

균열해석을 위한 에너지 유형의 물질파손기준
Energy-type Failure Criteria for Analyzing Crack

김영민, 양용식, 김대호, 이찬복

한국원자력연구소
305-353 대전광역시 유성구 덕진동 150

요 약

사고조건외 고연소도 핵연료봉의 파손거동 해석에 적합한 에너지 유형의 물질파손기준을 조사하였다. 물질 파손 거동을 파손의 발생과 전파로 구분하여 변형에너지에서 유도되는 각각의 기준을 정리하였다. 변형에너지밀도 파손기준은 여러 종류의 파손기준이 유도되는 가장 기본적인 기준이다. 탄성변형에너지밀도 파손기준과 소성변형에너지밀도 파손기준은 각각 취성과 연성파괴의 발생을 예측할 수 있다. 파손의 전파 기준으로 최대원주방향응력 기준, 최소변형에너지밀도기준, 최대변형에너지방출속도기준이 사용되고 있으며, 이 중에서 최대변형에너지방출속도기준이 보다 정확하게 파손의 전파를 기술하였다.

Abstract

The study reports the energy-type material failure criteria in order to describe the initiation and propagation of crack in fuel rods. Failure criteria for fracture and failure propagation were surveyed. Elastic and plastic failure criteria, which were all derived from strain energy density, can be used to predict the brittle and ductile failure, respectively. Maximum circumferential stress, minimum strain energy density and maximum strain energy release rate are used as failure propagation criteria. Maximum strain energy release rate criterion is most accurate among other criteria, but its implement in finite element analysis is very difficult.

1. 서 론

원자로의 과도상태 또는 사고조건에서 핵연료봉의 구조적 건전성이 확보되어야 한다. 최근의 연구 결과에 의하면 고연소도에서 피복관의 파손에 대한 저항이 감소된다고 밝혀지고 있다[1]. 더욱이 사고조건외 상태에서 피복관에는 반경 및 원주방향으로 큰 응력이 작용한다고 판단되기 때문에 파손이 복합적으로 일어나리라 예상된다. 따라서 기존의 파손 시점의 응력 및 변형률을 파괴응력이나 파괴변형량에 비교하는 단순한 기준으로는 사고조건에서의 핵연료봉 파손 거동을 정확하게 예측하기 어렵다.

핵연료봉의 파손거동을 분석할 때 파손의 발생뿐만 아니라 전파거동도 분석하여야 한다.

파괴역학에서는 이러한 파손의 발생과 전파를 분석하기 위하여 변형에너지(strain energy)라는 개념을 사용하여 왔다. 변형에너지는 물체가 외력 또는 체적력을 받을 때 물체 내부에 축적되는 에너지이다. 변형에너지는 물체의 파괴에 대한 저항의 크기를 의미한다. 즉, 변형에너지가 크면 클수록 파괴에 대한 저항이 크다. 대부분의 물질파손기준은 이 변형에너지를 통하여 유도될 수 있으며, 크게 파손발생기준 및 파손전파기준으로 나눌 수 있다.

본 연구에서는 변형에너지밀도의 의미를 살펴보고, 변형에너지밀도에서 유도되는 파손기준을 정리하였다. 또한 파손기준을 파괴 및 파손 거동 계산에 적용한 사례를 조사하여 그 기능을 비교하였다.

2. 물체의 변형 및 파괴

2.1. 물체의 변형(deformation)

힘이 물체에 작용할 때 그 물체의 거시적 변형 거동은 탄성 및 비탄성 변형으로 구별하여 고려할 수 있다. 열역학적으로 탄성변형은 물체에 작용하는 힘이 사라졌을 때 물체에 저장되었던 에너지가 회수되는 가역과정이다. 반면에 비탄성변형은 물체가 영구변형을 일으켜 저장되었던 에너지가 열로 방출되어 사라지는 에너지소산과정(dissipative process)으로서 비가역적이다. 연성물체의 에너지소산과정은 다시 소성변형과 미세공동(microvoid)의 성장에 의한 물질손상(material damage)을 들 수 있다.

거시적 탄성변형은 평형위치로부터의 변위된 원자들의 총체적 거동으로 말할 수 있다. 물체에 작용하는 힘이 제거되면 원자들이 평형위치로 되돌아간다. 그러나 더 큰 하중이 물체에 작용하여 원자간 에너지 장벽을 극복하게 되면 물체에 슬립이나 전위 등의 결함이 발생하고, 이 결함의 총체적 거동이 물체의 소성변형을 나타낸다. 이 과정에서 아직 물체의 파손은 발생하지 않지만 물체의 거시적 물성과 강도를 변화시킨다. 연성물체의 물질손상이란 물체에 미세공동이 형성되고, 그 인접한 미세공동들이 합쳐지는 현상이다[2]. 미세공동은 입계 또는 기지물과 개재물(inclusion) 사이의 계면에 높은 응력이 작용하여 그것들을 분리할 때 형성된다. 미세공동은 그림 1과 같이 입내 또는 입계를 따라 합체하여 성장한다[3].

2.2. 물체의 파괴(fracture)

비탄성 변형 이후에도 계속하여 힘이 가해지면 물체는 결국 파괴된다. 파괴는 파괴할 때까지의 변형량에 따라 구분하면 취성파괴와 연성파괴로 분류할 수 있다. 취성파괴의 경우 손상된 부분은 영구적으로 변형되지 않고 원래의 모습으로 되돌아 올 수 있다. 파괴가 발생할 때까지의 응력-변형 거동은 탄성이다. 연성파괴에 비해 파괴가 일어나는데 필요한 에너지가 작다. 연성파괴의 경우 파괴가 일어나기 전에 이미 회복이 불가능한 비탄성 변형이 상당히 진행된다. 취성파괴에 비해 파괴가 일어나는데 필요한 에너지가 크다. 그림 2에는 여러 가지 종류의 파손형태를 나타내었다[3].

3. 파손의 발생기준

과괴역학에서는 물체의 파손 또는 파괴를 기술하기 위하여 물체가 힘을 받을 때 물체에 축적되는 에너지의 개념을 오래전부터 사용하여 왔다. 물체에 작용한 힘에 의해 행해진 일은 물체 내부에 변형에너지(strain energy)로 저장된다. 변형에너지가 크면 재료는 강인하고, 그와 반대로 변형에너지가 작으면 재료는 약하다[4]. 변형에너지는 재료를 파괴하는 데 필요한 에너지이다.

변형에너지는 응력-변형률 곡선에서 다음과 같이 변형에너지밀도(SED, strain energy density)로 표현된다[5].

$$w_s = \int_0^{\epsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} , \quad (1)$$

여기서 w_s 는 변형에너지밀도, σ_{ij} 는 응력, ϵ_{ij} 는 변형률이다. 변형에너지 또는 변형에너지밀도가 임계값을 초과하면 그 부위에서 파손이 발생한다고 제시되어 있다[6]. 또한, 탄성 및 비탄성 변형에너지는 개별적으로 물질의 파손에 기여한다고 알려져 있다. 개별적으로 기여한다는 의미는 탄성 에너지와 비탄성 에너지에 의한 파손을 별도로 평가하여야 한다는 것이다. 변형에너지밀도의 임계값을 실험으로 정의하기는 매우 어렵기 때문에 재료, 사용조건, 하중조건에 특정하도록 모델링하여 식 (1)을 모델식으로 조정하고, 그에 상응하는 실험을 통하여 임계값을 구한다.

식 (1)의 변형에너지밀도를 탄성체에 적용하여 파손기준을 설정하면 다음과 같은 탄성변형에너지밀도 파손기준(elastic strain energy density failure criteria)이 된다[7].

$$w^e = \int_0^{\epsilon_{ij}^e} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}^e \geq w_c^e(\phi_1, \dot{\phi}_1, T) , \quad (2)$$

여기서 w^e 는 탄성변형에너지밀도, ϵ_{ij}^e 는 탄성변형률, w_c^e 는 탄성변형에너지밀도의 임계값으로 실험에 의해 결정된다. ϕ_1 은 기계적 소산에너지밀도로서 식 (3)에서 설명된다. $\dot{\phi}_1$ 은 기계적 소산에너지밀도 변화율, T는 온도이다. 식 (2)의 w_c^e 가 ϕ_1 , $\dot{\phi}_1$, T의 함수인 것은 임계값에 변형 이력이 반영되어야 함을 의미한다. 저온의 취성파괴의 경우 기계적 소산에너지밀도와 그 변화율 및 온도가 탄성변형에너지밀도의 임계값에 미치는 영향은 무시할 수 있다. 그 경우 식 (2)는 $w^e \geq w_c^e$ 의 형태로 단순화되어 취성물체의 파손기준을 표현한다. 표 1에는 탄성변형에너지밀도 w^e 에 대한 여러 가지 모델을 통해 유도된 취성물체의 파손기준을 나타내었다[7,8]. 연성물체의 파손은 변형률 이력에 크게 영향을 받기 때문에 표 1의 응력파손기준으로는 연성파괴를 예측할 수 없다. 그러나 금속의 성형에서 파손기준으로 쓰이는 이축파손지도와 같이 변형 경로가 알려져 있는 경우 연성물질의 파손의 예측이 가능하다.

연성물체의 파손은 주로 소성 및 공동성장의 소산과정에 의해 제어된다고 가정하여 큰 비탄성 변형을 받는 연성물체의 파손기준을 표현하면 다음과 같다[9].

$$\phi_1 = w^p + w^d \geq \phi_{1c}(\sigma_H), \quad (3)$$

여기서 w^p 는 소성 변형에너지 밀도, w^d 는 물질손상 에너지 밀도, ϕ_{1c} 은 기계적 소산에너지 밀도의 임계값, σ_H 는 정수압 응력이다. 식 (3)을 소산에너지밀도 파손기준(dissipative energy density failure criterion)이라 한다. 소산과정이 주로 소성변형에 의해 제어 될 때 식 (3)은 다음과 같이 소성변형에너지밀도 파손기준(plastic strain energy density failure criterion)이 된다.

$$w^p = \int_0^{\epsilon_{ij}^p} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}^p \geq w_c^p, \quad (4)$$

여기서 w^p 는 소성변형에너지밀도, ϵ_{ij}^p 는 소성변형률, w_c^p 는 소성변형에너지밀도의 임계값이다. 소성변형에너지밀도는 탄소성 해석에서 단위체적당 소성일(plastic work)로 표현되는 양이다. 이 기준은 소성변형이 파손의 주요인인 물체의 소성파괴의 발생을 예측하는데 유용하다. 한편, 소산과정이 주로 물질손상에 의해 제어 될 때 식 (3)은 다음과 같이 물질손상 파손기준(damage failure criterion)으로 표현된다[7].

$$w^d = w^e \left(\frac{\bar{E}}{E} - 1 \right) \geq w_c^d, \quad (5)$$

여기서 \bar{E} 는 물질손상 전 탄성률, $E = \bar{E}(1 - D)$ 는 물질손상 후 탄성률, w_c^d 는 물질손상 에너지밀도의 임계값이다. D 는 물질손상변수로서 물체에서 공동이 차지하는 면적 또는 부피의 비율을 의미하며, 당연히 0에서 1사이의 값을 갖는다[9]. 따라서 물질손상 후 탄성률은 물질손상 전 탄성률보다 작다. 이 물질손상 파손기준은 연속체손상역학에서 연성파괴의 발생을 예측하는 데에 널리 사용되어 왔다.

4. 파손의 전파기준

파손발생기준을 통하여 물체의 특정 부위의 균열의 발생을 예측한 후, 균열해석의 다음 단계로서 그 균열의 전파 여부 및 전파 방향을 결정하여야 한다. 이를 위한 기준으로는 최대원주방향응력기준, 최소변형에너지밀도기준, 최대변형에너지방출속도기준이 있다.

4.1. 최대원주방향응력기준(maximum circumferential stress criterion)

LEFM(linear elastic fracture mechanics)에서 균열은 다음 조건을 만족할 때 전파된다고 알려져 있다[10].

$$K(\sigma, a) \geq K_c, \quad (6)$$

여기서 K 는 응력강도계수(stress intensity factor), σ 는 작용응력, a 는 균열길이의 1/2, K_c 는 응력강도계수의 임계값이다. 최대 원주방향응력 기준을 적용하면 식 (6)은 다음과 같다[10].

$$K = \sqrt{2\pi r} \sigma_\theta \geq K_c, \quad (7)$$

여기서 r 은 균열침단으로부터의 거리이다.

최대원주방향응력기준에서 균열은 원주방향응력이 최대가 되는 방향으로 전파한다[7]. 균열이 구부러지는 각도 θ 는 다음 식에서 구한다.

$$K_I \sin\theta + K_{II} (3\cos\theta - 1) = 0 \text{ with } \begin{cases} K_{II} \sin(\theta/2) < 0, \\ -\pi \leq \theta \leq \pi, \\ K_I > 0, \end{cases} \quad (6)$$

여기서 K_I , K_{II} 는 그림 3[4]과 같이 각각 방식 I, 방식 II의 하중에 대응하는 응력강도인자(stress intensity factor)이다. 순수 전단에 해당하는 각도는 -70.54° 및 70.54° 이다. 이 기준은 탄성체에만 적용이 가능하다. 유한요소법에 적용할 때 그 구현이 간단하여 널리 쓰여 왔지만, 그림 4와 같이 균열이 원주방향응력이 가장 큰 균열침단(crack tip) 주위에 있는 유한요소의 적분점으로 전파하기 때문에 그 방향이 유한요소의 수에 크게 의존한다. 또한 균열침단 주위에서 응력의 근사값이 사용될 뿐만 아니라 비탄성 영역이 균열침단 주변에 형성되면 그 응력장이 변화하기 때문에 응력 계산의 정확도가 더욱 떨어진다.

4.2. 최소변형에너지밀도기준(minimum strain energy density criterion)

이 기준에서는 그림 5와 같이 균열침단 주위에 유한요소 링을 형성하고, 그 요소에서 변형에너지밀도인자 S 를 계산한다. S 는 다음과 같이 표현된다[11].

$$S = rw, \quad (7)$$

여기서 r 은 균열침단으로부터의 거리, w 는 변형에너지밀도이다. 균열은 $S \leq S_c$ 일때 전파되고, 변형에너지가 최소인 방향으로 전파한다. 균열 방향 θ 는 그림 6의 $S(\theta)$ 곡선에서 S 가 최소가 되는 각도이다. 계산의 정확도는 균열침단 주위의 링의 유한요소의 수에 크게 의존한다.

4.3. 최대변형에너지방출속도기준(maximum strain energy release rate criterion)

이 기준에서 변형에너지 방출속도 G 가 균열침단 주위에서 계산된다. 균열은 $G \geq G_c$ 일 때 전파하고, G 가 가장 큰 방향으로 전파한다. 균열 방향 θ 는 그림 7의 $G(\theta)$ 곡선에서 G 가 최대가 되는 각도이다. G 는 real crack extension, path independent J integral, virtual crack extension, surface integral, G_{θ} method 등의 방법으로 계산할 수 있다[7].

4.4. 균열전파의 계산 실례

Bouchard[12,13]는 균열이 한 쪽 옆면에 이미 발생해 있는 탄성체에서의 균열전파를 위의 최대원주방향응력, 최소변형에너지밀도, 최대변형에너지방출속도 기준을 적용하여 계산하였다. 계산 대상인 탄성체는 그림 8과 같이 축방향으로 인장하중을 받고 있다. 계산결과는 그림 9에서 그림11에 나타내었다. 세 경우의 균열이 모두 벽개(cleavage)파괴 형식으로 작용하중의 수직방향으로 전파하고 있다. 그림 10의 (a)는 균열침단에서 각도가 -70.54° 에서 70.54° 사이의 유한요소에 대하여 적용한 결과이고, (b)는 ring의 유한요소 전체를 고려한 경우이다. 요소전체를 고려한 경우가 더 타당한 결과인데, 최소변형에너지밀도기준을 복잡한 문제에 적용할 때는 전파경로가 부정확하게 계산될 수 있음을 의미한다. 최대원주방향응력기준 및 최대 변형에너지방출속도기준에 의한 계산결과의 정확도는 거의 유사하다.

5. 결론

이상 물체에서 균열의 발생 및 전파를 기술하는 물질파손기준을 살펴보았다. 변형에너지밀도에 의한 파손기준이 물질파손을 예측하는 가장 기본적인 방법이다. 변형에너지의 개념에서 재료, 사용조건, 하중조건에 맞추어 특정의 파손 기준이 유도된다. 변형에너지 파손기준 중 탄성변형에너지밀도기준은 이전 단계의 비가역 변형에 크게 의존하지만, 취성파괴에 대한 기준으로 유용하게 사용될 수 있다. 연성이 큰 물체의 파손의 경우는 소성변형에너지밀도와 물질손상 에너지밀도 기준이 적용된다.

균열의 전파 여부와 그 방향을 결정하는데 쓰이는 최대원주방향응력기준, 최소변형에너지밀도기준, 최대변형에너지방출속도기준을 조사하였다. 인장하중을 받는 탄성체의 경우 최소 변형에너지밀도기준에 의한 균열 전파의 계산결과는 최대원주방향응력기준 및 최대변형에너지방출속도기준에 의한 계산 결과에 비해 그 정확도가 떨어질 가능성이 높다. 최대원주방향응력기준 및 최대변형에너지방출속도기준에 의한 계산결과의 정확도는 탄성체에 적용될 경우는 거의 유사하다고 할 수 있다. 그러나 최대원주방향응력기준은 균열침단 주위의 응력으로 근사값을 쓰기 때문에 보다 복잡한 문제에 적용할 때는 최대변형에너지방출속도기준보다 부정확할 수 있다. 최대원주방향응력기준은 유한요소법에 적용이 매우 쉽다. 최대변형에너지방출속도기준은 그 구현이 매우 어렵지만 결과의 정확도가 크다.

사고조건인 소결체 및 피복관의 파괴는 사고조건에서의 물성변화와 하중조건을 규명하여 설정될 수 있으며, 파손거동은 최대변형에너지방출속도기준을 통하여 기술될 수 있다.

후 기

본 연구는 과학기술부의 원자력 연구개발 사업의 일환으로 수행되었습니다.

참고문헌

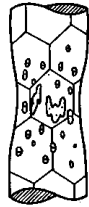
[1] Link, T.M., D.A. Koss and A.T. Motta, "Failure of Zircaloy cladding under

- transverse plane-strain deformation,” *Nuclear Engineering and Design*, **186**, pp. 379-394 (1998).
- [2] 박종완, 임대순, 김원중, 장태석, 재료과학과 공학, (주)사이텍미디어, 서울 (1999).
- [3] Meguid, S.A., *Engineering Fracture Mechanics*, Elsevier Science Publishers LTD. (1989).
- [4] 이동녕, 김정수, 이성근 공역, 변형 및 파괴 역학, 제3판, 희중당, 서울 (1990).
- [5] Weng, T.L. and C.T. Sun, “A study of fracture criteria for ductile materials,” *Engineering Failure Analysis*, **7**, pp. 101-125 (2000).
- [6] Freudenthal, A.M., *The Inelastic Behaviour of Solids*, Wiley, New York (1950).
- [7] Li, Q.M., “Strain energy density failure criterion,” *International Journal of Solids and Structures*, **38**, pp. 6997-7013 (2001).
- [8] Jain, M., J. Allin and D.J. Lloyd, “Fracture limit prediction using ductile fracture criteria for forming of an automotive aluminium sheet,” *International Journal of Material Sciences*, **41**, pp. 1273-1288 (1999).
- [9] Li, Q.M., “Energy correlations between a damaged macroscopic continuum and its sub-scale,” *International Journal of Solids and Structures*, **37**, pp. 4539-4556 (2000).
- [10] Felbeck, D.K., and A.G. Atkins, *Strength and Fracture of Engineering Solids*, Prentice-Hall, Inc. (1996).
- [11] Sih, G.C., *Mechanics of Fracture Initiation and Propagation*, Kluwer Academic Publishers, (1991).
- [12] Bouchard, P.O., F. Bay and Y. Chastel, “Numerical modelling of crack propagation: automatic remeshing and comparison of different criteria,” *Comput. Method Appl. Mech. Engrg.*, **192**, pp. 3887-3908 (2003).
- [13] Bouchard, P.O., F. Bay, Y. Chastel, and I. Tovená, “Crack propagation modelling using an advanced remeshing technique,” *Comput. Method Appl. Mech. Engrg.*, **189**, pp. 723-742 (2000).

표 1 취성물질의 손상기준을 위한 탄성변형에너지밀도

손상기준	탄성변형에너지밀도, w^e
최대수직응력	$\frac{\sigma_1^2}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3)$
폰-미세스	$\frac{4(1+\nu)}{6E} \sigma_e^2$
최대전단응력	$\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)^2}{8G}$
정수압 인장응력	$\frac{3(1-2\nu)}{2E} \sigma_H^2$

* $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ =주축응력, σ_e =유효응력, σ_H =정수압 응력, E=탄성률, ν =포와송비



transgranular



intergranular

그림 1 공동(void)의 성장 및 합체

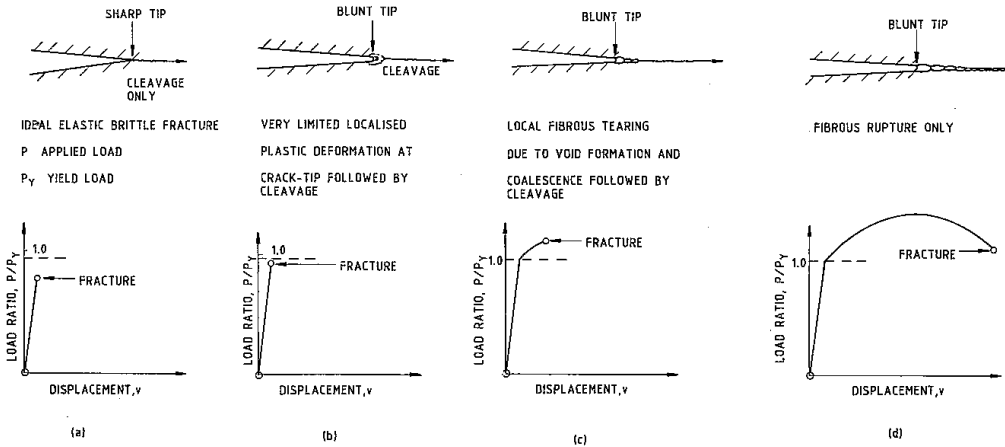


그림 2 재료의 파손 유형

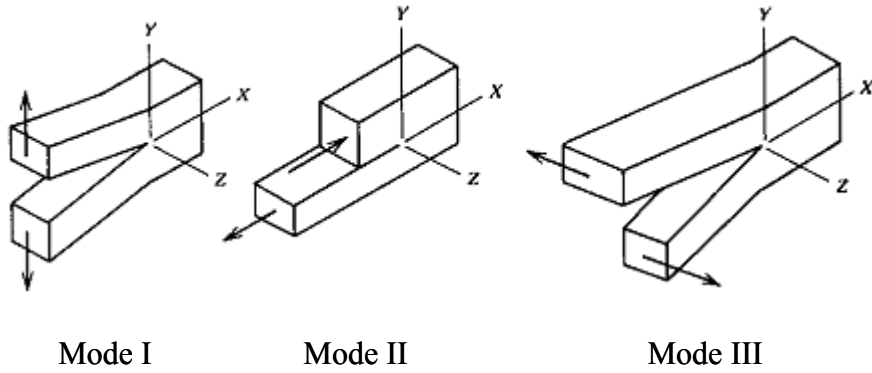


그림 3 물체에 작용하는 하중의 기본 방식

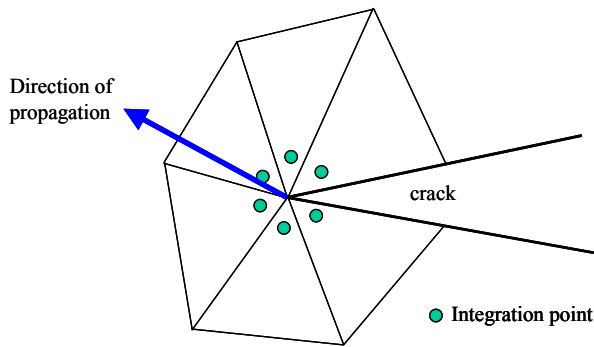


그림 4 균열첨단에서의 균열 전파

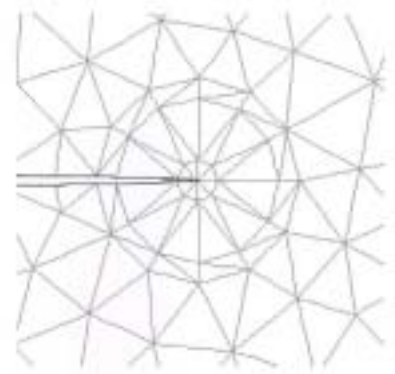


그림 5 균열첨단 부근에서 유한요소의 링

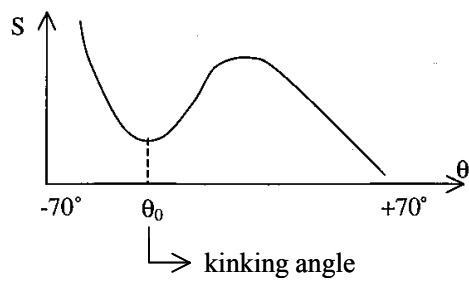


그림 6 균열 전파각도에 따른 변형률 에너지밀도인자

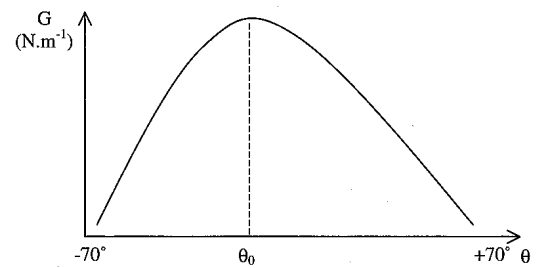


그림 7 균열 전파각도에 따른 변형률 에너지 방출속도

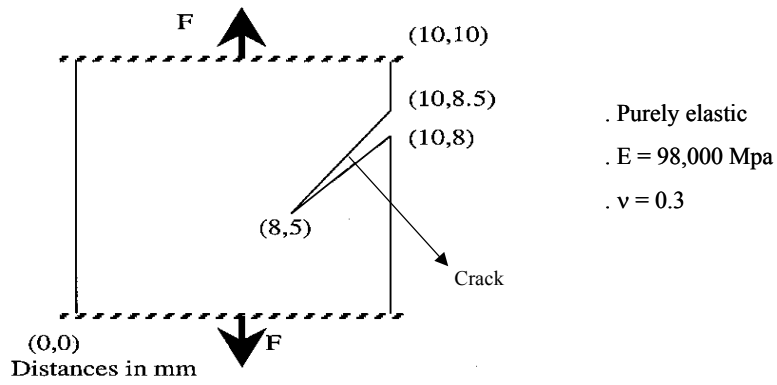


그림 8 균열전파 계산을 위한 균열된 탄성체

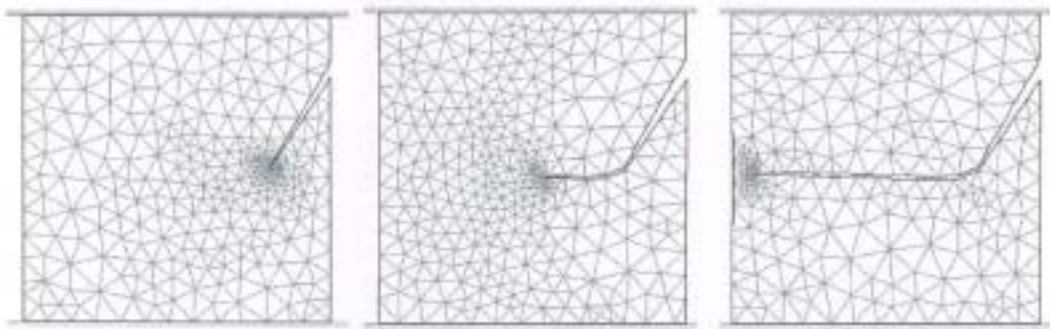
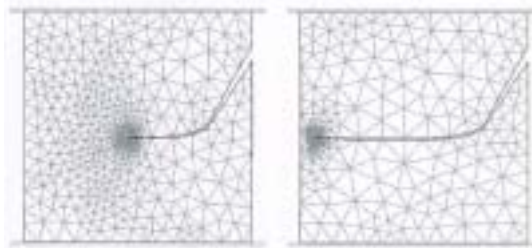
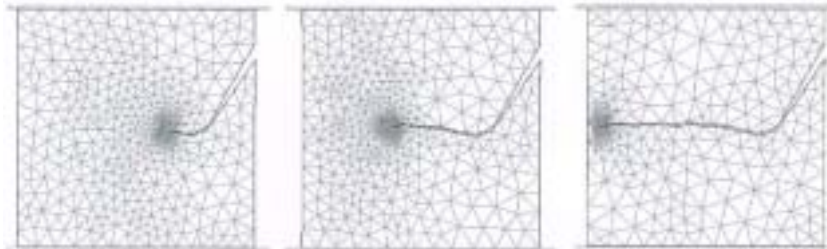


그림 9 최대원주방향응력기준으로 계산한 균열전파



(a) Local direction of propagation



(b) Global direction of propagation

그림 10 최소변형률에너지밀도기준으로 계산한 균열전파

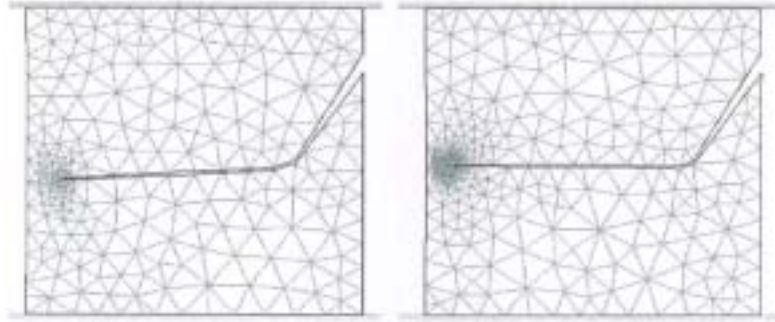


그림 11 최대변형률에너지방출속도기준으로 계산한 균열전파