2002 추계학술발표회 논문집
한국원자력학회

# 이유체 모델을 통한 비압축성 이상유동 해석코드개발 : 예비계산 및 plume 검증실험

## (CFD code development for incompressible two-phase flow using two-fluid model : preliminary calculation & plume validation experiment)

허병길, 정창현
서울대학교
서울특별시 관악구 신림동 산 56-1

윤한영, 어동진, 송철화
한국원자력연구소
대전광역시 유성구 덕진동 150

### 요약

유한체적법 및 SMAC 방법을 이용하여 다차원 이상유동 해석을 위한 수치해석 코드를 개발하였다. 계산결과의 비교를 위해 기포의 유동 경향을 파악하기 위한 실험도 병행하여 수행하였다. 비교결과 전반적으로 기하구조의 차이에 따른 기포의 거동을 계산결과가 잘 예측하고 있음을 알 수 있었다. 개발된 코드의 광범위한 적용을 위하여 계면 상관식들에 대한 보완 및 추가가 이루어져야 하며 이의 검증을 위한 실험이 수행되어야 한다.

### ABSTRACT

A multidimensional numerical code for solving incompressible two-fluid is presented based on the finite volume method (FVM) and the simplified marker and cell (SMAC) method. Details of the present method and comparisons between the calculation and experiment are described for two-dimensional flow patterns of bubbly flow which show good agreement. Further implementations of the interfacial correlations are required for

the application of the present code to various two-phase problems.

## 1. 서론

현재 원자력 발전소의 비정상 및 사고 조건하에서 안정성 분석을 위해서는 이상유동에 대한 정확한 예측이 필수적이다. 일반적으로 이상유동에 대한 열수력학적 현상을 예측하기 위해서는 수학적인 모델들과 실험적인 상관식에 의존하고 있다. 발전소의 안전성 분석에서 열전달 및 유동분포 분석 시 접하는 이상유동의 해석은 구조의 복잡성으로 인하여 매우 어려운 현실이다. 따라서, 대부분의 이상유동에 대한 해석은 실험에 의존하고 있는 실정이며 수치해석 측면에서는 제한적인 평가가 이루어지고 있다. 그러나, 충분한 장치를 갖춘 실제 크기의 실험이라도 물리량의 스케일 분석에 대한 문제와 기대하지 않은 역(adverse)현상으로 인하여 수행하는데 많은 어려움을 겪고 있다. 또한 실험은 많은 부대장치와 시간을 요구하므로 이에 대한 고비용의 부담을 안고 있다. 이에 이상유동에 대한 정확한 모델 개발을 통한 수치계산에 관심이 증가하고 있다. 과거에는 이상유동에 대한 모델이 상당히 제한적이었으며 수치계산기법과 컴퓨터 성능의 제한성으로 인한 많은 부담을 안고 있었다. 그러나, 이와 같은 문제가 많이 해결된 현 시점에서는 수치계산을 통한 이상유동의 정확한 해석에 초점이 맞춰지고 있다.

수치해석 측면에서 Tomiyama et al.은 SMAC(the Simplified Maker And Cell) 방법을 통한 다차원 비압축성 이상유동에 대해 이유체 모델의 계산을 수행하여 이차원 기포유동에서의 유동경향을 예측하였다.[1] 계산격자로는 직각의 Staggered 격자를 적용하였는데 이 격자구조는 다차원의 복잡한 계산영역을 모델링하는데 어려움이 있다. Minato et al.은 제어체적법(control volume method)를 통해 다차원 이상유동을 해석하였는데 Staggered 격자에서와 다르게 속도 및 압력을 계산 격자 중심에서 정의하였다.[2, 3] 이와 같은 격자구조는 유한체적법에서 주로 사용되며 임의의 격자형태를 허용함으로써 다차원의 복잡한 구조의

해석이 용이하다. 한편 이 방법에서는 속도 및 압력을 동일한 위치에 배치함으로써 수치 불안정성을 초래할 수 있는데 이는 격자 경계면에서의 값들을 보정함으로써 해결할 수 있다[4]. Tobias et al.은 이유체 모델에서 상들의 상호반응항을 모델링하여 삼차원적 CFD 코드의 구성을 통해 실험과 비교분석을 수행하였다.[5]

본 연구에서는 비압축성 이상 유동 해석을 위한 다차원 수치해석 코드를 개발하였다. 수치해석 방법으로는 유한체적법을 통하여 임의의 다차원 형상에 대한 격자구조를 적용하도록 하였으며, 얻어진 차분화된 방정식에 SMAC 방법을 적용함으로써 비정상상태에서의 계산이 효율적으로 수행되도록 하였다. 또한, 계산된 기포 거동 경향에 대한 비교검증을 위해 실험을 수행하여 계산결과와 비교하였다.

## 2. 이상유동 방정식과 수치계산 방법

다차원 비압축성 유체에 대한 이상 유동 해석을 위하여 차분 방법(discretization)으로는 유한 체적법(finite volume method)를 사용하였으며 이유체 모델을 풀기 위하여 SMAC(the Simplified Marker And Cell) 수치해법을 사용하였다.

### 1) 이유체 모델의 지배방정식

계산에 사용된 이유체 모델의 지배방정식은 $k$ 상(액체상, 기체상)에 대해 다음과 같다.

질량 보존 방정식

$$\frac{\partial}{\partial t} a_k r_k + \nabla \cdot (a_k r_k u_k) = 0 \qquad (1)$$

(액상의 연속방정식) + (기상의 연속방정식) : $\nabla \cdot (a_g u_g + a_l u_l) = 0$ (2)

운동량 보존 방정식

$$\frac{\partial}{\partial t} a_k r_k u_k + \nabla \cdot a_k r_k u_k \cdot u_k = -a_k \nabla p + F_{ik} + F_{vk} + a_k r_k g + a_k m_k \nabla^2 u_k \qquad (3)$$

여기에서, $F_{ik}$ , $F_{vk}$ 는 각상에 대한 계면전달(interfacial drag)항과 가상질량(virtual mass)에 대한 항이다. 또한 기체와 액체의 압력은 같다고 가정하는데 이는 표면장력이 이상유동에 거의 영향이 없는 경우에 유효하다.[6, 7]

계면상관식으로는 Andersen의 모델을 도입하였다.[8] 이 모델은 이상유동 혼합액(mixture)에서 drift 속도와 중력으로 평가되는 계면 마찰계수와 drift flux 이론에 바탕을 두고 있다. 기포율과 각 상들의 속도들 사이의 관계는 다차원 계산에서 자동적으로 고려되어진다. 다차원 계산에서 변형된 Andersen 모델은 다음과 같다.

$$F_{ig} = -F_{il} = a_g a_l \left(r_l - r_g\right) g \frac{\left|u_g - u_l\right|\left(u_g - u_l\right)}{V_{gj}^2}$$

이 모델에서 계면 마찰계수는 중력,$\left(r_l - r_g\right)g$ 과 drift 속도, $V_{gj}$ 에 의해 구해질 수 있다. 또한 drift 속도에 대해서는 기포유동에서 Zuber와 Findlay의 상관식을 도입하였다.[8]

$$V_{gj} = 1.53\left[\frac{sg\left(r_l - r_g\right)}{r_l^2}\right]^{1/4}$$

2) 수치계산방법

본 연구에서는 위의 지배방정식을 차분화하기 위하여 유한체적법(Finite Volume Method)를 사용하였다. 일반적으로 사용되는 유한차분법(Finite difference method)에서는 변수들을 계산하기 위하여 대상 셀에서의 값들뿐만 아니라 이웃한 셀에서의 값들도 알아야 한다. 예를 들어 기체속도를 계산하는데 있어서 이웃한 셀이 물로 차 있다면 이웃한 셀에서의 기체속도는 얻어질 수 없다. 또한, 일반적인 staggered 격자구조에서는 각 상의 속도 $u_k$ 와 각 상의 질량 $a_k r_k$ 는 다른 위치에서 정의 되어진다. 따라서, 상 $k$ 의 질량속(mass flux), $a_k r_k u_k$ 를 계산은 같은 위치에서 그 값을 얻기 위해 $u_k$ 와 $a_k r_k$ 의 내삽(interpolation)이 이루어져야 한다. 만약 이웃한 두 셀의 유동패턴이 기포유동(bubbly flow)와 슬러그유동

(slug flow)로 다르다면 두 셀의 내삽을 통해 얻어진 질량속은 기포유동이나 슬러그유동에 속하는 것이 아니므로 물리적이 않다. 따라서, 이러한 문제점들을 피하기 위하여 모든 변수들이 같은 위치에서 계산되는 유한체적법과 nonstaggered 격자구조를 사용한다.

위의 질량과 운동량에 대한 지배방정식은 다음과 같이 단순화된 일반적인 형태로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial t} f_k + \nabla \cdot y_k = b_k \tag{4}$$

여기에서, $f_k$ 는 각 상에 대한 보존되는 양으로 즉, 질량과 운동량을 나타낸다. $y_k$ 는 유동에 의해 보존되는 양속(flux)이며, $b_k$ 는 각 상에 대한 source와 sink 항이다. 이는 표 1에 잘 나타나 있다.

표 1. 이유체 모델에서의 보존량

| | $f_k$ | $y_k$ | $b_k$ |
|---|---|---|---|
| 질량 | $a_k r_k$ | $a_k r_k u_k$ | - |
| 운돌량 | $a_k r_k u_k$ | $a_k r_k u_k \cdot u_k$ | $-a_k \nabla p + F_{ik} + F_{vk} + a_k r_k g + a_k m_k \nabla^2 u_k$ |

수치해석에 있어 유동면적은 제어체적으로 나누어지고 식 (4)는 각 체적에 대하여 적분되어진다.

$$\frac{\partial}{\partial t}\langle \Phi_k \rangle V_{cv} + \int y_{ks} \cdot n_s dS_{cv} = \langle B_k \rangle V_{cv} \tag{5}$$

식 (5)에서 $\langle \ \rangle$ 는 각 제어체적에 대한 평균값을 의미하며 $y_{ks}$ 는 제어체적 경계에서의 flux를 의미한다.

$$\langle \Phi_k \rangle = \int f_k dV_{cv} / V_{cv} \ , \ \langle B_k \rangle = \int b_k dV_{cv} / V_{cv}$$

식 (5)를 다시 정리하여 차분화하여 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{f_k^{n+1}-f_k^{n}}{\Delta t}V_{cv}+\sum_j y_{ks}^{j}\cdot n_s^{j}\cdot S_{cv}^{j}=\langle B_k\rangle V_{cv} \tag{6}$$

이상에서 언급한 유한체적법을 통해 얻어진 방정식을 풀기 위하여 본 연구에서는 다차원 비압축성 이상유동 해석을 위해 사용되는 SMAC 방식을 사용하였다. SMAC 방식에 대한 알고리즘은 그림 1과 같다.

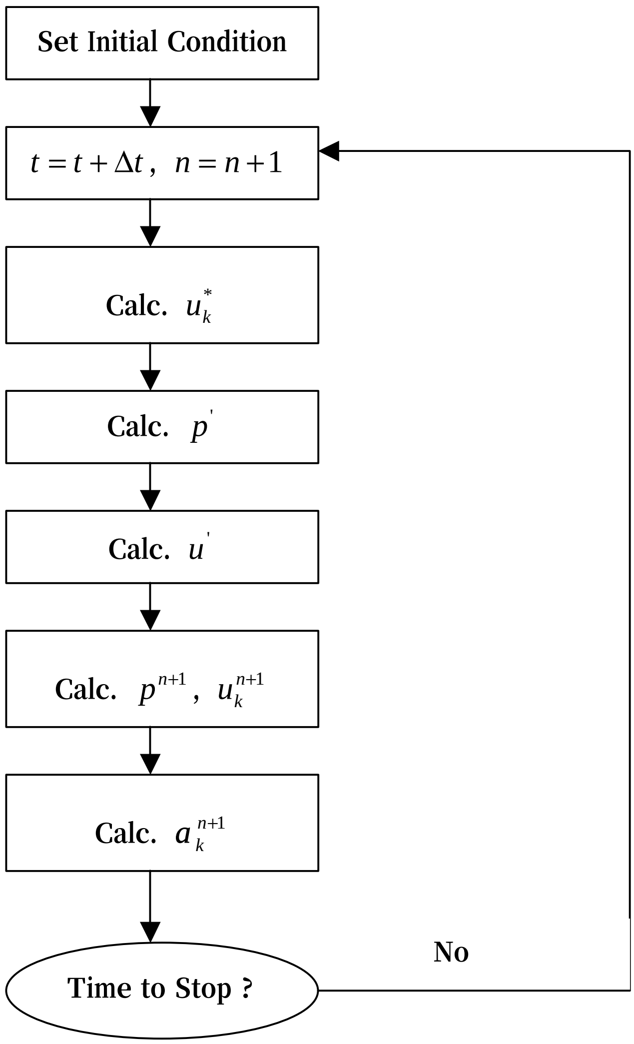



그림 1. SMAC 계산 알고리즘

(1) 운동량 방정식 (3)을 이용하여 intermediate velocity $u_g^*$ , $u_l^*$ 를 구한다.

운동량 보존방정식은 질량 보존 방정식과는 달리 하나의 상의 속도변화는 다른 상에 계면전달항과 가상질량항을 통해 크게 영향을 미치므로 두 상에 대한 방정식이 동시에 풀어진다. 각 상의 운동량 방정식 (3)을 계면전달항과 가상질량항을 나타내어 정리한다.

$$a_g r_g \frac{\partial u_g}{\partial t} = F_g - D\left|u_g - u_l\right|\left(u_g - u_l\right) - V\left(\frac{\partial u_g}{\partial t} - \frac{\partial u_l}{\partial t}\right) \tag{7}$$

$$a_l r_l \frac{\partial u_l}{\partial t} = F_l + D\left|u_g - u_l\right|\left(u_g - u_l\right) + V\left(\frac{\partial u_g}{\partial t} - \frac{\partial u_l}{\partial t}\right) \tag{8}$$

여기에서, $F_g$ 와 $F_l$ 은 각각 상들에 대한 대류항, 확산항, 중력항, 압력항을 포함하고 있다. 우변의 두번째 항은 계면전달항에 대한 것이고 세번째 항은 가상질량에 대한 것이다. 또한, $D$ 와 $V$ 는 기포율과 유체의 물리량에 대한 식으로 나타난다. 속도차의 절대값, $\left|u_g - u_l\right|$ 이 바로 전 시간에서 얻어진 속도들의 값으로 구하여지므로 같다고 가정 ($D_b = D\left|u_g - u_l\right|$)하여 식 (7)과 (8)은 차분화한다.

$$a_g r_g \frac{u_g^* - u_g^n}{\Delta t} = F_g^n - D_b\left(u_g^* - u_l^*\right) - V\left(\frac{u_g^* - u_g^n}{\Delta t} - \frac{u_l^* - u_l^n}{\Delta t}\right) \tag{9}$$

$$a_l r_l \frac{u_l^* - u_l^n}{\Delta t} = F_l^n + D_b\left(u_g^* - u_l^*\right) + V\left(\frac{u_g^* - u_g^n}{\Delta t} - \frac{u_l^* - u_l^n}{\Delta t}\right) \tag{10}$$

(2) 질량 보존식 (2)를 만족하기 위하여 각상의 속도와 압력의 수정치를 각각 $u_g^{'}, u_l^{'}, p^{'}$ 로 표현한다.

$$u_g^{n+1} = u_g^* + u_g^{'} \tag{11}$$

$$u_l^{n+1} = u_l^* + u_l^{'} \tag{12}$$

$$p^{n+1} = p + p^{'} \tag{13}$$

(3) 식 (11) ~ (13)을 운동량방정식에 대입하여 정리하면 액상과 기상에 대하여 다음과

같다.

$$a_g \frac{u_g^{n+1} - u_g^*}{\Delta t} \left( = a_g \frac{u_g^{'}}{\Delta t} \right) = -C_1 a_g \nabla p^{'} \tag{14}$$

$$a_l \frac{u_l^{n+1} - u_l^*}{\Delta t} \left( = a_l \frac{u_l^{'}}{\Delta t} \right) = -C_2 a_l \nabla p^{'} \tag{15}$$

여기에서, $C_1$과 $C_2$는 기포율, 밀도, 계면전달계수의 함수로써 전개과정에서 상수로 나타난다.

(4) 식 (14)과 (15)의 양변에 Divergence($\nabla\cdot$)를 취하고 합하면 다음과 같다.

$$\nabla \cdot \left( a_g u_g^{n+1} + a_l u_l^{n+1} \right) - \nabla \cdot \left( a_g u_g^* + a_l u_l^* \right) = -C_3 \Delta t \cdot \nabla^2 p^{'} \tag{16}$$

식 (2)로부터 $\nabla \cdot \left( a_g u_g^{n+1} + a_l u_l^{n+1} \right) = 0$ 이므로 식 (15)는 $p^{'}$에 대한 선형 일차방정식으로 나타난다. 식 (16)를 계산하기 위해 본 연구에서는 ICCG(Incomplete Cholesky Conjugate Gradient) solver를 사용하였으며 $C_3$는 $C_1$과 $C_2$에 대한 상수이다.

(5) 단계 (4)에서 계산되어진 $p^{'}$를 통해 식 (14)과 (15)로부터 $u_g^{'}, u_l^{'}$를 계산하여 $u_g^{n+1}, u_l^{n+1}$을 결정한다.

(6) 새로운 time step으로 진행한다.

3) 경계조건

입구조건에는 기체와 액체의 속도와 기포율(void fraction)에 대한 정보를 주었으며 출구조건은 압력경계조건을 주었다. 또한 벽은 no-slip 조건을 적용하였다.

## 3. 코드검증 실험 및 계산

### 1) 이상유동 검증 실험

본 연구에서 개발된 코드의 검증을 위해 이상유동의 거동을 모사할 수 있는 실험장치를 구성하였다. 실험은 2D 기포 거동의 경향을 파악하기 위해 설계되었으며 가로 15 cm, 세로 20 cm, 폭 4 cm 크기의 아크릴로 제작되었다. 입구의 위치는 장치의 우측에서 1 cm 떨어진 곳에 두었으며 출구는 중앙과 좌측에서 1 cm 떨어진 곳에 두어 선택적인 실험이 수행 가능하도록 하였다. 다양한 기포거동을 파악하기 위해 높이 10 cm 지점에 길이 7 cm와 4 cm의 블록을 설치하였다. 기포 발생장치는 폭 1 cm와 길이 4 cm의 다공성 매질의 형태로 만들었다. 각 구멍의 크기는 0.325 mm이며 구멍의 개수는 총 100개로 두었다. 실험장치에 대한 도식도는 그림 2와 같다. 실험을 통해 얻어진 기포의 거동 경향은 사진촬영을 통해 코드 결과와 비교하였다.

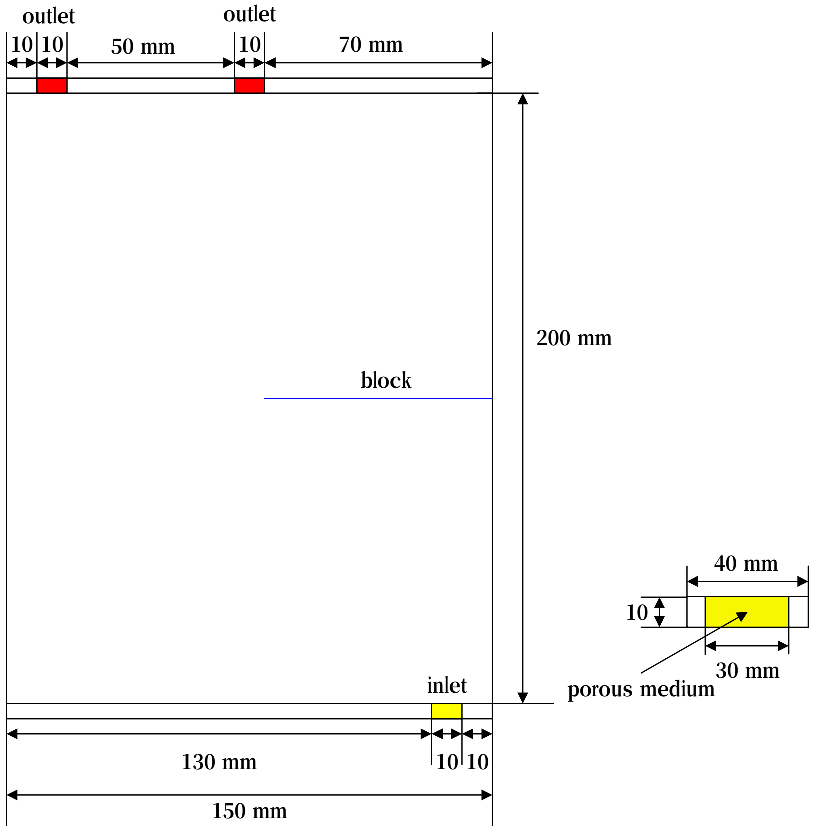



그림 2. 실험장치 및 기포발생기에 대한 도식도

2) 결과 비교 및 검토

본 연구에서 실험은 기포유량 2 liter/min와 1.5 liter/min의 경우에 대하여 수행하였다. 그림 3은 출구가 좌측, 기포유량이 2liter/min, 블록이 없는 경우에 대한 결과이다. 실험결과 기체와 액체의 속도장과 사진 촬영결과가 거의 일치함을 알 수 있다. 블록이 없는 경우 기포는 입구방향을 따라 벽을 따고 전진하며 상부에서 우측에서 좌측출구 방향으로 흐르는 것을 알 수 있다. 그림 4는 출구가 좌측, 기포유량이 1.5 liter/min, 블록이 4 cm인 경우에 대한 결과이다. 실험에서 보이는 블록상단에서의 강한 액체의 와류는 코드에서 잘 예측하고 있다. 기포는 블록 가장자리에서 상단 우측쪽으로 휘어져 움직이며 상부벽을 따라 좌측 출구쪽으로 전진한다. 전체적으로 실험결과를 코드결과가 잘 예측하고 있음을 알 수 있다. 그림 5는 출구가 좌측, 기포유량이 2 liter/min, 블록이 7 cm인 경우에 대한 결과이다. 기포는 블록 가장자리에서 상부로 올라가며 액체의 유동방향에 따라 4 cm 블록에서보다 더 큰 반경을 갖고 회전하며 좌측 출구쪽으로 향해 빠져나가고 있다. 전반적인 기포의 거동 및 액체, 기체의 흐름의 경향은 잘 예측하고 있다. 그러나, 블록이 없는 경우에 사진촬영과 실험결과의 차이점이 있다. 즉, 사진촬영 결과 좌측 중단에 발생하는 기포의 흐름을 기포율 계산결과에서는 예측을 잘 못하고 있다. 이는 사진촬영 시 셔터 속도의 감소에 따른 기포의 잔상현상에 의한 원인과 코드가 기포의 주흐름에서 떨어진 나온 개별적인 기포들의 현상을 잘 예측하지 못하기 때문이다. 따라서, 개발된 코드의 광범위한 적용을 위하여 계면 상관식들에 대한 보완 및 추가가 이루어져야 하며 이의 검증을 위한 실험이 수행되어야 한다.

## 4. 결론

본 연구에서는 비압축성 이상 유동 해석을 위한 다차원 수치해석 코드를 개발하였다. 수치해석 방법으로는 유한체적법을 통하여 임의의 다차원 형상에 대한 격자구조를 적용하도록 하였으며, 얻어진 차분화된 방정식에 SMAC 방법을 적용함으로써 비정상상태에서의 계산이

효율적으로 수행되도록 하였다. 또한, 계산된 기포 거동 경향에 대한 비교검증을 위해 실험을 수행하여 계산결과와 비교하였다. 비교결과 개발된 해석코드는 기포의 유동 경향을 전반적으로 잘 예측하고 있으나 기체의 주유동 방향에서 이탈된 기포들의 거동 모사에는 개선의 여지가 있었다. 따라서, 앞으로 계면 상관식에 대한 추가 연구가 수행되고 이를 검증할 보다 정량적이고 다차원적인 실험이 수행되어야 한다. 이렇게 개발된 모델 및 코드는 유동패턴과 복잡한 기하구조에 따른 실험수행의 어려움을 극복할 수 있는 수단을 제공하며 이상유동 현상의 이해에 도움을 줄 것이다.

## 5. 참고문헌


[1] Akio Tomiyama, Isao Kataoka et al., ‘Numerical solution method for incompressible multidimensional two-fluid model’, 일본기계학회논문집, 59권, 566호, pp. 69~74, 1993.

[2] Akihiko Minato, Kazuhide Takamori et al., ‘Accelerated solution method of multi-dimensional gas-liquid two-phase flow using two-fluid model’, 일본원자력학회지, 37권, No. 6, pp. 65~72, 1995.

[3] Akihiko Minato, Shigeto Murata,. ‘Two-dimensional analysis of discharge flow of high-pressure saturated water from orifices’, Nuclear Eng & Des, v.131, pp. 25~36, 1991.

[4] Rhie, C. M., Chow, W. L. ‘A numerical study of the turbulent flow past an isolated airfoil with trailing edge separation.’, AIAA J., 21, pp. 1525~1532, 1983.

[5] Tobias Giese, Eckart Laurien et al., ‘Experimental and numerical investigation of gravity-driven pipe flow with cavitation’, Proceedings of ICONE10, Arilington, VA, April 14-18, 2002.

[6] M. Ishii, ‘Thermo-Fluid Dynamic Theory of Two-Phase Flow’, Eyrolles, Paris, 1975.

[7] D. A. Drew, ‘Continuum modeling of two-phase flows, in: Theory of Dispered Multiphase Flow’, ed. R.E. Meyer, Academic Press, NewYork, pp. 173-190, 1983.

[8] J.G.M. Andersen, Trans. Am. Nucl. Soc. 41, pp. 669~671, 1982

[9] N. Zuber, J. A. Finadlay, Trans ASME, Ser. C 87, pp. 453~468, 1965

## Nomenclature

| | | | |
|---|---|---|---|
| $b$ | source (conserved quantity/m$^3$ s) | $F_i$ | interphase drag (N/m$^3$) |
| $F_v$ | virtual mass force (N/m$^3$) | $g$ | gravity constant (m/s$^2$) |
| $n$ | unit vector | $p$ | pressure (Pa) |
| $S_{cv}$ | area of control volume boundary (m$^2$) | $t$ | time (s) |
| $u$ | velocity (m/s) | $V$ | added mass force coefficient |
| $V_{gj}$ | drift velocity (m/s) | $a$ | void fraction |
| $r$ | density (kg/m$^3$) | $s$ | surface tension (N/m) |
| $f$ | density of conserved quantity | $y$ | flux of conserved quantity |

*Subscripts*

| | | | |
|---|---|---|---|
| $k$ | phase (g for gas, $l$ for liquid) | $s$ | control volume boundary |

*Superscripts*

| | |
|---|---|
| $n$ | time step |

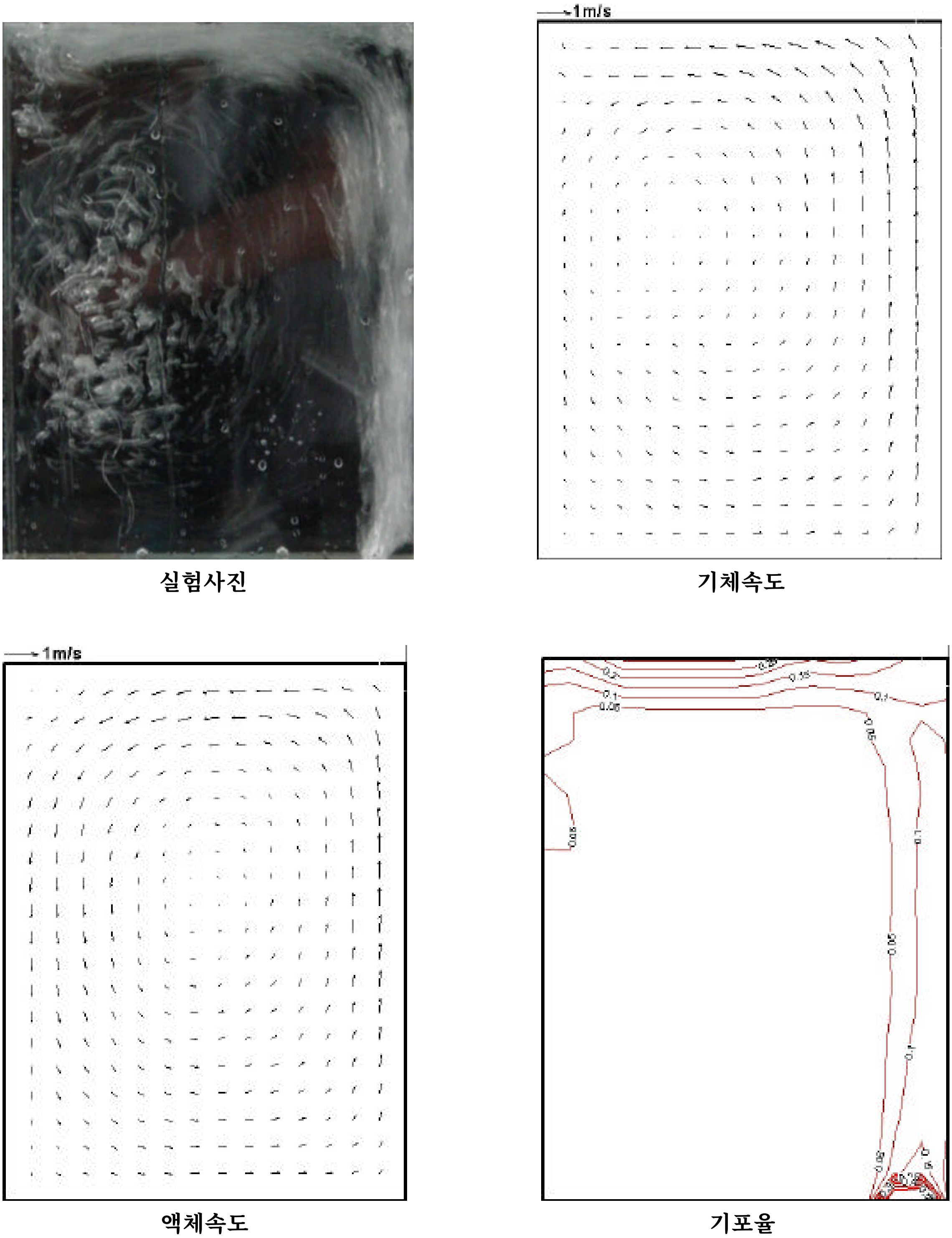
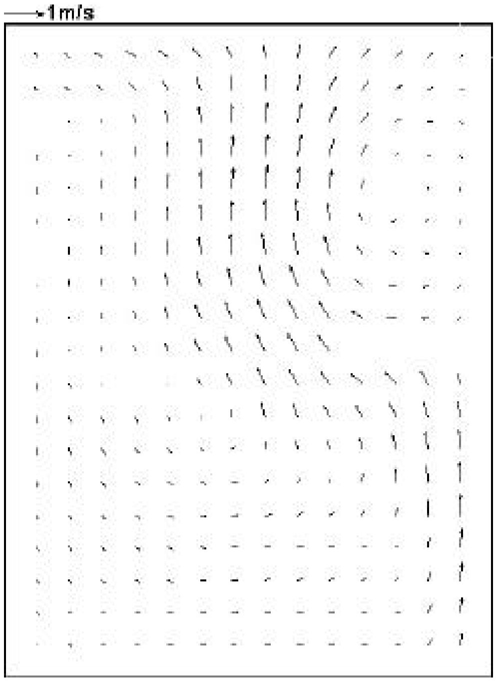
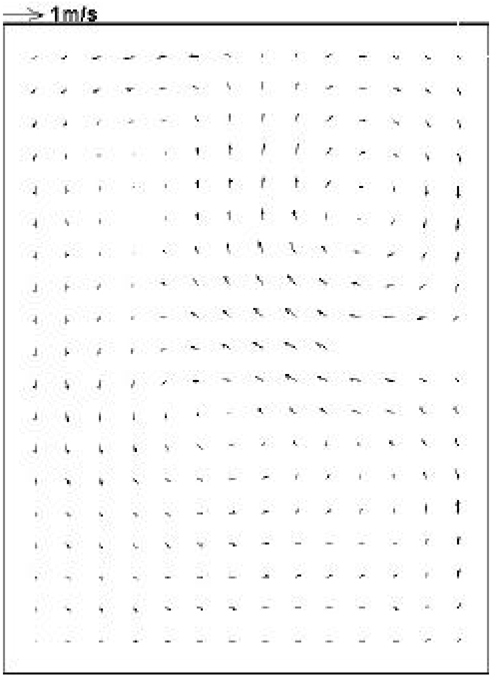



**그림 3. 블록이 없는 실험 및 계산 결과 (2.5 초)**

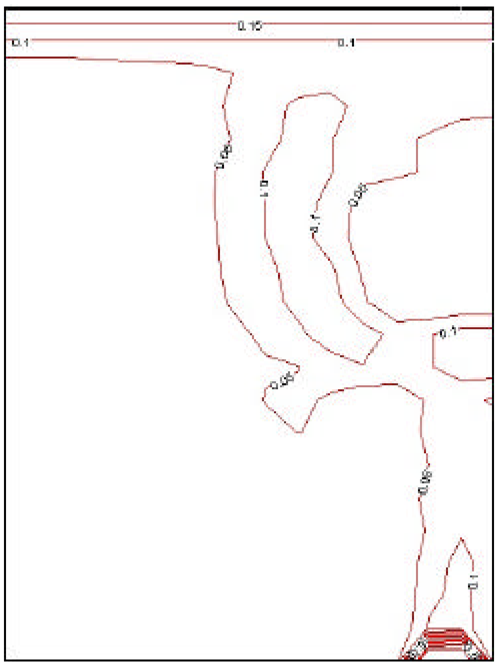
실험사진




기체속도



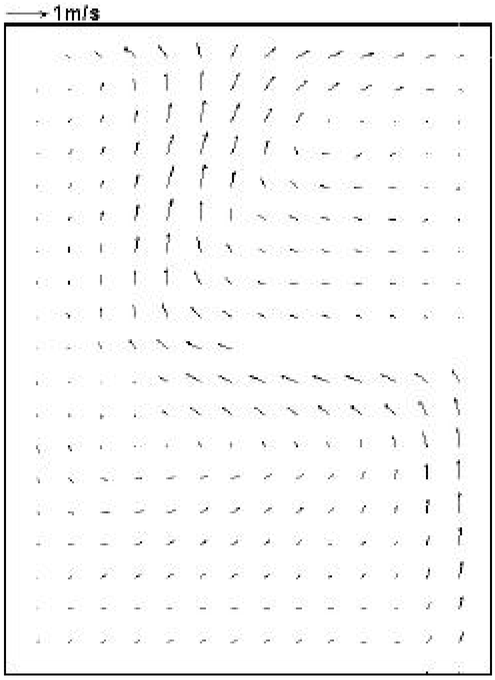

액체속도



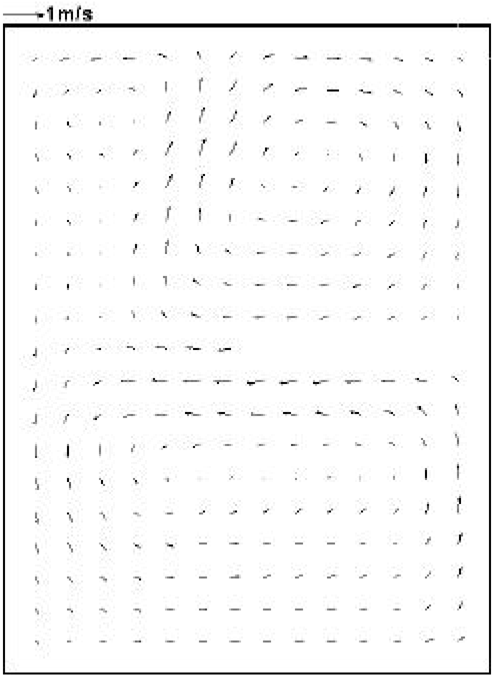

기포율

그림 4. 4 cm 블록에서의 실험 및 계산 결과 (1.7 초)

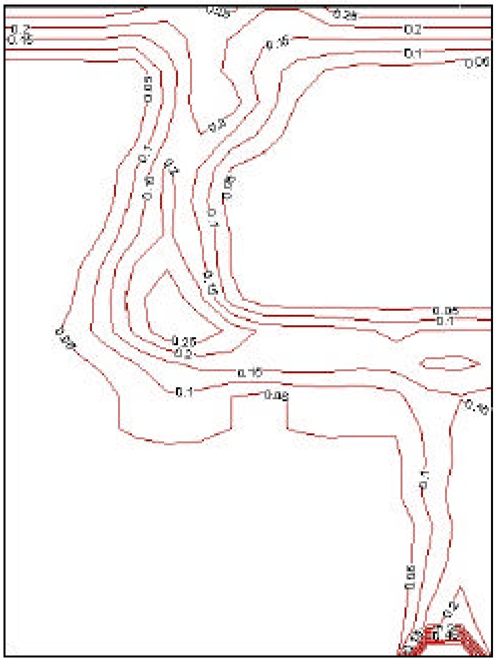
실험사진




기체속도




액체속도



기포율

**그림 5. 7 cm 블록에서의 실험 및 계산 결과 (1.4 초)**