

SMART 3차원 유동장 해석을 위한 난류모형 개발

Development of Turbulence Model for 3-Dimensional Flow Analysis of SMART

진건호, 황영동, 윤한영, 이규형, 김희철, 지성균
한국원자력연구소
대전광역시 유성구 덕진동 150

요약

본 연구의 목적은 일체형원자로 SMART의 복잡한 형상을 가진 유동장에서 형상에 종속되지 않는 난류모형을 개발하는 것이다. 일체형원자로의 일차계통은 가변단면과 곡률 그리고 다중벽면을 가지기 때문에 벽면 수직벡터, 벽면 수직거리, 벽면 감쇄함수와 같은 벽면을 정의해야 하는 모형은 유동해석을 어렵게 한다. 최근 이러한 복잡한 유동의 해석에 Durbin의 타원완화방정식 모형이 유용하게 응용되고 있다. 본 연구에서는 이 모형의 문제점들을 조사하여 SMART 일차냉각재계통 해석에 적용할 수 있는 다른 형태의 타원완화방정식을 개발하였다. 특히, 압력변형률과 소멸률을 타원완화방정식의 원천항에 완전 결합하여 모형하였으며 압력확산을 경계조건에서 간접적으로 영향을 받도록 하였다. 그리고 타원완화방정식이 대수영역에서 압력변형률이 증폭되는 문제를 극복하기 위하여 본 연구에서는 비균질 상태에서부터 새로운 타원연산자를 도입하였다. 새로 개발된 모형은 채널 유동에서 DNS 결과와 잘 일치하였으며 다른 모형과 비교하여 예측능력이 향상되었다.

Abstract

The objective of this study is to develop a geometry independent turbulence model for the flow analysis of SMART primary coolant system. Since the SMART primary coolant system consists of complex geometries such as variable cross section, streamline curvature and multi-wall, the analysis using turbulence model required the wall parameters such as the wall normal vectors and distances and wall damping functions is very difficult. Recently, Durbin's elliptic relaxation equation model have been used for the analysis of complex flows. The applicability of this model to the flow analysis of SMART primary system was investigated and a different form of elliptic relaxation equation was developed in this study. The pressure strain and dissipation terms are fully coupled with the source

term of the elliptic relaxation equation and the pressure diffusion is modified to be affected by boundary conditions indirectly. In addition, a new elliptic operator was introduced to correct the amplification of the pressure strain in the logarithmic layer from inhomogeneous situations. Analysis result with new model shows good agreement with DNS results for channel flows and leads to a improvement of the predictions in comparison with other models.

1. 서론

최근 전산해석 기술의 발전과 컴퓨터 성능의 향상으로 일체형원자로 SMART와 같이 복잡한 형상을 가진 원자로냉각재 계통의 3차원 유동 해석이 가능하게 되었다. 일체형원자로는 복잡한 유로 형상 때문에 1차원적 해석과 3차원적 해석은 많은 차이가 있다. 특히, 열 과 물질 혼합이 3차원 유동장에서 발생하는 경우 1차원적 해석으로는 어떤 유동특성도 확인 할 수 없다. 그리고 국부적인 유동특성의 조사가 어렵다. 따라서 일체형원자로 내 3차원 열유동 해석은 SMART 설계에 있어서 그 중요성이 증가하고 있다. 3차원 유동장은 주냉각펌프, 증기발생기 카세트, 원자로 하향유로, 노심하부, 노심 및 노심지지원통을 지나 주냉각펌프로 순환하는 일체형 유로이다. 해석하고자 하는 유로는 가변단면을 가지며, 심한 곡률을 수반하고 다중벽면을 동반하게 된다. 유동특성은 정상 운전시 자연대류를 수반한 고레이놀즈수 난류유동이다. 이런 복잡한 유동장을 해석하기 위하여 비정렬 격자계를 이용한 SMART 일차계통의 3차원 유동해석을 위한 전용 코드 TASS-3D를 개발하고 있다. 본 연구는 SMART 3차원 유동장 해석 코드 TASS-3D에 적용할 난류모형의 개발과 간단한 채널 유동장의 검증은 목적으로 하였다. 일차계통 3차원 유동장은 고레이놀즈수 난류유동이며 복잡한 유로 형상과 곡률을 동반하기 때문에 레이놀즈응력 모형의 적용은 경제적으로 어려운 실정이다. 따라서 본 연구는 $k-\epsilon$ 수준에서 조사되어질 것이다. 특히 복잡한 형상에서 적용이 용이한 Durbin[1991]의 타원완화방정식을 이용한 $k-\epsilon-v^2$ 모형에 대하여 조사하였다. 타원완화방정식은 저레이놀즈수 $k-\epsilon$ 모형이 가지는 몇 가지 문제점들의 상당 부분을 이론적으로 접근하였으며 산업적 응용에서도 좋은 예측을 보이는 모형이다. 이 모형은 대수영역에서 압력변형률의 증폭이 발생하는데 원형 모형 이후 연구 방향은 증폭에 대한 이유와 해결 방법에 대한 연구가 주류를 이루고 있다. 본 논문에서는 난류모형이 가지는 문제점과 타원완화방정식의 장단점을 조사하였다. 또 이 모형이 가지는 문제점들에 대하여 이론적으로 접근하였으며 채널 유동장을 통하여 DNS 결과를 비교 및 검증하였다.

2. 난류모형 개발

2.1 복잡한 유동장에 적용 가능한 난류모형

RANS(Reynolds Averaged Navier Stokes) 모형은 시간평균을 통한 난류모형으로 속도성분을 시간 평균속도와 요동속도로 나누어 Navier Stokes 방정식에 대입하여 구하여 진다. 이때 RANS

방정식에 새로운 추가항인 레이놀즈응력항이 발생하게 된다. 레이놀즈응력을 난류점성계수와 속도구배 형태로 모형하는 것을 와점성계수 모형이라 하며 레이놀즈응력을 RANS 방정식으로부터 간단한 변환을 통하여 유도한 레이놀즈응력방정식을 풀어 레이놀즈응력을 구하는 것을 레이놀즈응력 모형이라 한다. 레이놀즈응력 모형은 경제적으로 많은 계산 시간을 요구하기 때문에 본 연구는 2-방정식 모형인 $k-\epsilon$ 수준에서 개발되어질 것이다.

산업체에서 많이 적용하는 와점성계수 모형은 2-방정식 모형으로 $k-\epsilon$ 모형과 $k-w$ 모형으로 나눌 수 있다. 본 연구에서는 난류의 속도를 대표하는 k ($\equiv \overline{u_i u_i}/2$) 방정식과 길이척도를 대표하는 ϵ ($\cong k^{1.5}/l$) 방정식을 바탕으로 하는 $k-\epsilon$ 모형을 중심으로 조사하였다. $k-\epsilon$ 모형은 벽함수를 사용하는 고레이놀즈수 $k-\epsilon$ 모형, 난류점성계수를 비선형항까지 확장시킨 비선형 $k-\epsilon$ 모형, RNG $k-\epsilon$ 모형 그리고 타원완화방정식을 도입한 $k-\epsilon-v^2$ 모형으로 나눌 수 있다.

복잡한 형상에서 난류유동을 해석하기 위하여 난류모형은 몇 가지 조건들을 만족시켜야 한다. 벽면 감쇄함수(wall damping function)와 벽면 수직벡터(wall normal vector)는 벽면의 존재로부터 발생하는 것으로 곡률이 있는 경우와 다중벽면이 존재하는 경우에 이들을 정의하는 것은 어려운 문제다. 예를 들면 표준 $k-\epsilon$ 모형의 경우 무차원 벽면거리($y^+ = U_\tau y/\nu$)를 알아야 벽면 경계조건을 구할 수가 있다. y^+ 는 첫 번째 격자에서 벽마찰속도(wall friction velocity)와 벽으로부터 수직한 거리를 포함하게 되는데 이것은 모두 벡터들이다. 즉, 방향성을 가지고 있기 때문에 적용상에 문제가 된다. 그리고 저레이놀즈수 $k-\epsilon$ 모형에서는 감쇄함수의 사용이 문제가 된다. 고레이놀즈수 난류점성계수에 벽면의 영향을 고려하여 $\nu_T = C_\mu f_\mu k^2/\epsilon$ 로 사용한다. 가까운 벽면에서 감쇄함수 f_μ 는 y^+ 나 R_τ 로 정의 된다. 이런 문제점을 보완한 모형이 $k-\epsilon-v^2$ 모형이다. 이 모형은 달리 타원완화모형이라고도 하는데 난류점성계수 $\nu_T = C_\mu v^2 k/\epsilon$ 는 f_μ 대신 벽면수직 레이놀즈응력성분을 도입함으로 모형된다. 이후 절에서는 $k-\epsilon-v^2$ 모형의 문제점과 해결 방법을 제시하고 새로운 난류모형의 접근 방법을 제안할 것이다.

2.2 $k-\epsilon-v^2$ 의 새로운 접근

엄밀하게 유도되어진 비압축성 레이놀즈응력방정식과 그 배분항은 다음과 같다.

$$\frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} = P_{ij} + \Phi_{ij} + D_{ij}^v + D_{ij}^t + D_{ij}^p - \epsilon_{ij} \quad (1)$$

$$\Pi_{ij} = \Phi_{ij} + D_{ij}^p = \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\overline{p u_i}}{\rho} \delta_{jk} + \frac{\overline{p u_j}}{\rho} \delta_{ik} \right) \quad (2)$$

$$P_{ij} = - \left(\overline{u_k u_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_k u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) \quad (3)$$

$$D_{ij}^{\nu} + D_{ij}^t = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\nu \overline{\frac{\partial u_i u_j}{\partial x_k}} - \overline{u_i u_j u_k} \right) \quad (4)$$

$$\epsilon_{ij} = 2\nu \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k}} \quad (5)$$

레이놀즈응력방정식의 좌변항은 레이놀즈응력의 시간변화율과 대류항이며, 우변항들은 각각 평균 변형률에 의한 생성(P_{ij}), 점성확산(D_{ij}^{ν}), 난류확산(D_{ij}^t), 압력확산(D_{ij}^p), 소멸률(ϵ_{ij}) 그리고 압력구배-속도 상관관계(Π_{ij})로 구성되며, Π_{ij} 는 압력변형률(Φ_{ij})와 압력확산(D_{ij}^p)을 분리하여 모형하는 것이 일반적인 방법이다. P_{ij} 와 D_{ij}^{ν} 을 제외한 나머지 항들은 모두 모형이 요구된다.

$k - \epsilon - v^2$ 모형에서는 벽에 수직한 레이놀즈응력 성분 $v^2 (i = j = 2)$ 만 의미가 있기 때문에 이후 부터는 v^2 방정식에 대하여 언급되어질 것이다. Durbin[1991]은 타원완화방정식의 원천항 형태를 다음과 같이 정의 하였으며 이것은 많은 연구에서 이의 없이 적용되어 왔다.

$$\frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} = P_{ij} + F_{ij} + D_{ij}^{\nu} + D_{ij}^t + D_{ij}^p - \frac{\overline{u_i u_j}}{k} \epsilon \quad (6)$$

$$F_{ij} = \Phi_{ij} - \epsilon_{ij} + \frac{\overline{u_i u_j}}{k} \epsilon \quad (7)$$

Table 1. Near wall asymptotic behavior of each term in the Reynolds stress equations.

ij	C_{ij}	P_{ij}	D_{ij}^{ν}	D_{ij}^t	Π_{ij}	ϵ_{ij}
11	$O(y^3)$	$O(y^3)$	$2\nu\overline{b_1^2}$ $+ 12\nu\overline{b_1 c_1 y}$ $+ O(y^2)$	$O(y^3)$	$-4\nu\overline{b_1 c_1 y}$ $+ O(y^2)$	$2\nu\overline{b_1^2}$ $+ 8\nu\overline{b_1 c_1 y}$ $+ O(y^2)$
22	$O(y^5)$	$O(y^5)$	$12\nu\overline{c_2^2 y^2}$ $+ O(y^3)$	$O(y^3)$	$-4\nu\overline{c_2^2 y^2}$ $+ O(y^3)$	$8\nu\overline{c_2^2 y^2}$ $+ O(y^3)$
33	$O(y^3)$	$O(y^3)$	$2\nu\overline{b_3^2}$ $+ 12\nu\overline{b_3 c_3 y}$ $+ O(y^2)$	$O(y^3)$	$-4\nu\overline{b_3 c_3 y}$ $+ O(y^2)$	$2\nu\overline{b_3^2}$ $+ 8\nu\overline{b_3 c_3 y}$ $+ O(y^2)$
12	$O(y^4)$	$O(y^4)$	$6\nu\overline{b_1 c_2 y}$ $+ O(y^2)$	$O(y^4)$	$-2\nu\overline{b_1 c_2 y}$ $+ O(y^2)$	$4\nu\overline{b_1 c_2 y}$ $+ O(y^2)$

Table 2. Near wall asymptotic behavior of pressure strain and pressure diffusion in the Reynolds stress equations.

ij	Π_{ij}	Φ_{ij}	D_{ij}^p
11	$-4\nu\overline{b_1c_1}y$ $+ O(y^2)$	$2\nu\overline{a_p c_{1,1}}y$ $+ O(y^2)$	$-2\nu(\overline{2b_1c_1} + \overline{a_p c_{1,1}})y$ $+ O(y^2)$
22	$-4\nu\overline{c_2c_2}y^2$ $+ O(y^3)$	$4\nu\overline{a_p c_2}y$ $+ (\overline{8c_2c_2} + \overline{6d_2a_p})y^2$ $+ O(y^3)$	$-4\nu\overline{a_p c_2}y$ $-6(\overline{2c_2c_2} + \overline{d_2a_p})y^2$ $+ O(y^3)$
33	$-4\nu\overline{b_3c_3}y$ $+ O(y^2)$	$2\nu(\overline{a_p b_{3,3}})y$ $+ O(y^2)$	$-2\nu(\overline{2b_3c_3} + \overline{a_p c_{3,3}})y$ $+ O(y^2)$
12	$-2\nu\overline{b_1c_2}y$ $+ O(y^2)$	$\nu\overline{a_p b_1}$ $+ (\overline{2b_1c_2} + \overline{2c_1a_p})y$ $+ O(y^2)$	$-\nu\overline{a_p b_1}$ $-2(\overline{2b_1c_2} + \overline{c_1a_p})y$ $+ O(y^2)$

그러나 식(6)~(7)로 모형을 하는 경우 몇 가지 난류 모형상의 어려운 문제점들이 있다. 우선 압력 변형률(Φ_{ij})과 압력확산(D_{ij}^p)을 분리하여 모형하여야 한다는 것이다. 벽면 근방에서 레이놀즈응력방정식의 각 배분항들에 대한 벽면거동을 조사한 Table 1에 나타나 있듯이 가까운 벽면에서 $D_{22}^p = \epsilon_{22} - \Pi_{22}$ 의 관계가 성립한다. 그러나 Table 2에서, 식(7)을 사용하면 Φ_{22} 가 y 로 ϵ_{22} 는 y^2 로 거동한다. 또한 Table 2에서 압력구배-속도 상관관계(Π_{22})는 y^2 으로 거동하며 이것은 Φ_{ij} 이 $4\nu\overline{a_p c_2}y$ 로 거동하고 D_{ij}^p 는 $-4\nu\overline{a_p c_2}y$ 가 되어 서로 상쇄되기 때문이다. 이와 같이 압력변형률과 압력확산을 분리하여 모형하는 경우 경계조건의 문제와 더불어 두 항을 따로 모형해야 한다. Fig. 1에서 v^2 의 배분항들의 벽면거동에서 압력변형률과 압력확산은 같은 정도의 크기를 가지며 $y^+ > 30$ 에서는 압력확산은 영향이 없다. 압력확산과 압력변형률은 벽면에서 심하게 변화하는데 이런 변화를 대수적으로 모형하는 것은 어려울 뿐만 아니라 모형의 안정성에도 문제가 발생하게 된다. 그러나 Fig. 3에서 Π_{22} 는 벽면에서 y^2 로 거동하면서 완만하게 변화하는 것을 볼 수 있다. 이런 이유를 바탕으로 본 연구에서는 압력확산과 압력변형률을 합하여 모형하였다. 이때 압력확산의 영향은 비균질 경계조건에 의해서 반영되어진다. 그리고 벽에서 먼 영역에서 압력변형률은 소멸률과 같은 정도의 크기를 가진다. 이것은 결국 압력변형률 모형과 소멸률 모형이 밀접한 관계를 유지하는 것을 의미한다. 소멸률 모형을 다음과 같은 등방성 모형으로 하는 경우

$$\epsilon_{22} = \frac{2}{3}\epsilon\delta_{ij} \quad (8)$$

식(9)의 $IP + Rotta$ 압력변형률의 모형상수 C_1 과 C_2 는 ϵ_{22} 비례해서 선정하여야 한다. Durbin[1991, 이후 DERE]은 등방성 모형을 사용하는 경우 $C_1 = 1.4$ 와 $C_2 = 0.3$ 을 적용하였는데 이것은 대수영역에서 DNS의 $\Phi_{22} - \epsilon_{22}$ 와 잘 일치하였다.

$$\Phi_{22} = -C_1 \frac{\epsilon}{k} \left(\overline{vv} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right) + C_2 P \quad (9)$$

이런 일치는 타원완화방정식이 대수영역에서 증폭되지 않는다는 조건에서 가능하다. 그러나 실제로 Wizman 등[1996, 이후 WERE] 과 Manceau 등[2001, 이후 MERE]의 조사에 의하면 원형 모형의 경우 대수영역에서 1.4까지 증폭되는 것으로 알려져 있다. 이런 증폭의 정도를 조사하한 것이 Fig. 5 이다. 식(10)은 타원효과로 발생하는 증폭에 관련된 식으로 압력변형률 모형에 대한 타원완화방정식을 비균질 경계조건을 적용하여 나온 결과의 비로서 정의하였다. 이때 시간척도 및 길이척도 계수와 압력변형률은 같은 식을 적용하였다.

$$\Gamma_{22} = k f_{22} / F_{22}^t \quad (10)$$

식(10)에 대한 Durbin 모형의 타원효과는 IP+Rotta 모형을 사용하는 경우 대수영역에서 1.2 까지 증폭되는 것을 알 수 있다. Wizman 등[1996] 과 Manceau 등[2001]은 이런 문제를 극복하기 위하여 새로운 타원완화방정식을 제안하였는데 이들 모형들은 증폭효과에 대하여 향상된 결과를 얻었다. 그러나 여전히 이들 두 모형과 Durbin 모형은 대수영역 이후 급격하게 증폭되는 현상을 보였다. 이런 증폭에 대하여 앞선 연구들은 언급하지 않았다. 이런 문제를 해결할 수 있다면 식(6)에서 소멸률 항을 소거할 수 있으며 식(7)에 압력변형률과 소멸률을 완전히 결합시켜 식(11)-(12)와 같이 간단히 처리할 수 있을 것이다.

$$\frac{D \overline{u_i u_j}}{Dt} = P_{ij} + F_{ij} + D_{ij}^v + D_{ij}^t \quad (11)$$

$$F_{ij} = \Phi_{ij} + D_{ij}^p - \epsilon_{ij} \quad (12)$$

2.3 비균질 수정 타원완화방정식 모형

본 연구에서는 앞서 언급한 타원완화방정식의 대수영역과 그 이후 영역에서 증폭효과가 식(13)의 2차 미분항 때문에 발생하므로 이 항에 대한 문제점을 식(14)의 원천항에서 찾았다. 먼저 Durbin의 원형 모형은 식(14)를 얻기 위하여 식(13)에 균질 가정을 사용함으로 $L^2 \nabla^2 \Phi_{ij} = 0$ 이 된다는 사실로부터 Ψ_{ij} 를 준균질 모형으로 모형하였다. 본 연구에서는 균질 가정을 사용하지 않고 비균질 가정을 사용함으로 Ψ_{ij} 에 대한 새로운 접근을 시도하였다.

$$\Phi_{ij} - L^2 \nabla^2 \Phi_{ij} = - \frac{L^2}{\rho} \Psi_{ij} \quad (13)$$

$$\Psi_{ij} = - \left(\overline{u_i \nabla^2 \frac{\partial p}{\partial x_j}} - \overline{u_j \nabla^2 \frac{\partial p}{\partial x_i}} \right) \quad (14)$$

비균질 상태에 대하여 식(13)의 Φ_{ij} 와 Ψ_{ij} 는 간단히 균질 부분과 비균질 부분으로 나눌 수 있다.

$$\Phi_{ij} = \Phi_{ij}^h + \Phi_{ij}^{inh}, \Psi_{ij} = \Psi_{ij}^h + \Psi_{ij}^{inh} \quad (15)$$

식(14)에서, 식(13)의 원천항은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$- \frac{L^2}{\rho} \Psi_{ij}^h = \Phi_{ij}^h - L^2 \nabla^2 \Phi_{ij}^h \quad (16)$$

$$- \frac{L^2}{\rho} \Psi_{ij}^{inh} = \Phi_{ij}^{inh} - L^2 \nabla^2 \Phi_{ij}^{inh} \quad (17)$$

식(13)의 우변항인 원천항을 모형화하기 위해서, 식(16)의 균질 부분은 Φ_{ij}^h 와 $L^2 \nabla^2 \Phi_{ij}^h = 0$, 비균질 부분은 Φ_{ij}^{inh} 와 $L^2 \nabla^2 \Phi_{ij}^{inh}$ 으로 나누어 모형하였다. Φ_{ij}^h 는 준균질 압력변형률 모형인 IP+Rotta[1975]을 적용하였다. $L^2 \nabla^2 \Phi_{ij}^{inh}$ 에 대하여 $\nabla^2 \Phi_{ij}^{inh}$ 는 벽 부근영역과 벽에서 먼 영역을 f_a 로 완화시켜 적용하였다.

$$\nabla^2 \Phi_{ij}^{inh} = (1 - f_a) [\nabla^2 \Phi_{ij}^{inh}]_{near\ wall} + f_a [\nabla^2 \Phi_{ij}^{inh}]_{far\ wall} \quad (18)$$

여기서 $[\nabla^2 \Phi_{ij}^{inh}]_{near\ wall}$ 는 $\nabla^2 L^2 \Phi_{ij}$ 에 $L^2 \nabla^2 \Phi_{ij}$ 를 뺀 형태이다.

$$[\nabla^2 \Phi_{ij}^{inh}]_{near\ wall} = \frac{1}{L^2} (\nabla^2 L^2 \Phi_{ij} - L^2 \nabla^2 \Phi_{ij}) \quad (19)$$

그리고 $(\nabla^2 \Phi_{ij}^h)_{far\ wall} = 0$ 이기 때문에 벽면으로부터 먼 영역에 대하여 $\nabla^2 \Phi_{ij}^{inh}$ 로 변환이 가능하다.

$$\begin{aligned} [\nabla^2 \Phi_{ij}^{inh}]_{far\ wall} &= [\nabla^2 \Phi_{ij}^h]_{far\ wall} + [\nabla^2 \Phi_{ij}^{inh}]_{far\ wall} \\ &\doteq \nabla^2 \Phi_{ij} \end{aligned} \quad (20)$$

따라서 식(18)~식(20)을 식(17)에 대입하고 식(15)을 적용하면 다음과 같은 비균질 수정 타원완화방정식이 유도된다.

$$\Phi_{22} - (1 - f_a) \nabla^2 L^2 \Phi_{22} = \Phi_{22}^h + \Phi_{22}^{inh} \quad (21)$$

여기서 $f_a = \sqrt{v\nu/k}$ 으로 하였으며, 비균질 압력변형률 Φ_{ij}^{inh} 에 대하여 Launder & Tselepidakis[1991]와 Launder & Li[1994]가 제안한 벽반사항을 확장 적용하여 모형하였다. 이것은 Wizman 등[1996]이 제안한 방법과 유사하게 다음과 같이 준균질 압력변형률 구배로 정의 되어진다.

$$\Phi_{22}^{inh} = C^{inh} L^2 \frac{\partial f(A)}{\partial x_k} \frac{\partial \Phi_{22}^h}{\partial x_k} \quad (22)$$

여기서

$$f(A) = A^{0.3}(1 + 2.5A^3), \quad A = \sqrt{v^2/k}, \quad C^{inh} = 0.1$$

식(21)에 대하여 식(10)을 적용하여 타원효과에 대한 정도를 비교한 결과는 다른 모형에 비하여 좋은 결과를 얻을 수 있었다. 특히 대수영역에서 압력변형률이 급격하게 증폭되는 현상과 난류길이 척도의 모형 계수 C_L 의 증가에 대하여 다른 모형들과 비교하여 증폭되는 정도가 완만하게 변화였다. Fig. 4는 $\Phi_{22} - \epsilon_{22}$ 에 대하여 타원완화방정식을 적용하여 $kf_{22} - \epsilon_{22}$ 를 DNS와 비교한 것이다. DERE 모형의 경우 대수영역에서 좋은 일치율을 보이지만 벽면 근방에서 많은 차이를 보이고 있다. 그리고 WERE 모형과 MERE 모형은 전체적으로 에너지 균형이 잘못 예측되고 있는데 이것은 결국 Φ_{22}^h 의 과대예측으로부터 발생하였다. 이들에 비하여 비균질 수정 그리고 압력구배-속도 상관관계와 소멸률을 완전히 결합한 타원완화방정식의 경우 대수영역에서 좋은 결과를 예측하고 있다. 이때 타원완화방정식의 경계조건은 압력확산에 대한 영향이 고려되어야 한다.

3. 난류모형 검증

$k - \epsilon - v^2$ 난류 모형 검증을 위해 평판채널 유동장 해석에 적용하였다. 평판채널을 난류모형 검증을 위해 사용한 이유는 우선 비균질 방향이 하나만 있기 때문에 난류모형 해석이 용이하다. 그리고 완전발달 되었다는 가정을 도입하면 대류항은 무시되어지고 확산에 의하여 유동은 지배되기 때문에 수치해석에서 발생하는 스킵에 의한 불안정성을 배재할 수 있다. 또 다른 한 가지 이유는 많은 DNS 결과들이 있어 모형의 정확성을 검증하기가 쉽다는 것이다. DNS 결과는 레이놀즈응력방정식의 각 배분항들에 대하여 정보를 제공하고 있으며 이것은 난류모형에 유익한 자료가 된다. 본 연구에서 사용한 DNS 자료는 Morse 등[1999]이 $Re_\tau = 590$ 에서 계산한 자료를 바탕으로 하였다.

본 장에서 $k - \epsilon - v^2$ 모형의 관점은 난류점성계수이므로 v^2 의 정확한 예측이 주 관심사이다. 이

때 v^2 방정식에 압력구배속도 상관관계와 소멸률은 타원완화방정식에 의해서 구성되어 있다. 따라서 난류모형의 연구 방향은 타원완화방정식을 어떻게 구성하느냐 문제로 국한된다. 채널 유동장에서 비교되어질 타원완화방정식 모형은 Durbin[1991]의 원형 모형과 길이척도 구배를 이용한 Wizman 등 [1996] 모형 그리고 비대칭 상관함수를 도입하여 제안한 Manceau 등[2001] 모형이다. 이들 모형에 사용되어진 압력변형률의 모형계수와 난류 길이척도(L)과 시간척도(T)에 사용되어진 계수는 Table 3에 정리하였다. 그리고 $k - \epsilon - v^2$ 모형에 사용되어진 운동량방정식, 난류운동에너지방정식, 소멸률 방정식 그리고 v^2 -방정식은 다음과 같다.

$$\frac{D\bar{U}_j}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\nu + \nu_T) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (23)$$

$$\frac{Dk}{Dt} = P - \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} (\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k}) \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad (24)$$

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = \frac{C_{\epsilon 1} P - C_{\epsilon 2} \epsilon}{T} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\epsilon}) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_k} \quad (25)$$

$$\frac{Dv^2}{Dt} = kf_{22} - \frac{v^2}{k} \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} (\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k}) \frac{\partial v^2}{\partial x_j} \quad (26)$$

$$L = C_L \max\left(\frac{k^{3/2}}{\epsilon}, C_\eta \left(\frac{\nu^3}{\epsilon}\right)^{1/4}\right), T = \max\left(\frac{k}{\epsilon}, C_T \left(\frac{\nu}{\epsilon}\right)^{1/2}\right) \quad (27)$$

$$\nu_T = C_\mu \bar{v}^2 \frac{k}{\epsilon}, C_{\epsilon 1}^* = C_{\epsilon 1} (1 + \alpha \sqrt{k/v^2}) \quad (28)$$

그리고 검증되어질 타원완화방정식 모형은 다음과 같다.

$$f_{22} - L^2 \nabla^2 f_{22} = \frac{\Phi_{22}}{k} + \frac{2b_{22}}{T}: DERE \quad (29)$$

$$f_{22} - \nabla^2 L^2 f_{22} = \frac{\Phi_{22}}{k} + \frac{2b_{22}}{T}: WERE \quad (30)$$

$$(1 + 16\beta(\nabla L)^2) f_{22} - L^2 \nabla^2 f_{22} - 8\beta L \nabla L \cdot \nabla f_{22} = \frac{\Phi_{22}}{k} + \frac{2b_{22}}{T}: MERE \quad (31)$$

$$f_{22} - (1 - f_a) \nabla^2 L^2 f_{22} = \frac{\Phi_{22}^h + \Phi_{22}^{inh}}{k}: Present ERE \quad (32)$$

원천항 압력변형률 모형:

$$\Phi_{22} = -C_1 \left(\bar{v} - \frac{2}{3}k\right) + C_2 \frac{2}{3}P, b_{22} = \frac{\bar{v}v}{2k} - \frac{1}{3}\delta_{ij} \quad (33)$$

f_{22} 의 경계조건:

$$f_{22} = -20 \frac{\overline{v^2 u_2 u_2}}{\epsilon y_1^4} = -5 \frac{\overline{\epsilon u_2 u_2}}{k^2} : \text{DERE, WERE, MERE} \quad (34)$$

$$f_{22} = -6 \frac{\overline{v^2 u_2 u_2}}{\epsilon y_1^4} = -\frac{3}{2} \frac{\overline{\epsilon u_2 u_2}}{k^2} : \text{Present ERE} \quad (35)$$

Table 3. The coefficients of the $k-\epsilon-v^2$ model.

ERE	C_L	C_η	C_T	C_1	C_2	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	α	σ_ϵ	σ_k	C_μ
Present(32)	0.40	80	6.0	1.4	0.3	1.40	1.90	0.045	1.3	1.0	0.22
DERE(29)	0.25	85	6.0	1.4	0.3	1.40	1.90	0.045	1.3	1.0	0.22
WERE(30)	0.35	65	6.0	1.8	0.6	1.44	1.91	0.045	1.3	1.0	0.22
MERE(31)	0.28	85	6.0	1.8	0.6	1.44	1.91	0.045	1.3	1.0	0.22

Fig. 5는 벽면수직응력 성분 v^2 를 무차원한 것이다. WERE와 MERE는 앞서 $kf_{22} - \epsilon_{22}$ 의 조사에서 전체적으로 높게 나타난 것에 대한 영향으로 v^2 가 높게 예측되고 있다. DERE의 경우 좋은 예측을 보이고 있으나 벽면 근방에서 $kf_{22} - \epsilon_{22}$ 의 낮은 예측과 대수영역 이후 과대증폭 현상으로 채널의 중앙에서 DNS 결과에 비하여 높은 예측을 하였다. 이런 잘못된 예측을 수정한 비균질 수정 모형은 우선적으로 벽면에서의 낮은 예측에 대하여 $\Pi_{22} - \epsilon_{22}$ 의 완전 결합을 통한 보다 정확한 결과를 얻을 수 있었으며 채널 중앙에서 v^2 의 과대예측은 비균질 상태를 가정하여 유도한 식(32)에서 타원효과에 의한 증폭현상이 감소하기 때문에 좋은 결과를 예측하였다. v^2 의 결과는 식(28)의 난류점성계수의 보다 정확한 예측을 통하여 k 와 ϵ 에 향상된 결과를 보일 것이다. 이에 대하여 비교한 것이 Fig. 6이며, 주유동속도를 로그 스케일로 비교된 것이 Fig. 7이다. 난류운동에너지에서 식(32)의 모형이 벽면 근방과 대수영역에서 다른 모형에 비하여 DNS 자료에 잘 일치함을 보이고 있다. WERE와 MERE에 비하여 DERE가 좋은 예측을 보이는 것은 결과적으로 압력변형률과 소멸률의 관계에서 등방성 소멸률을 적용하는 경우 압력변형률의 높은 모형 계수의 적용 때문이다.

4. 결 론

본 연구의 주된 목적은 TASS 코드 내 3차원 유동장 해석을 위한 난류모형을 개발하는 것이다. 이에 대한 연구의 일환으로 $k-\epsilon-v^2$ 모형이 벽으로부터 거리에 종속되지 않는 모형으로 다른 저레이놀즈수 모형에 비하여 좋은 결과를 예측함을 보였다. 그리고 타원완화방정식이 가지는 증폭효과에 대하여 Durbin의 원형 모형과 이후 발표된 모형들을 대상으로 조사한 결과 WERE와 MERE 모형

이 대수영역에서 증폭효과가 억제됨을 확인 할 수 있었다. 그러나 대수영역 이후에 과다증폭에 대하여 본 연구에서 문제점을 제시하였으며 이런 문제를 타원완화방정식의 원천항 계산에서 비균질 가정을 통한 보다 향상된 결과를 보였다. 또한 증폭효과가 길이척도와 밀접한 관계를 가지고 있으며 길이척도의 계수 C_L 의 증가는 벽면근방에서 과대 감쇄효과를 그리고 대수영역에서 급격한 증폭효과가 있다는 것을 보였다. 만약 대수영역에서 압력변형률의 증폭이 무시할 수 있을 정도로 작다면, 타원완화방정식의 원천항은 압력변형률과 소멸률을 완전히 결합하여 적용하고 압력확산을 경계조건에서 처리하면 채널 유동장에서 v^2 의 향상은 난류운동에너지와 주유동속도의 보다 정확한 예측을 보장해 준다.

앞으로 연구과제는 타원완화방정식의 증폭효과를 이론적으로 완전히 해결하는 방법 또는 증폭을 피할 수 없다면 이에 대한 수정된 모형을 통하여 증폭을 억제하는 연구가 수행되어야 될 것이다. 그리고 비균질 수정 $k-\epsilon-v^2$ 모형을 복잡한 형상의 3차원 유동장에서 검증이 요구되어진다.

참고문헌

1. KAERI/TR-2142/2002, 일체형원자로 기본설계보고서, 한국원자력연구소, 2002.
2. Durbin P.A., "A Reynolds stress model for near-wall turbulence," J. Fluid Mechanics, Vol.249(1993), pp. 465-498.
3. Kim, J., Moin, P. and Moser, R., "Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number," J. Fluid Mech., Vol.177(1987), pp. 133-166.
4. Launder, B.E. and Li S.-P., "On the elimination of wall-topography parameters from second-moment closure", The Physics of Fluids, 6(1994), p. 999.
5. Launder, B.E. and Tselepidakis, D.P., "Progress and paradoxes in modelling near-wall turbulence", Proc.8th Turbulent Shear Flow Symposium, Munich, 2(1991),29.1.1.
6. Manceau, R., Wang. M. and Laurence D., "Inhomogeneity and anisotropy effects on the redistribution term in Reynolds-averaged Navier Stokes modeling," J. Fluid Mech., Vol. 437(2001), pp. 307-338.
7. Moser, R. D., Kim, J. and Mansour, N. N., " Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_\tau = 590$," Phys. Fluids, Vol.11(1999), pp. 943-948.
8. Naot, D., Shavit, A. and Wolfshtein, M., "Two point correlation model and the redistribution of Reynolds stresses", Phys. Fluids, Vol.16(1973), pp. 738-743.
9. Wizman, V., Laurence, D., Kanniche, M., Durbin, P. & Demuren, A. "Modeling near-wall effects in second-moment closures by elliptic relaxation," Int. J. of Heat and Fluid Flow, Vol.17(1996), pp.255-266.

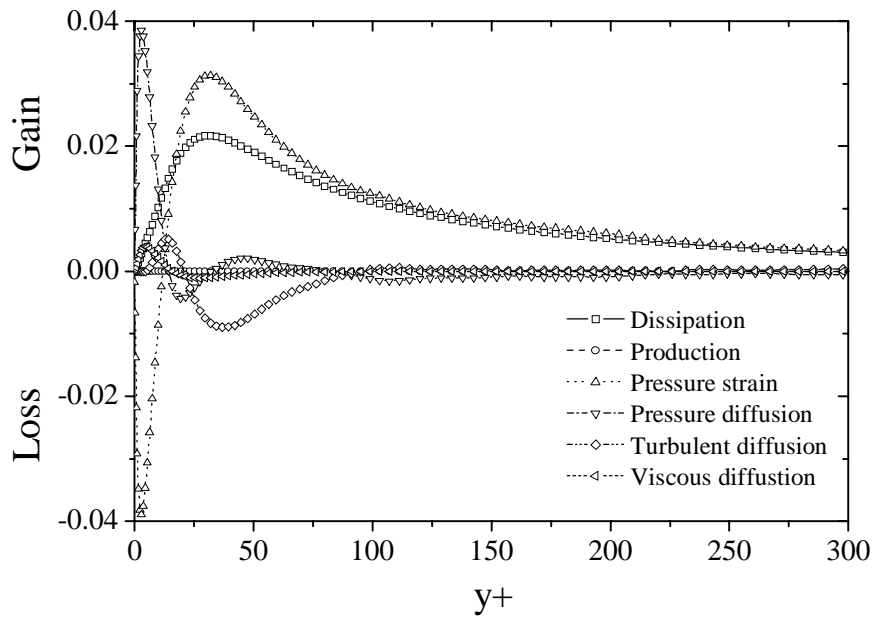


Fig. 1 Budget of Reynolds stress v^2 for DNS $Re_\tau = 590$.

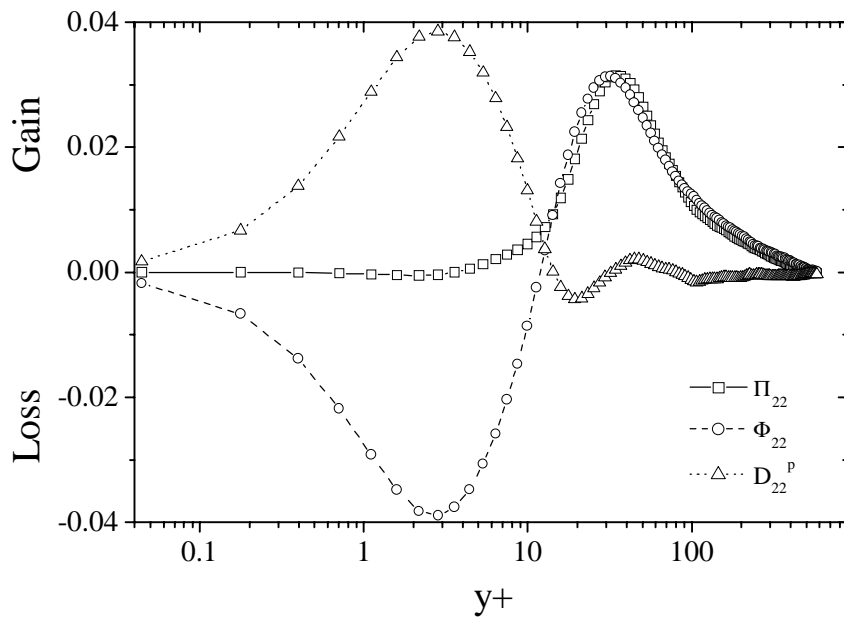


Fig. 2 Distribution of pressure gradient-velocity correlation, pressure strain and pressure diffusion.

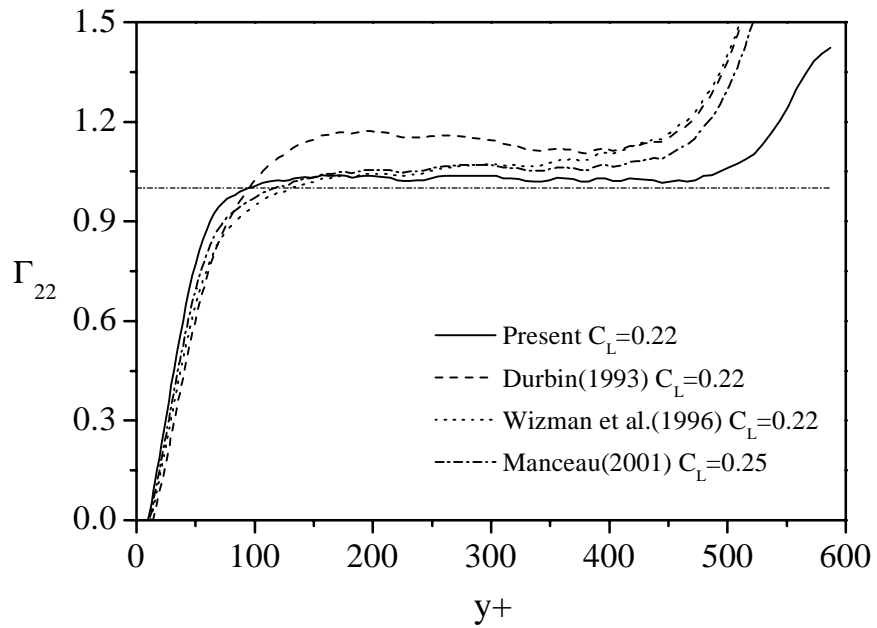


Fig. 3 The comparison of elliptic effect Γ_{22} for IP+Rotta pressure strain.

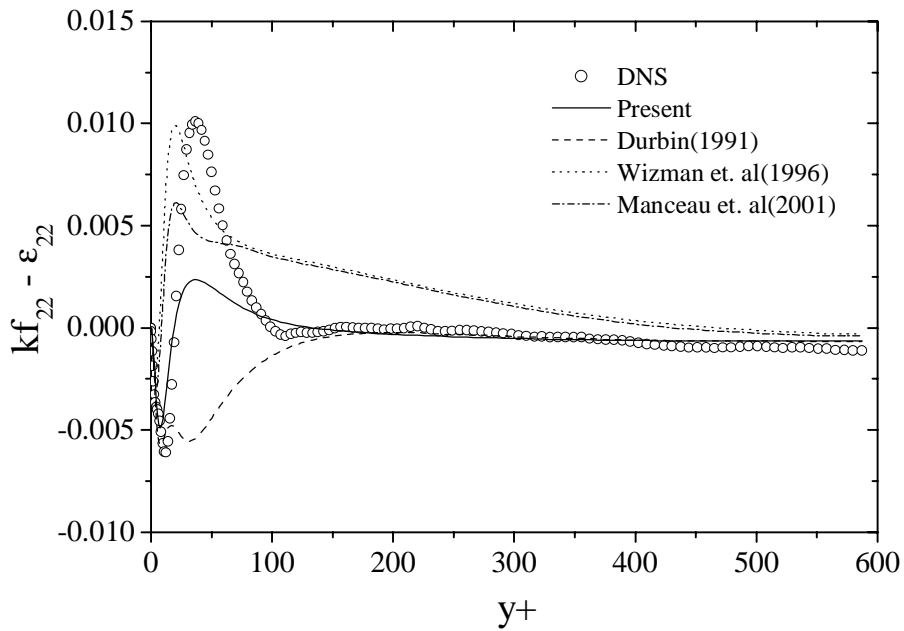


Fig. 4 The distribution of the difference of the relaxed pressure strain and dissipation through elliptic relaxation equation.

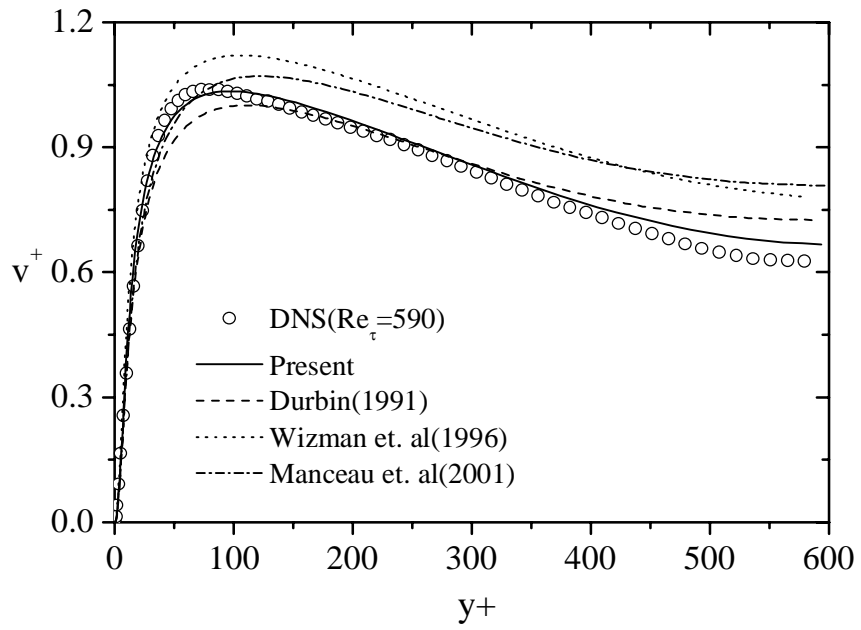


Fig. 5 Spanwise Reynolds stress profile distributions.

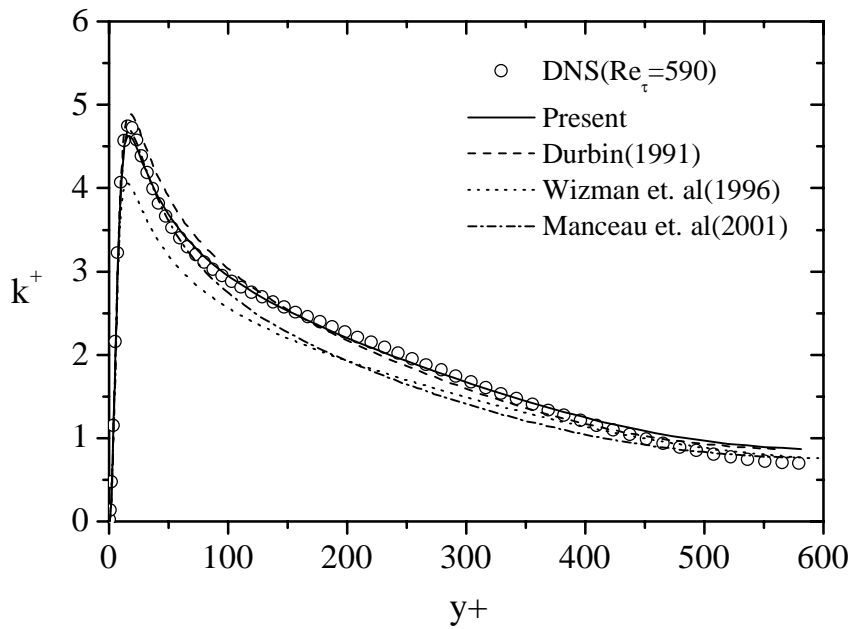


Fig. 6 Turbulent kinetic energy distributions.

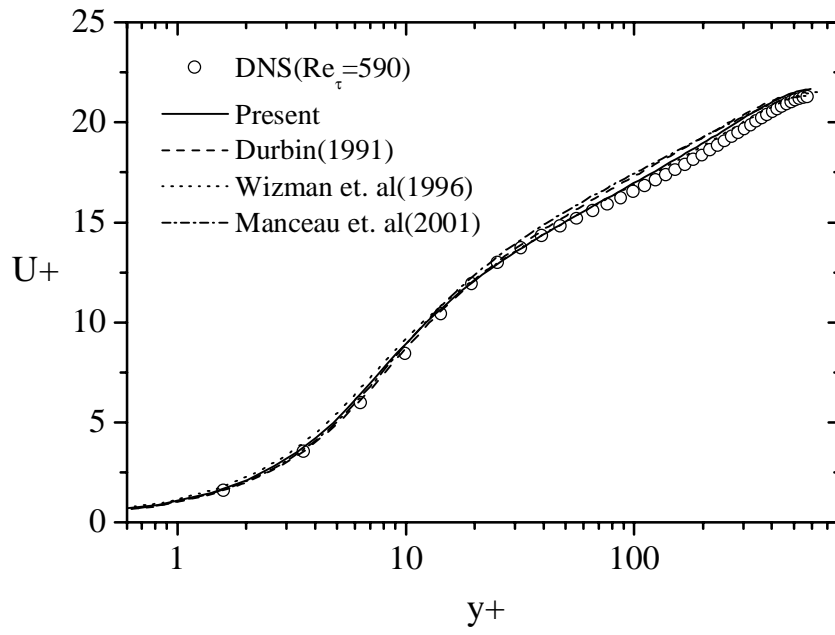


Fig. 7 Mean velocity distributions.