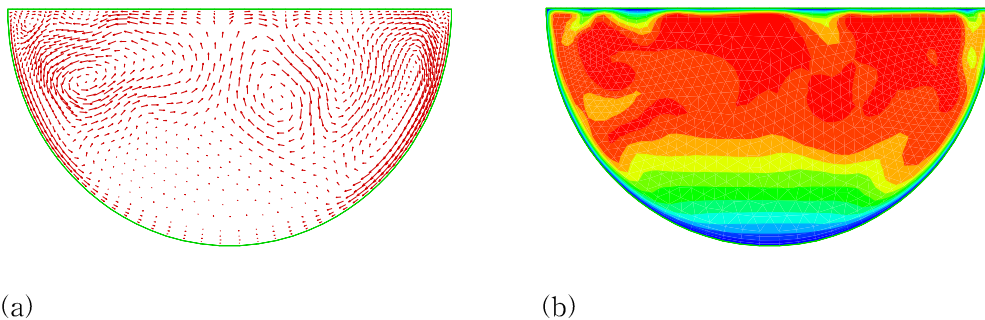


Fig. 6 (a) Velocity vectors and (b) temperature contours at $Ra' = 10^{10}$

Fig. 5와 6은 2차원 계산 결과이며 같은 문제를 3차원으로 계산하여 실험결과와 비교하였다. Fig. 7의 온도 분포는 상부와 하부로 나뉘어져 있으며 하부는 벽면에서 위로 올라가면서 온도가 상승하여 매우 안정적인 반면 상부는 온도 분포가 역전되어 대류유동이 매우 활발히 일어나고 있음을 볼 수 있다. Fig. 8에서는 Rayleigh수에 따른 평균 Nusselt수를 실험으로부터 얻은 상관식과 비교하였다.

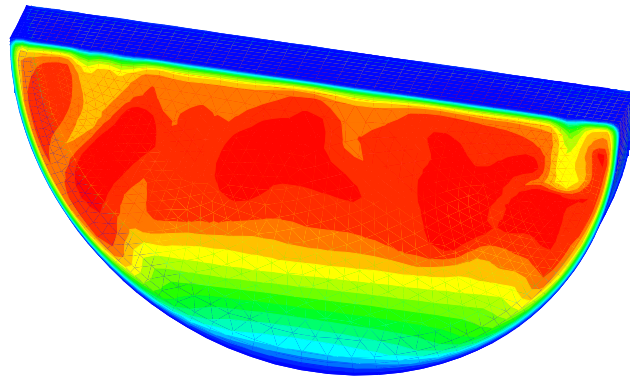


Fig. 7 3-dimensional calculation of natural convection in a semicircular cavity with volumetric heat source. Temperature field at $Ra'=10^{10}$

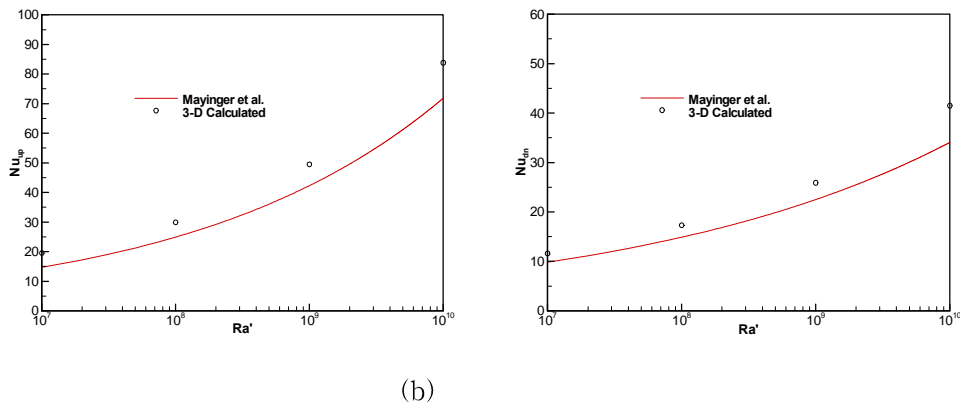


Fig. 8 3-dimensional results of average Nu number at (a) upper wall, (b) downward wall

• mini-ACOPO 실험 해석

mini-ACOPO 실험은 내부 발열을 모의하는 대신 고온의 풀이 저온 외벽으로 열을 발산하면서 냉각되는 cool-down 실험이다. Cool-down 실험의 특징은 다른 실험에서처럼 열원을 모의하기 위한 Joule 가열이나 microwave 가열이 필요 없고 냉각울로부터 수정 Rayleigh수를 계산한다.

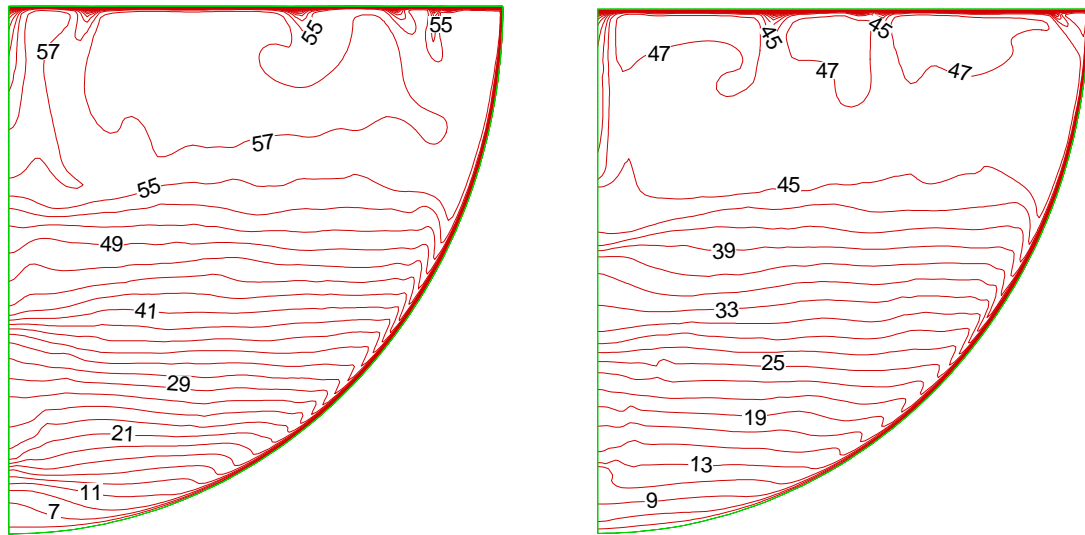
$$\int \frac{\partial}{\partial t} (\rho C_p T) d\Omega + \sum q'' S = 0 \tag{15}$$

식(15)는 풀 전체에 대한 에너지 보존방정식을 나타낸 것으로 풀의 경계로 빠져나가는 열속 q'' 의 면적 적분한 열량은 풀의 냉각울과 같다. 이 냉각울 항을 우변으로 넘기면 열원이 있는 에너지 방정식이 된다.

mini-ACOPO 실험은 직경 22cm의 반구형 실험 장치를 사용하였고, A 실험은 물을 이용하였으며 B 실험은 프레온을 상사물로 이용하였다. mini-ACOPO 실험에서 유효 단위 체적당 열량은 다음 식으로 계산된다.

$$\dot{q}_v'' = (S_{up}\dot{q}_{up}'' + S_{dn}\dot{q}_{dn}'')/V \quad (16)$$

mini-ACOPO B 실험은 Prandtl수의 영향을 평가하기 위하여 약 100°C의 물을 사용하고 외벽의 온도는 3, 26, 66°C로 냉각하였다. 이 실험에서 Prandtl수는 물의 온도에 따라 약 2.5~11의 값을 갖는다. B3 실험에 대하여 LILAC 코드로 계산을 하였으며 물의 초기온도는 100°C, 외벽의 온도는 3°C이다. 해석 영역은 축대칭 2차원으로 모의하였으며 $k-\omega$ 난류모델을 사용하였다. Fig. 8은 계산된 온도장을 보여주는 것으로 (a)는 5분, (b)는 7분이 지난 시점에서 결과이다.



(a) (b)
Fig. 8 Calculated temperature contours for mini-ACOPO B3 experiment, (a) T=300s, (b) T=420s.

반구의 벽면을 따라 형성된 경계층에 의하여 등온도선은 큰 변화를 보여주고 있다. 이 벽면을 따라 흘러 내려가면서 냉각된 유체는 다시 반구 바닥에서 풀의 중심부로 상승하면서 온도가 올라간다. Fig. 8의 온도장에서는 수평의 등온도선으로 나타나 있는 부분으로 매우 안정하게 성층화가 이루어져 있음을 알 수 있다. 풀의 상부에서는 수평 벽의 낮은 온도에 의해 활발한 자연대류가 발생하고 있다. 특히 상부벽 근처에서 생성되는 thermal spike는 시간에 따라 위치를 바꾸고 있는 것을 볼 수 있다.

mini-ACOPO 실험은 초기의 풀과 외벽의 온도차에 의해 자연대류가 발생하고 서서히 냉각되는 실험이다. 시간에 따라 냉각율의 감소, 풀의 체적평균 온도의 감소로 인한 풀의 Prandtl수 변화 등으로 풀의 수정 Rayleigh수는 감소한다.

$$\begin{aligned} \text{mini-ACOPO : } N_{dn} &= 0.048Ra'^{0.27} \quad , \quad \text{for } 10^{12} < Ra' < 3 \times 10^{13} \\ N_{dn} &= 0.0038Ra'^{0.35} \quad , \quad \text{for } 3 \times 10^{13} < Ra' < 7 \times 10^{14} \end{aligned} \quad (17)$$

Fig. 9는 수정 Rayleigh수에 따른 평균 Nu수의 변화를 보여주고 있다. mini-ACOPO 실험에서 구한 상관식 (17)과 비교하였을 때 계산 결과는 10%의 오차범위 안에 들어감을 알 수 있다. 상사물을 이용한 용융 폴의 자연대류 실험의 중요한 결과는 반구의 벽면을 따라 Nusselt수의 분포를 파악하는 것으로 Fig. 10은 반구의 벽면을 따라 Nusselt수의 분포를 계산 값과 mini-ACOPO 실험 결과를 비교한 것이다. 계산 결과는 2, 4, 6, 8분 후의 값으로 서로 상사성을 보여주고 있다.

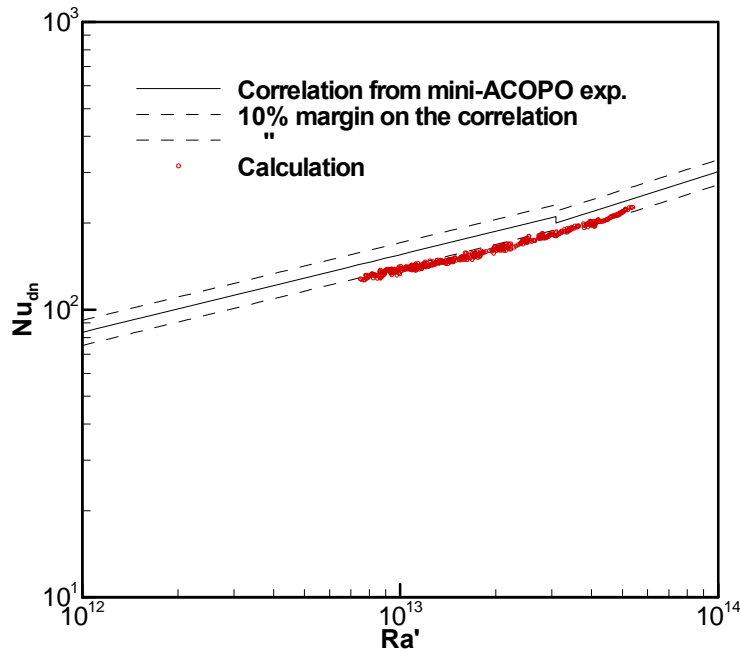


Fig. 9 Variation of Averaged downward Nusselt number with modified Rayleigh number.

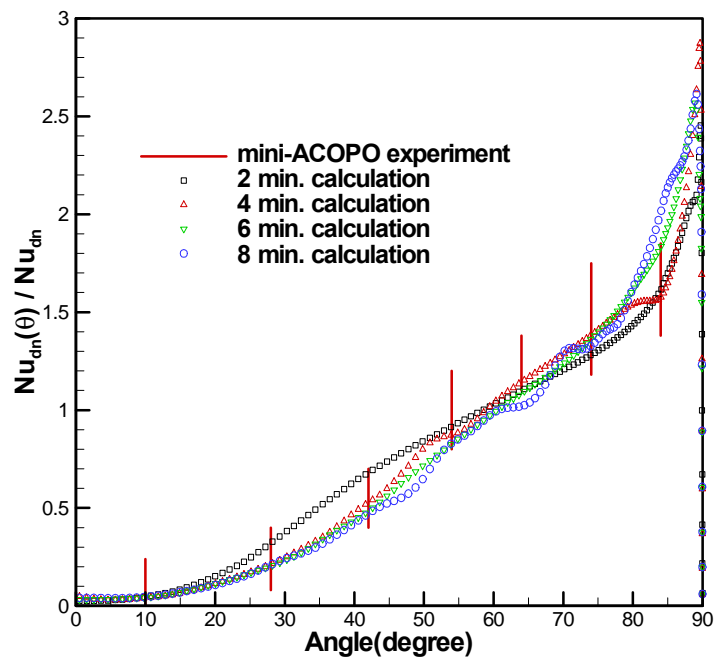


Fig. 10 Distributions of local Nusselt numbers over the lower boundary.

4. 결론 및 향후 과제

노내 노심용융물 냉각해석 코드인 LILAC을 이용하여 높은 Rayleigh수의 자연대류 열전달 실험을 해석하였다. 발열을 모의한 Mayinger 실험을 해석하였으며 그 결과를 분석하였다. 수정 Rayleigh수에 따른 Nusselt수는 실험 상관식과 비슷한 값을 보였으며 계산된 속도와 온도장에서는 높은 Rayleigh수 자연대류의 일반적인 유동특성이 잘 나타났다. Mini-ACOPO실험을 계산한 결과 하반구의 평균 열속은 실험의 10% 오차범위 내에 들어가는 것으로 나타났으며 각 시간 별 열속 분포는 매우 유사한 분포를 보여주었다.

원자로 하반구에 재배치된 core debris가 붕괴열로 인해 용융이 일어나면 밀도차에 의해 산화물층과 금속층으로 혹은 U층과 Zr층 등으로 성층화가 발생할 수 있다. 이 성층화는 단일층의 유동과는 다른 유동 구조와 열속 분포를 가진다. 특히 층간의 인터페이스 바로 아래지점에서는 열속이 집중되는 focusing 효과가 나타나며 이것에 의한 열속의 크기를 정확히 예측하는 것은 Vessel의 건전성을 평가하는데 있어 매우 중요한 부분이 될 것이다.

후기

본 연구는 과학기술부 중장기과제에서 재정적 지원을 받았습니다.

참고문헌

- [1] Mayinger, F, et al., "Examination of Thermohydraulic Processes and Heat Transfer in a Core Melt," BMFT RS 48/1, 1976
- [2] Frantz, B. and Dhir, V.K., "Experimental Investigation of Natural Convection in Spherical Segments of Volumetrically Heated Pools," Thermal Hydraulics of Severe Reactor Accidents, ASME, National Heat Transfer Conference, V.192, pp.69-76
- [3] Kymalainen, O. et al., "In-Vessel Core Debris Heat Transfer Experiments," EPRI Final Report TR-108877, 1998
- [4] Theofanous, T.G. et al., "In-Vessel Coolability and Retention of a Core Melt," DOE/ID-10460, 1995
- [5] Surenkov, A.I. et al., "Results of Salt Experiments on Simulation of Heat Transfer in the Corium Melt at the RASPLAV-A-Salt Facility," RP-TR-28, RRC KI Moscow, 1997
- [6] 김종태 외, "노내 노심 용융물의 냉각 해석 코드 LILAC-meltpool 개발," KAERI/TR-2126, 2002
- [7] Rhie, C.M. and Chow, W.L., "Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Airfoil with Trailing Edge Separation," AIAA J. Vol.21, No.11, pp.1525-1532, 1983
- [8] Wilcox, D.C., Turbulence Modeling for CFD, DCW Industries, 2000
- [9] Miettinen, A., "A Study of the Pressure Correction Approach in the Colocated Grid Arrangement," Ph.D. thesis, Helsinki Univ. of Tech., 1997