

3-유체 모델에서 Virtual Mass Force의 수치안정성에 대한 효과 분석  
Analysis of Virtual Mass Force Effects On The Numerical Stability  
Of Three-Fluid Model

임호곤, 황문규  
한국원자력연구소  
대전광역시 유성구 덕진동 150

요 약

액적장을 포함한 3-유체(Three-Fluid) 모델에서 가상 질량 항의 수치안정성 향상에 대한 효과를 분석하였다. 기본 모델과 가상 질량 항을 갖는 모델에 대한 특성값 분석을 수행하여, 가상 질량 항을 갖는 모델은 충분히 큰 가상 질량 계수에 대해 실근의 특성값을 가질 수 있음을 보였다. 또한 원자로 계통 분석코드에서 광범위하게 사용되고 있는 Semi-Implicit 차분법에 대하여 선형 폰 노이만 수치안정성 분석을 수행하였다. 이 분석을 통해 수치안정성은 모델의 특성값에 의해 결정되며, 가상 질량 항을 포함한 모델이 기본모델에 비하여 수치 안정성이 향상됨을 보였다.

Abstract

The effects of virtual mass force on the numerical stability has been examined for three-fluid model including droplet field. Characteristic analysis was performed for both basic model and the model with virtual mass force between phases. It was shown that the model with virtual mass force could have real characteristics provided that the virtual mass force coefficient is sufficiently large. Linearized Von-Neumann analysis was also performed for the semi-implicit numerical scheme, which is widely used for reactor thermo-hydraulic code. We found that numerical stability of three-fluid model could be enhanced when the virtual mass force term were included in the model.

1. 서 론

원자력 연구소에서는 원자로 계통 열수력 거동을 모사하기 위해 다차원 열수력 코드인 MARS를 개발하였다[1]. MARS 코드는 다차원 열수력 모의를 위한 코드인 COBRA-TF와 일차원 계통 모델을 위한 코드인 RELAP5/MOD3를 기반으로 개발되었다. 두 코드의 수치계산 기법이 통합되었으며 코드의 구조는 재구성 및 현대화되었다.

MARS의 다차원 모듈의 기반으로 쓰인 COBRA-TF코드는 노심내의 액적의 거동을 보다 자세히 기술하기 위해 액적장을 포함한 3-유체 모델을 사용하고 있다[2]. COBRA-TF 코드에서는 지배 방정식을 단순화 하기위해 2-유체 모델에서와 같이 각 상의 압력 및 경계면에서의 압력은 동일하다는 가정을 사용한다. 이러한 가정은 2-유체 모델에서처럼 방정식이 쌍곡형이 되지 못하고 Ill-posed되어 수치계산의 불안정성을 발생시킬 수 있다.[3] 실제로 일부의 계산에서는 이와 유사한 문제가 발생한 경우가 있으며 3-유체 모델의 수치 안정성에 대한 고찰이 필요한 것으로 판단된다.[4]

본 연구에서는 3-유체 모델의 특성 분석(Characteristic Analysis)을 통하여 기본 방정식의 형태를 조사하였으며 가상 질량항을 포함한 방정식 계의 특성값의 변화를 고찰하였다. 기본 방정식은 2-유체 방정식 계에서와 같이 허근의 특성값을 가짐을 알 수 있었으며 가상 질량항이 포함되었을 때 특성값이 실근이 될 수 있음을 보였다.

또한 원자로 열수력 계통 분석코드에서 광범위하게 사용되고 있는 수치해법인 Semi-implicit 차분방법에 대해 수치선형 폰 노이만 수치 안정성 분석을 수행하였다. 본 분석을 통해 특성값이 실근을 가지면 안정적인 해를 얻을 수 있음을 보였다. 가상 질량항을 포함한 모델과 기본 모델과의 비교를 위하여 특정 열수력 조건에서의 증배행렬(Amplification Matrix)의 특성값을 비교함으로써 가상 질량항을 포함한 3-유체 모델이 기본 모델에 비해 안정적임을 입증하였다.

## 2. 본 론

### 가. 특성값 분석

#### (1)기본모델

3유체 방정식의 형태를 알아보기 위해 특성 분석을 수행하였다. 등 에너지 유동을 가정하면 에너지 방정식이 제외되고 이 경우 기본적인 비점성의 3-유체 모델은 다음과 같다.

질량방정식:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{a}_g \mathbf{r}_g) + \frac{\partial}{\partial x}(\mathbf{a}_g \mathbf{r}_g v_f) = \Gamma_g \quad (1a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{a}_f \mathbf{r}_f) + \frac{\partial}{\partial x}(\mathbf{a}_f \mathbf{r}_f v_f) = \Gamma_f \quad (1b)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{a}_e \mathbf{r}_e) + \frac{\partial}{\partial x}(\mathbf{a}_e \mathbf{r}_e v_e) = \Gamma_e \quad (1c)$$

$$\mathbf{a}_g + \mathbf{a}_f + \mathbf{a}_e = 0 \quad (1d)$$

운동량 방정식:

$$\mathbf{a}_g \mathbf{r}_g \frac{\partial v_g}{\partial t} + \mathbf{a}_g \mathbf{r}_g v_g \frac{\partial v_g}{\partial x} + \mathbf{a}_g \frac{\partial p}{\partial x} = M_g \quad (2a)$$

$$\mathbf{a}_f \mathbf{r}_f \frac{\partial v_f}{\partial t} + \mathbf{a}_f \mathbf{r}_f v_f \frac{\partial v_f}{\partial x} + \mathbf{a}_f \frac{\partial p}{\partial x} = M_f \quad (2b)$$

$$\mathbf{a}_e \mathbf{r}_e \frac{\partial v_e}{\partial t} + \mathbf{a}_e \mathbf{r}_e v_e \frac{\partial v_e}{\partial x} + \mathbf{a}_e \frac{\partial p}{\partial x} = M_e \quad (2c)$$

여기서 아래 첨자  $g, f, e$ 는 증기, 액체, 및 액적을 나타내며, 오른쪽의 항들은 미분 항을 포함하지 않는 생성 항들을 나타낸다. 특성값 분석을 위해 각 방정식의 미분 항들을 전개하고 계산을 단순화 하기위해 비압축성 유동을 가정하면 다음의 방정식을 얻을 수 있다.

질량방정식:

$$\frac{\partial \mathbf{a}_g}{\partial t} + \mathbf{a}_g \frac{\partial v_g}{\partial x} + v_g \frac{\partial \mathbf{a}_g}{\partial x} = 0 \quad (3a)$$

$$\frac{\partial \mathbf{a}_f}{\partial t} + \mathbf{a}_f \frac{\partial v_f}{\partial x} + v_f \frac{\partial \mathbf{a}_f}{\partial x} = 0 \quad (3b)$$

$$\frac{\partial \mathbf{a}_e}{\partial t} + \mathbf{a}_e \frac{\partial v_e}{\partial x} + v_e \frac{\partial \mathbf{a}_e}{\partial x} = 0 \quad (3c)$$

운동량 방정식:

$$\mathbf{a}_g \mathbf{r}_g \frac{\partial v_g}{\partial t} + \mathbf{a}_g \mathbf{r}_g v_g \frac{\partial v_g}{\partial x} + \mathbf{a}_g \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (4a)$$

$$\mathbf{a}_f \mathbf{r}_f \frac{\partial v_f}{\partial t} + \mathbf{a}_f \mathbf{r}_f v_f \frac{\partial v_f}{\partial x} + \mathbf{a}_f \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (4b)$$

$$\mathbf{a}_e \mathbf{r}_e \frac{\partial v_e}{\partial t} + \mathbf{a}_e \mathbf{r}_e v_e \frac{\partial v_e}{\partial x} + \mathbf{a}_e \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (4c)$$

$$\mathbf{a}_g + \mathbf{a}_f + \mathbf{a}_e = 1 \quad (5)$$

식 (3)과 (4)의 방정식들을 행렬식으로 표시하면 식(6)을 얻을 수 있다.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{a}_g \mathbf{r}_g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{a}_f \mathbf{r}_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{a}_e \mathbf{r}_e & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{a}_g \\ \mathbf{a}_f \\ v_g \\ v_f \\ v_e \\ p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_g & 0 & \mathbf{a}_g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v_f & 0 & \mathbf{a}_f & 0 & 0 \\ -v_e & -v_e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{a}_g \mathbf{r}_g v_g & 0 & 0 & \mathbf{a}_g \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{a}_f \mathbf{r}_f v_f & 0 & \mathbf{a}_f \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{a}_e \mathbf{r}_e v_e & \mathbf{a}_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{a}_g \\ \mathbf{a}_f \\ v_g \\ v_f \\ v_e \\ p \end{pmatrix} = 0 \quad (6)$$

식 (6)에서 종속 변수  $\mathbf{a}_e$ 를 소거하기 위해 식 (1d)부터 다음의 관계식이 사용되었다.

$$\frac{\partial \mathbf{a}_e}{\partial t} = -\frac{\partial \mathbf{a}_g}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{a}_f}{\partial t}$$

$$\frac{\partial \mathbf{a}_e}{\partial x} = -\frac{\partial \mathbf{a}_g}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{a}_f}{\partial x}$$

식 (6)의 특성값은 다음의 식에 의해 구할 수 있다.

$$Det[IA-B] = \begin{vmatrix} \mathbf{I} - v_g & 0 & -\mathbf{a}_g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I} - v_f & 0 & -\mathbf{a}_f & 0 & 0 \\ -(\mathbf{I} - v_e) & -(\mathbf{I} - v_e) & 0 & 0 & -\mathbf{a}_e & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{a}_g \mathbf{r}_g (\mathbf{I} - v_e) & 0 & 0 & -\mathbf{a}_g \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{a}_f \mathbf{r}_f (\mathbf{I} - v_e) & 0 & -\mathbf{a}_f \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{a}_e \mathbf{r}_e (\mathbf{I} - v_e) & -\mathbf{a}_e \end{vmatrix} = 0 \quad (7)$$

식 (7)을 전개하여 다음의 4차의 다항식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \mathbf{a}_e \mathbf{r}_f \mathbf{r}_g (\mathbf{I} - v_g)^2 (\mathbf{I} - v_f)^2 \\ & + \mathbf{a}_g \mathbf{r}_f \mathbf{r}_e (\mathbf{I} - v_f)^2 (\mathbf{I} - v_e)^2 + \mathbf{a}_f \mathbf{r}_e \mathbf{r}_g (\mathbf{I} - v_e)^2 (\mathbf{I} - v_g)^2 = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

식 (8)으로부터 기본 모델의 특성값이 실수를 갖기 위한 조건을 살펴보면 다음과 같다.

(가)  $v_g = 0, v_f = 0, v_e = 0$

각각  $\mathbf{I} = v_f, v_e$ ,  $\mathbf{I} = v_g, v_e$ ,  $\mathbf{I} = v_g, v_f$  의 2중근

(나)  $v_g = v_f = v_e = v$

$\mathbf{I} = v$ 의 사중근

식 (8)은 위의 (가)와 (나)를 제외한 모든 영역에서 허근을 갖는다.

(2)가상 질량항을 갖는 모델

증기 와 액상, 증기와 액적사이에 가상 질량항을 갖는다고 가정하면 다음과 같은 운동량 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \mathbf{a}_g \mathbf{r}_g \frac{\partial v_k}{\partial t} + \mathbf{a}_g \mathbf{r}_g v_g \frac{\partial v_g}{\partial x} + \mathbf{a}_g \frac{\partial p}{\partial x} + C_{v,gf} \mathbf{a}_g \mathbf{a}_f \mathbf{r}_m \left( \frac{\partial (v_g - v_f)}{\partial t} + v_f \frac{\partial v_g}{\partial x} - v_g \frac{\partial v_f}{\partial x} \right) \\ & + C_{v,ge} \mathbf{a}_g \mathbf{a}_e \mathbf{r}_m \left( \frac{\partial (v_g - v_e)}{\partial t} + v_e \frac{\partial v_g}{\partial x} - v_g \frac{\partial v_e}{\partial x} \right) = M_g \end{aligned} \quad (9a)$$

$$\mathbf{a}_f \mathbf{r}_f \frac{\partial v_f}{\partial t} + \mathbf{a}_f \mathbf{r}_f v_f \frac{\partial v_f}{\partial x} + \mathbf{a}_f \frac{\partial p}{\partial x} + C_{v,gf} \mathbf{a}_g \mathbf{a}_f \mathbf{r}_m \left( \frac{\partial(v_f - v_g)}{\partial t} + v_g \frac{\partial v_f}{\partial x} - v_f \frac{\partial v_g}{\partial x} \right) = M_f \quad (9b)$$

$$\mathbf{a}_e \mathbf{r}_e \frac{\partial v_e}{\partial t} + \mathbf{a}_e \mathbf{r}_e v_e \frac{\partial v_e}{\partial x} + \mathbf{a}_e \frac{\partial p}{\partial x} + C_{v,ge} \mathbf{a}_g \mathbf{a}_e \mathbf{r}_m \left( \frac{\partial(v_e - v_g)}{\partial t} + v_g \frac{\partial v_e}{\partial x} - v_e \frac{\partial v_g}{\partial x} \right) = M_e \quad (9c)$$

여기서  $C_{gf}$  및  $C_{ge}$  는 각각 증기와 액체사이, 증기와 액적사이의 가상 질량계수를 나타내며 objective 형태의 가상 질량 항[5]이 사용되었다.

기본 모델에서와 동일한 방법으로 특성 다항식을 구하면 다음과 같이 나타내어진다.

$$\begin{aligned} & C_{gf} C_{ge} (\mathbf{I} - v_g)^2 (\mathbf{I} - v_f) (\mathbf{I} - v_e) \\ & + \mathbf{a}_f C_{gf} (\mathbf{I} - v_g) (\mathbf{I} - v_f) \{ (\mathbf{a}_g + \mathbf{a}_f)^2 \mathbf{r}_f (\mathbf{I} - v_f)^2 + \mathbf{a}_e \mathbf{a}_f \mathbf{r}_e (\mathbf{I} - v_e)^2 + \mathbf{a}_g \mathbf{a}_f \mathbf{r}_g (\mathbf{I} - v_g)^2 \} \\ & + \mathbf{a}_e C_{ge} (\mathbf{I} - v_g) (\mathbf{I} - v_e) \{ (\mathbf{a}_g + \mathbf{a}_e)^2 \mathbf{r}_e (\mathbf{I} - v_e)^2 + \mathbf{a}_f \mathbf{a}_e \mathbf{r}_f (\mathbf{I} - v_f)^2 + \mathbf{a}_g \mathbf{a}_e \mathbf{r}_g (\mathbf{I} - v_g)^2 \} \\ & \mathbf{a}_g \mathbf{a}_f \mathbf{a}_e \{ \mathbf{a}_e \mathbf{r}_f \mathbf{r}_g (\mathbf{I} - v_g)^2 (\mathbf{I} - v_f)^2 + \mathbf{a}_g \mathbf{r}_f \mathbf{r}_e (\mathbf{I} - v_f)^2 (\mathbf{I} - v_e)^2 + \mathbf{a}_f \mathbf{r}_e \mathbf{r}_g (\mathbf{I} - v_e)^2 (\mathbf{I} - v_g)^2 \} = 0 \quad (10) \end{aligned}$$

식 (10)에서 가상 질량계수가 0이면 기본모델의 특성 다항식과 동일한 형태를 갖는다. 가상질량 계수가 충분히 크면 좌항의 첫 번째 항이 지배적인 항이 되므로 근사적으로 다음의 특성값을 갖는다.

$$\mathbf{I} = v_f, v_f, v_g$$

여기서  $v_g$ 는 증근이다.

식(10)은 형태가 복잡하여 해석적인 값을 찾기가 어렵기 때문에 가상질량항의 특성값에 미치는 영향을 알아보기 위하여 특정한 열수력 조건하에서 다항식에 대한 특성을 조사하였다. 그림 1과 2는 각각 포화상태에서 120기압과 대기압에서의 특성값을 나타내고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 가상 질량계수가 작을 때는 특성값이 허근을 가질 수 있으며 가상질량 계수가 커지면 실근을 갖는다.

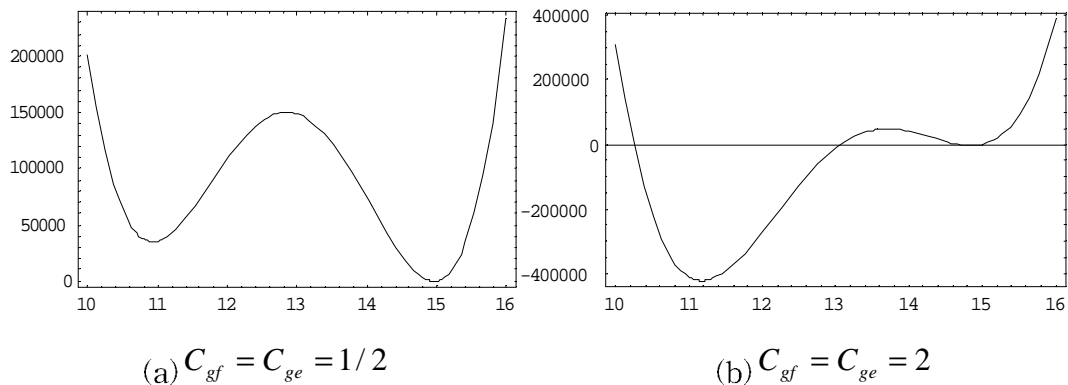
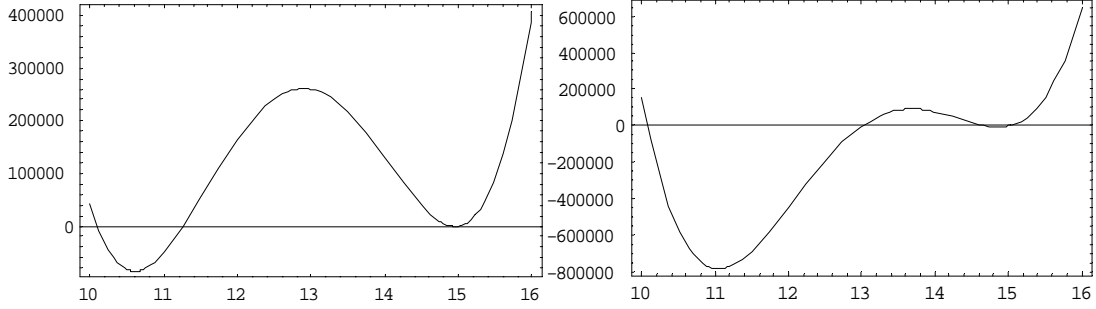


그림1 가상 질량계수에 따른 특성값 변화(120 atm)

$$\mathbf{a}_g = 0.5, \mathbf{a}_f = 0.4, \mathbf{a}_e = 0.1, \mathbf{r}_f = \mathbf{r}_e = 712.41 \text{ kg/m}^3, \mathbf{r}_g = 46.154 \text{ kg/m}^3$$

$$v_g = v_e = 15 \text{ m/s}, v_f = 10 \text{ m/s}$$



$$(a) C_{gf} = C_{ge} = 1/2$$

$$(b) C_{gf} = C_{ge} = 2$$

그림2 가상 질량계수에 따른 특성값 변화(대기압)

$$\mathbf{a}_g = 0.5, \mathbf{a}_f = 0.4, \mathbf{a}_e = 0.1, \mathbf{r}_f = \mathbf{r}_e = 958.39 \text{ kg/m}^3, \mathbf{r}_g = 0.5976 \text{ kg/m}^3$$

$$v_g = v_e = 15 \text{ m/s}, v_f = 10 \text{ m/s}$$

나. 수치 안정성 분석

(1) 기본모델

기본 모델 및 가상 질량 모델의 수치안정성을 조사하기 위하여 선형 폰 노이만 수치 안정성 분석이 수행되었다. 시간에 대해 Semi-implicit 차분 방법이 사용되었고 공간에 대해 Staggered Grid가 사용되었다 이 방법은 원자로 열수력 코드에 광범위하게 사용되고 있다. 분석을 간단하게 하기위해 전미분 항을 사용하여 식(1) 및 (2)를 정리하면 다음의 식을 얻을 수 있다

$$\text{질량방정식: } \frac{D_k \mathbf{a}_k}{Dt} + \mathbf{a}_k \frac{\partial v_k}{\partial x} = 0 \quad (11)$$

$$\text{운동량 방정식: } \mathbf{a}_k \mathbf{r}_k \frac{D_k v_k}{Dt} + \mathbf{a}_k \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (12)$$

$$\text{여기서, } \frac{D_k}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_k \frac{\partial}{\partial x}, \quad k = f, g, e$$

전미분 항을 제외한 모든 항은 새로운 시간 값으로 차분되어진다. 모든 항을 차분한 후에 각종 속변수들을 섭동항과 정상항의 합으로 표시하면 다음과 같다.

$$\Psi'_j = \Psi + d\Psi'_j \quad (13)$$

섭동항의 종속변수들은 푸리에 변환의 특정 파동수를 갖는 식으로 다음과 같이 표현 할 수 있

다.

$$d\Psi_j^t \approx d\Psi^t e^{ikx_j} \quad (14)$$

식 (11) 및 (12) 에 대해 식 (13) 및 (14)를 적용하고 정리하면 다음 형태의 행렬방정식을 구할 수 있다

$$\mathbf{A}\mathbf{U}^{t+\Delta t} = \mathbf{B}\mathbf{U}^t \quad (15)$$

수치 안정성을 가지기 위해서는 새로운 시간에 대한 벡터 U는 수렴하여야 하며 이를 만족하기 위해서는 식 (15)에서 증배 행렬  $\mathbf{G} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$ 의 특성값(eigenvalues)의 절대 값이 1보다 작거나 같아야 한다. 기본 모델의 증배행렬의 특성값은 다음의 식으로 나타내어진다.

$$Det[\mathbf{m}\mathbf{A} - \mathbf{B}] = |ik'\mathbf{m} \begin{vmatrix} \Gamma_g & 0 & \mathbf{a}_g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Gamma_f & 0 & \mathbf{a}_f & 0 & 0 \\ -\Gamma_e & -\Gamma_e & 0 & 0 & \mathbf{a}_e & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{a}_g \mathbf{r}_g \Gamma_g & 0 & 0 & \mathbf{a}_g \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{a}_f \mathbf{r}_f \Gamma_f & 0 & \mathbf{a}_f \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{a}_e \mathbf{r}_e \Gamma_e & \mathbf{a}_e \end{vmatrix} = 0 \quad (16)$$

여기서  $\Gamma_k = \frac{\mathbf{m} - 1 + \bar{v}_k(1 - \cos(k\Delta x/2) + i \sin(k\Delta x/2))}{ik'\mathbf{m}}$

$$k' = 2 \sin(k\Delta x/2) \quad \text{그리고} \quad \bar{v}_k = v_k \frac{\Delta t}{\Delta x}$$

식 (16) 는 식 (7)의 특성방정식과 같은 형태를 가지며, 특성 방정식의 해로부터 다음의 식을 구할 수 있다.

$$\prod_{i=1}^j (\Gamma_g - (\bar{I}_i - \bar{v}_g)) \prod_{l=j+1}^4 (\Gamma_f - (\bar{I}_l - \bar{v}_f)) = 0 \quad (17)$$

여기서  $\bar{I}_i = I_i \frac{\Delta t}{\Delta x}$  이고  $i$ 는 특성방정식의 특성값이다.

식(17)로부터 증배행렬의 특성값을 구할 수 있으며 다음의 식으로 표현된다.

$$\mathbf{m} = \frac{1 - \bar{v}_k(1 - \cos(k\Delta x/2) + i \sin(k\Delta x/2))}{1 - ik'(\bar{I}_i - \bar{v}_k)} \quad (18)$$

특성값 분석으로부터의 실근 여부에 따라 증배행렬의 수렴조건은 다음과 같이 나누어 구분할 수 있다.

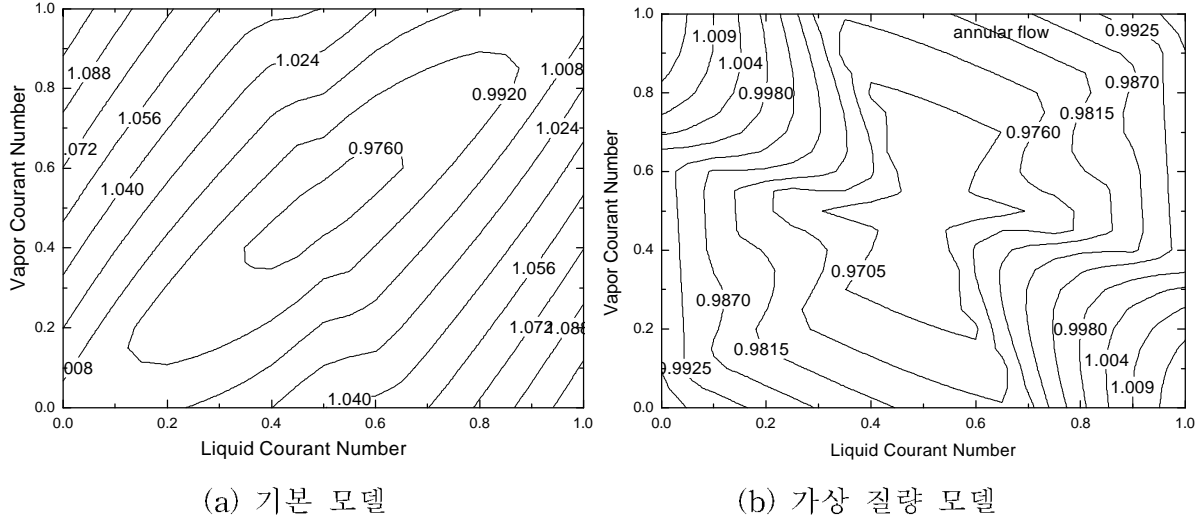
(가) 특성값이 실근인 경우

쿠란트 수 제한치(Courant number limit)가 지켜진다고 하면 다음의 부등식이 성립한다.





그림 3 Spectral Radius Contour 비교(대기압)



$$\mathbf{a}_g = 0.5, \mathbf{a}_f = 0.4, \mathbf{a}_e = 0.1, \mathbf{r}_f = \mathbf{r}_e = 958.39 \text{ kg/m}^3, \mathbf{r}_g = 0.5976 \text{ kg/m}^3$$

$$k\Delta x = \mathbf{p} / 6, \bar{v}_e = 0.5$$

그림 3 Spectral Radius Contour 비교(120기압)

### 3. 결론

본 논문에서는 3-유체 모델의 수치안정성 향상을 위한 가상 질량항의 수치안정성 향상에 대한 분석을 수행하였다. 특성값 분석을 통하여 가상질량항을 도입함으로써 특성값이 실근이 될 수 있음을 보였으며 semi-implicit 수치해법을 사용하는 경우의 폰 노이만 수치안정성 분석에서도 가상질량항의 도입에 의해 수치 안정성이 향상될 수 있음을 보였다. 연구소에서 개발하고 있는 원자로 열수력 코드인 MARS코드는 3-유체 모델을 사용하고 있으며 일차원 열수력 모듈도 삼차원 모듈과의 일관성을 유지하기 위해 3-유체 모델개발이 진행 중에 있다. 본 연구를 통해 3차원 열수력 모듈은 가상질량항을 갖고 있지 않기 때문에 수치 불안정성을 야기할 수 있는 것으로 나타났으며 따라서 이후 개발될 일차원 열수력 모듈과의 일관성을 유지하고 수치안정성을 향상할 수 있는 가상 질량 모델의 도입이 바람직하리라 판단된다.

후 기

본 연구는 과학기술부의 원자력 연구개발 사업의 일환으로 수행되었음

NOMENCLATURE

$\alpha$	volume fraction
$\Delta x$	volume length
$\Delta t$	time step size
$\Gamma$	vapor generation rate
$\rho$	mass density
$f$	mass flow rate
$u, v$	velocity
$p$	pressure
	virtual mass coefficient

#### *Subscripts*

$f$	liquid phase
$v$	vapor phase
$e$	droplet phase
$j$	node number
$m$	mixture
$K$	Scalar cell

#### *Superscripts*

$n$	time step advancement
-----	-----------------------

#### 참고문헌

1. Jeong, J.-J., Ha, K. S., Chung, B. D., Lee, W. J., "Development of A Multi-dimensional Thermal-Hydraulic System Code, MARS 1.3.1," *Annals of Nuclear Energy* 26(18), 1161-1642 (1999).
2. 임호곤, 이영진, 김경두, 정범동, "MARS 코드 3차원 열수력 모듈의 Water Packing 완화 루틴 개발" KNS Fall Meeting, 2002
3. Lyczkowski, R. W., Gidaspow, D., Solbrig, C.W., and Hughes, E. D., 1978, Characteristics and stability analysis of transient one-dimensional two-phase flow equations and their finite difference approximations, *Nucl. Sci. Eng* 66, 378.

4. M. J. Thurgood et al., "COBRA/TRAC - A Thermal-Hydraulics Code for Transient Analysis of Nuclear Reactor Vessels and Primary Coolant Systems", NUREG/CR-3046, 1982
5. Drew D., Cheng L., Lahey Jr. R. T. 1979. The Analysis of virtual Mass Effects in the Two-Phase Flow, Int. J. Multiphase Flow 5 233-242