2003 추계학술발표회 논문집
한국원자력학회

PWR 사용후핵연료 핵종량에 대한 베이지안 허용한계 결정
Determination of Bayesian Tolerance Limit for Isotopic Compositions in PWR Spent Fuel

신희성, 이윤희, 노성기, 서기석, 김호동
한국원자력연구소
대전광역시 유성구 덕진동 150

요 약

베이지안 확률매칭방법을 사용하여 PWR 사용후핵연료에 포함된 38 개 핵종들의 핵종량 계산값에 대한 실험값의 비율을 대상으로 통계분석을 수행하여 95/95 허용한계를 결정하였다. 그 결과, 대부분의 핵종에 대한 베이지안 허용한계는 고전적인 허용한계값과 잘 일치하는 것으로 나타났으며, 표본의 자료수가 증가함에 따라 두 방법에 의해서 결정한 허용한계의 상대오차는 급격히 감소하는 경향을 보였다.

ABSTRACT

The measured-to-calculated ratio of the isotopic compositions of 38 nuclides contained in PWR spent fuel are statistically analyzed for the determination of the 95/95 tolerance limit using Bayesian matching prior method. The results show that Bayesian tolerance limits for most nuclides are consistent with the classical tolerance limits. It's also revealed that the relative errors steeply decrease as the observation number increases.

1. 서 론

사용후핵연료에 포함된 핵종들의 핵종량은 사용후핵연료를 취급하는 시설이나 장치의 설계에 대한 핵임계 안전성 평가와 차폐해석에서 기본적인 데이터로 사용된다. 따라서 이를 보수적으로 추정하는 것은 사용후핵연료의 취급의 안전성 확보를 위해서 매우 중요하다. 이를 위한 방법으로 사용후핵연료 핵종량의 실험값과 전산코드로 계산한 계산값을 비교하여 보정인자를 결정하여 사용하는 방법이 있으며, 이를 위해 그 동안 고전적인 통계방법을 사용하여 보수적인 허용구간을 결정해 왔다. 이 시점에서 기존 방법과 다른 개념을 갖는 베이지안 방법을 도입하여 새로운 핵종량 추정방법을 시도해 볼 필요가 있다고 생각된다.

전통적인 통계학에서는 모집단의 모수를 미지의 상수로 간주하여 주어진 데이터로부터 모수를 추론한다. 그러나 일부 통계학자들은 미지인 모수는 불확실성을 내포하므로 이를 상수로 간주하기보다는 확률변수라고 주장한다. 모수에 대한 사전정보를 이용하여 사전분포를 설정하고 주어진 데이터와 더불어 모수의 사후확률분포를 결정하고 이를 통해 모수에 대한 여러 가지 추론을 수행하는 연구가 일찍부터 이루어졌으며 이를 베이지안 통계학이라 한다. 베이지안 통계학의 핵심은 모수의 사전분포 결정에 있다. 초기에는 주로 모수의 사전분포를

과거의 경험을 바탕으로 결정하였기 때문에 고전 통계학자들로부터 주관적이라는 비판을 받았다. 이후 이를 보완하여 객관적으로 사전분포를 결정하는 무정보 사전분포(noninformative prior)가 개발하였다. 무정보 사전분포에는 자료변환 사전분포(data translated prior), Jeffrey 사전분포, reference 사전분포, 그리고 확률매칭 사전분포(matching probability prior)가 있다. 최근에 확률매칭 사전분포 방법을 근사화하여 허용한계를 결정하는 방법을 연구하고 있다[1,2].

본 연구에서는 베이지안의 확률매칭방법을 사용후핵연료 핵종량의 계산값 대비 실험값의 비율에 적용하여 핵종별 베이지안 허용한계를 결정하고, 이를 고전적인 방법으로 결정한 허용한계값과 비교하였다. .

2. 이론적 배경

가. 확률매칭 방법

확률매칭 방법은 베이지안에서의 모수의 존재확률을 고전적인 방법에서의 신뢰수준과 일치시켜 사전분포함수를 결정하는 방법이다. 이 방법은 Lindley에 의해 처음 시작되었고[3], Welch와 Peers[4]가 이를 구체적으로 정리하였다. 이들은 하나의 위치모수만을 갖는 분포함수인 경우에 Jeffrey의 사전분포가 1차 확률매칭임을 보였다[4]. 이어 Mukerjee와 Dey는 2개 모수를 갖는 분포함수에서 장애(nuisance) 모수가 아닌 다른 하나의 관심(interest) 모수에 대한 2차 확률매칭 사전분포를 유도하였다[5]. Mukerjee와 Ghosh는 정준모수(canonical parameter)에 대한 2차 매칭사전분포를 유도하였고[6], Mukerjee와 Reid는 관심 모수의 대안 값을 포함하는 신뢰집합에 대한 2차 확률매칭사전분포를 다루었다[7].

최근에 Mukerjee와 Reid는 임의의 모수함수에 대한 근사식을 2차 항까지 고려해서 고전적인 신뢰도와 근사적으로 매칭되는 조건하에서 사전분포함수를 결정하는 방법을 제시하였다[1,2]. 일반적인 함수 $g(\theta)$에 대한 2 차 근사 확률매칭은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$P_\theta\{g(\theta)\le Q(\pi,1-\alpha)\}=1-\alpha+o(n^{-1}) \qquad (1)$$

식(1)에서 $g(\theta)$는 일반적인 모수의 함수이고 허용한계를 나타낼 수 있다. $Q(\pi,1-\alpha)$는 $g(\theta)$의 사후 분위수이고, 사전분포함수 $\pi(\cdot)$는 $g(\theta)$에 대한 2차 확률매칭 사전분포함수이다.

나. 사전분포함수 결정과 베이지안 허용한계 결정 방법

고전적인 방법에서는 보통 표본이 정규분포하는 모집단에서 무작위로 추출되었다고 가정한다. 베이지안에서도 동일한 방법으로 표본의 모집단 분포함수가 정규분포라는 가정하에 2차 확률매칭의 조건하에서 사전분포함수를 구하면 다음과 같은 식을 얻는다[1,2].

$$\pi(\theta)\propto\theta_2^{-1} \qquad (2)$$

식(2)의 사전분포함수와 표본에 근거하여 결정되는 우도함수(likelihood function)를 결합하면 사후분포함수가 결정되고, 이를 기준으로 베이지안 허용한계를 결정할 수 있다. 1 차 및 2 차 근사 확률매칭인 경우에 대한 베이지안 허용한계는 변수변환을 통하여 고전적인

방법과 유사한 형태로 변환되어 비중심 t-분포함수를 갖는다[1,8]. 단지 허용한계 계수가 다음과 같은 복잡한 식으로 표현된다.

$$T = \overline{X} + Bs \tag{3}$$

$$B = B^* + n^{-3/2} A_\beta [M_2 J_2(z_\alpha) + M_4 J_3(z_\alpha) + M_6 J_5(z_\alpha) + 2M_3 z_\alpha \{M_1 + M_3 J_2(z_\alpha)\} - \frac{1}{2} z_\alpha \{M_1 + M_3 J_2(z_\alpha)\}^2] \tag{4}$$

$$B^* = z_\beta + n^{-1/2} A_\beta z_\alpha + n^{-1} A_\beta \{M_1 + M_3 J_2(z_\alpha)\} \tag{5}$$

식(4-5)에서 $A_\beta = \left(1 + \frac{1}{2} z_\beta^2\right)^{1/2}$, $M_1 = \frac{5}{4} A_\beta^{-1} z_\beta$, $M_2 = A_\beta^{-2}\left(\frac{3}{2} + \frac{71}{32} z_\beta^2\right)$, $M_3 = \frac{1}{6} A_\beta^{-3} z_\beta \left(3 + \frac{5}{4} z_\beta^2\right)$, $M_4 = A_\beta^{-4}\left(\frac{1}{4} + \frac{11}{8} z_\beta^2 + \frac{49}{96} z_\beta^4\right)$, $M_6 = \frac{1}{2} M_3^2$ 이고, J_i Hermite Polynomial이다. 1차 확률매칭 사전분포에 의한 허용한계는 식(5)를 사용하여 다음과 같이 표현된다.

$$T^* = \overline{X} + B^* s \tag{6}$$

식(6)를 사용하면 정규분포함수에서 무작위 추출된 표본을 기준으로 미래에 발생할 관찰치에 대한 베이지안 확률매칭 방법에 의한 허용한계값을 결정할 수 있다. 식(3-6)에서 허용한계를 결정하는 과정을 살펴보면 다음과 같다. 보통 사용자가 지정하는 α와 β가 주어지면 z_α와 z_β가 결정되고, 이 값을 사용하여 Hermite Polynomial을 구할 수 있으며, 이어서 M_1에서 M_6의 값을 결정할 수 있다. 이들 값이 결정되면 허용한계 계수 B와 B^*가 결정되고, 이들 값과 주어진 표본의 $\overline{X}$ 와 s 값이 결정되면 최종적으로 허용한계 T 혹은 T^*을 식(3)과 식(6)에 의해서 결정할 수 있다.

3. 베이지안 허용한계 결정 및 분석

가. 베이지안 확률매칭 평가

식(3-6)를 사용하여 1 차 및 2 차 근사 확률매칭의 경우에 대한 베이지안 확률값을 결정하여 Table 1에 제시하였다. Table 1의 베이지안 확률값을 고전적인 방법에서의 신뢰수준과 비교해 보면, 자료수가 커지며 따라 베이지안으로 결정된 확률값이 고전적인 방법으로 결정한 신뢰수준에 접근하는 것을 알 수 있다. 이는 확률매칭의 기본조건으로 이를 잘 만족하고 있다는 것을 재확인한 것이 된다. 1 차 및 2 차 근사 확률매칭의 수렴속도를 비교해 보면 2 차 확률매칭의 수렴속도가 1 차보다 훨씬 빠른 것을 알 수 있다.

표준정규분포에서 표본 자료수를 증가시키면서 반복 표본에 따른 베이지안 95/90 및 95/95 허용한계와 고전적인 허용한계와의 상대오차를 구한 후, 이들의 평균과 표준편차를 결정하여 Table 2에 제시하였다. Table 2에서 볼 수 있듯이 표본 자료수가 증가함에 따라 상대오차의 평균값과 오차가 동시에 감소한다. 이는 표본 자료수가 증가하면 반복된 표본의 차이에 기인한 영향이 미미하다는 것을 의미한다.

나. 사용후핵연료 핵종량에 대한 베이지안 허용한계 결정 및 분석

사용후핵연료내 존재하는 38 핵종에 대한 핵종량 계산값 대비 실험값 비율을 통계 표본으로 설정하고 이에 대한 통계분석을 수행하였다. 각 핵종이 사용후핵연료에 존재하는 양을 SAS2H 코드를 사용하여 계산하였고, 실험값은 일본 JAERI 등에서 수행한 결과로부터 얻었다. 표본 자료에서 이상치를 제거한 후 핵종별 자료수, 고전적인 허용한계계수(k)을 Table 3에 제시하였다. 또한 38 개 핵종의 핵종량 계산값 대비 실험값 비율을 기준으로 식 (3-6)을 이용하여 베이지안 95/95 허용한계를 결정하여 Table 3에 함께 제시하였다. Table 3에서 볼 수 있듯이 베이지안의 허용한계는 고전적인 방법으로 결정한 허용한계에 비해서 넓게 설정되는 것을 알 수 있다. 따라서 베이지안에 의해 결정된 허용한계는 보정인자 결정시에 고전적인 방법보다 보수적으로 작용하기 때문에 베이지안 허용한계를 적용하여 사용후핵연료 핵종량을 결정하면 핵종량을 보다 보수적으로 예측할 수 있다고 볼 수 있다.

베이지안과 고전적인 방법으로 결정한 허용한계값의 상대오차를 구하여 정규성 시험 결과와 함께 Table 4에 제시하였다. Table 4에서 볼 수 있듯이 상대오차는 정규성과 의존성이 없다는 것을 알 수 있고, 표본의 자료수에 크게 의존하는 것을 알 수 있다. 즉, 자료수가 커지면 상대오차가 0에 수렴해 가는 것을 확인할 수 있다.

4. 결론 및 향후계획

사용후핵연료에 포함된 38 개 핵종의 핵종량의 계산값 대비 실험값의 비율을 기준으로 베이지안 허용한계를 결정하여 고전적인 방법으로 결정한 허용한계와 비교한 후, 다음과 같은 결론을 얻었다. 기대했던 것만큼 획기적인 결과가 나타나지 않았고, 대부분의 핵종에서 고전적인 방법의 허용한계와 큰 차이를 보지 않아 실제적인 성과는 없었다. 그러나 본 연구에서 고전적인 방법과 확률매칭이 되는 것을 재확인하고 이를 근간으로 베이지안 방법으로 허용한계를 결정함으로써 사용후핵연료 핵종량 자료의 베이지안 통계처리를 처음으로 시도했다는데 그 의의를 찾을 수 있다고 본다. 앞으로 3 차이상의 확률매칭 사전분포 및 사후분포를 결정하여 보다 정확한 허용한계를 결정하는 방법을 연구할 필요가 있겠다. 또한 비정규성의 정도를 정량화해서 이를 고려한 확률매칭 사전분포를 결정하여 베이지안 허용한계를 결정하는 방법에 대한 연구가 필요하다.

본연구는 과학기술부의 원자력 연구개발사업의 일환으로 사용후핵연료특성계량화 기술개발과제에서 수행한 것임.

참 고 문 헌

[1] Mukerjee, R. and Reid, N., "Approximate posterior quantiles of a parametric function with application to Bayesian tolerance limits", ftp://utstat.toronto.edu/pub/reid/reserach (2000).

[2] Mukerjee, R. and Reid, N., "Second order probability matching priors for a

parametric function with application to Bayesian tolerance limits", Biometrika 88, 587-582 (2001).

[3] Lindley, D.V., "Fiducial distributions and Bayes' theorem", J. R. Statist. Soc. B 20, 102-107 (1958).

[4] Welch, B. and Peers, H.W., " On formulate for confidence points based on integrals of weighted likelihoods", J. R. Statist. Soc. B 25, 318-329 (1963).

[5] Mukerjee, R. and Dey, D.K., "Frequentist validity of posterior quantiles in the presence of a nuisance parameter: higher order asymptotics", Biometrika 80, 499-505 (1993).

[6] Mukerjee, R. and Ghosh, J.K., "Second order probability matching priors", Biometrika 84, 970-975 (1997).

[7] Mukerjee, R. and Reid, N., "On a property of probability matching priors: matching the alternative coverage probabilites", Biometrika 86, 333-340 (1999).

[8] Guttman, I., Statistical Tolerance Regions: Classical and Bayesian, Charles Griffin, London (1970).

Table 1. Exact Coverage Probabilities of Bayesian Tolerance Intervals under Normal Model ($\beta = .95$)

alpha	n	ρ_1^*	ρ_1	alpha	n	ρ_2^*	ρ_2
0.90	10	0.8570	0.8829	0.95	10	0.9122	0.9352
	20	0.8796	0.8939		20	0.9323	0.9447
	30	0.8866	0.8967		30	0.9385	0.9471
	40	0.8901	0.8978		40	0.9414	0.9481
	50	0.8921	0.8985		50	0.9432	0.9486
	60	0.8935	0.8988		60	0.9443	0.9490
	70	0.8944	0.8991		70	0.9452	0.9492
	80	0.8951	0.8992		80	0.9458	0.9493
	90	0.8957	0.8994		90	0.9463	0.9494
	100	0.8961	0.8995		100	0.9466	0.9495

Table 2. Mean and Standard Deviation of Relative Error for the Coverage Probabilities of Bayesian Tolerance Intervals ($\beta = .95$)

alpha	n	1st order		2nd order	
		Mean	Standard Deviation	Mean	Standard Deviation
0.90	10	-7.1265	1.0994	-3.1423	0.4847
	20	-2.4074	0.2838	-0.7568	0.0892
	30	-1.3079	0.1239	-0.3369	0.0319
	40	-0.8313	0.0634	-0.1858	0.0142
	50	-0.5913	0.0437	-0.1184	0.0088
	60	-0.4504	0.0320	-0.0824	0.0059
	70	-0.3573	0.0241	-0.0605	0.0041
	80	-0.2922	0.0164	-0.0464	0.0026
	90	-0.2433	0.0124	-0.0364	0.0019
	100	-0.2073	0.0116	-0.0294	0.0016
0.95	10	-9.7806	1.2895	-4.5249	0.5966
	20	-3.4020	0.3671	-1.1186	0.1207
	30	-1.8681	0.1651	-0.5023	0.0444
	40	-1.1963	0.0862	-0.2787	0.0201
	50	-0.8549	0.0601	-0.1783	0.0125
	60	-0.6532	0.0444	-0.1244	0.0084
	70	-0.5196	0.0336	-0.0916	0.0059
	80	-0.4258	0.0229	-0.0703	0.0038
	90	-0.3552	0.0174	-0.0552	0.0027
	100	-0.3032	0.0164	-0.0447	0.0024

Table 3. Classical and Bayesian 95/95 Tolerance Limit for the Ratio of the Measured-to-Calculated of Isotopic Compositions of 38 Nuclides

Isotope	n	k	B^*	B	Classic		Bayesian			
							1st order		2nd order	
					TL^C	k_f	TL^{B^*}	$B^*{}_f$	TL^B	B_f
U-234	24	2.3093	-2.2984	-2.3408	0.7890	0.4815	0.7940	0.4692	0.7905	0.4778
U-235	55	2.0419	-2.0455	-2.0577	0.9491	0.2779	0.9497	0.2758	0.9493	0.2775
U-236	54	2.0463	-2.0498	-2.0623	0.9228	0.2811	0.9234	0.2789	0.9229	0.2806
U-238	42	2.1114	-2.1133	-2.1316	0.9943	0.3297	0.9944	0.3261	0.9943	0.3289
Np-237	13	2.6705	-2.6003	-2.7067	0.7173	0.7709	0.7325	0.7212	0.7235	0.7507
Pu-238	35	2.1667	-2.1663	-2.1904	0.8809	0.3716	0.8841	0.3662	0.8817	0.3702
Pu-239	55	2.0419	-2.0455	-2.0577	0.9077	0.2779	0.9085	0.2758	0.9079	0.2775
Pu-240	55	2.0419	-2.0455	-2.0577	0.9628	0.2779	0.9632	0.2758	0.9629	0.2775
Pu-241	55	2.0419	-2.0455	-2.0577	0.9005	0.2779	0.9016	0.2758	0.9007	0.2775
Pu-242	51	2.0601	-2.0633	-2.0770	0.8694	0.2913	0.8704	0.2889	0.8696	0.2908
Am-241	8	3.1873	-2.9524	-3.1727	0.9018	1.2047	0.9279	1.0438	0.9153	1.1217
Am-242	6	3.7077	-3.2289	-3.5680	0.5279	1.6581	0.6419	1.3182	0.5954	1.4566
Am-243	6	3.7077	-3.2289	-3.5680	0.7994	1.6581	0.8461	1.3182	0.8271	1.4566
Cm-242	15	2.5660	-2.5179	-2.6037	1.2400	0.6858	1.2495	0.6501	1.2436	0.6723
Cm-244	15	2.5660	-2.5179	-2.6037	0.9809	0.6858	0.9868	0.6501	0.9832	0.6723
Se-79	9	3.0312	-2.8552	-3.0398	0.6205	1.0717	0.6500	0.9517	0.6349	1.0133
Sr-90	9	3.0312	-2.8552	-3.0398	0.9373	1.0717	0.9412	0.9517	0.9392	1.0133
Tc-99	13	2.6705	-2.6003	-2.7067	0.5918	0.7709	0.6102	0.7212	0.5993	0.7507
Ru-106	4	5.1439	-3.7374	-4.3604	0.7190	2.9698	0.8396	1.8687	0.8055	2.1802
Sn-126	6	3.7077	-3.2289	-3.5680	0.1393	1.6581	0.1742	1.3182	0.1600	1.4566
I-129	3	7.6559	-4.2096	-5.1688	0.7192	5.4135	0.9424	2.4304	0.9010	2.9842
Cs-133	3	7.6559	-4.2096	-5.1688	0.9168	5.4135	0.9496	2.4304	0.9435	2.9842
Cs-134	15	2.5660	-2.5179	-2.6037	1.0350	0.6858	1.0441	0.6501	1.0384	0.6723
Cs-135	9	3.0312	-2.8552	-3.0398	0.9019	1.0717	0.9087	0.9517	0.9052	1.0133
Cs-137	26	2.2753	-2.2675	-2.3051	0.9564	0.4551	0.9571	0.4447	0.9566	0.4521
Ce-144	4	5.1439	-3.7374	-4.3604	0.8670	2.9698	0.9248	1.8687	0.9084	2.1802
Nd-143	3	7.6559	-4.2096	-5.1688	0.9704	5.4135	0.9856	2.4304	0.9828	2.9842
Nd-144	3	7.6559	-4.2096	-5.1688	0.9689	5.4135	0.9823	2.4304	0.9798	2.9842
Nd-145	3	7.6559	-4.2096	-5.1688	0.9754	5.4135	0.9906	2.4304	0.9878	2.9842
Nd-146	3	7.6559	-4.2096	-5.1688	0.9803	5.4135	0.9845	2.4304	0.9837	2.9842
Nd-148	16	2.5237	-2.4834	-2.5612	0.9671	0.6516	0.9686	0.6208	0.9676	0.6403
Nd-150	3	7.6559	-4.2096	-5.1688	0.8978	5.4135	0.9361	2.4304	0.9290	2.9842
Sm-148	3	7.6559	-4.2096	-5.1688	0.9839	5.4135	1.1045	2.4304	1.0821	2.9842
Sm-149	3	7.6559	-4.2096	-5.1688	-0.8408	5.4135	0.5057	2.4304	0.2557	2.9842
Sm-150	3	7.6559	-4.2096	-5.1688	0.6409	5.4135	0.8482	2.4304	0.8097	2.9842
Sm-152	3	7.6559	-4.2096	-5.1688	0.5590	5.4135	0.7100	2.4304	0.6820	2.9842
Eu-153	3	7.6559	-4.2096	-5.1688	0.5657	5.4135	0.7797	2.4304	0.7400	2.9842
Eu-154	9	3.0312	-2.8552	-3.0398	1.0373	1.0717	1.0575	0.9517	1.0471	1.0133

- $k_f = k/\sqrt{n-1}$, $B^*{}_f = -B^*/\sqrt{n}$, $B_f = -B/\sqrt{n}$

Table 4. Relative Errors of 95/95 Tolerance Limit for the Ratio of the Measured-to-Calculated of Isotopic Compositions of 38 Nuclides

Isotope	n	normality W (p-value)	$\frac{TL^{B^*}-TL^{C}}{TL^{C}}$ (%)	$\frac{TL^{B}-TL^{C}}{TL^{C}}$ (%)	$\frac{B^*_f-k_f}{k_f}$ (%)	$\frac{B_f-k_f}{k_f}$ (%)
U-234	24	0.4176	0.6365	0.1912	-2.5686	-0.7717
U-235	55	0.2417	0.0617	0.0123	-0.7402	-0.1473
U-236	54	0.0330	0.0639	0.0128	-0.7608	-0.1527
U-238	42	0.0028	0.0060	0.0014	-1.1092	-0.2524
Np-237	13	0.3129	2.1131	0.8594	-6.4479	-2.6225
Pu-238	35	0.0256	0.3615	0.0900	-1.4579	-0.3630
Pu-239	55	0.0000	0.0879	0.0175	-0.7402	-0.1473
Pu-240	55	0.1034	0.0447	0.0089	-0.7402	-0.1473
Pu-241	55	0.0000	0.1128	0.0224	-0.7402	-0.1473
Pu-242	51	0.0890	0.1254	0.0259	-0.8290	-0.1713
Am-241	8	0.1827	2.8880	1.4898	-13.3519	-6.8877
Am-242	6	0.8098	21.5896	12.7969	-20.5006	-12.1514
Am-243	6	0.8199	5.8508	3.4680	-20.5006	-12.1514
Cm-242	15	0.0737	0.7700	0.2919	-5.2014	-1.9715
Cm-244	15	0.3275	0.5920	0.2244	-5.2014	-1.9715
Se-79	9	0.4698	4.7593	2.3183	-11.1936	-5.4524
Sr-90	9	0.6549	0.4186	0.2039	-11.1936	-5.4524
Tc-99	13	0.0112	3.1222	1.2699	-6.4479	-2.6225
Ru-106	4	0.6294	16.7743	12.0290	-37.0763	-26.5877
Sn-126	6	0.1714	25.0413	14.8428	-20.5006	-12.1514
I-129	3	0.7597	31.0423	25.2798	-55.1047	-44.8754
Cs-133	3	0.4974	3.5761	2.9122	-55.1047	-44.8754
Cs-134	15	0.1497	0.8861	0.3358	-5.2014	-1.9715
Cs-135	9	0.6776	0.7502	0.3654	-11.1936	-5.4524
Cs-137	26	0.4976	0.0756	0.0218	-2.2778	-0.6577
Ce-144	4	0.6204	6.6580	4.7745	-37.0763	-26.5877
Nd-143	3	0.5367	1.5683	1.2772	-55.1047	-44.8754
Nd-144	3	0.2983	1.3923	1.1338	-55.1047	-44.8754
Nd-145	3	0.5368	1.5573	1.2682	-55.1047	-44.8754
Nd-146	3	0.9995	0.4346	0.3539	-55.1047	-44.8754
Nd-148	16	0.0033	0.1635	0.0600	-4.7210	-1.7332
Nd-150	3	0.7563	4.2666	3.4746	-55.1047	-44.8754
Sm-148	3	0.2683	12.2522	9.9778	-55.1047	-44.8754
Sm-149	3	0.2521	-160.1395	-130.4122	-55.1047	-44.8754
Sm-150	3	0.6957	32.3309	26.3292	-55.1047	-44.8754
Sm-152	3	0.2408	27.0118	21.9975	-55.1047	-44.8754
Eu-153	3	0.2645	37.8190	30.7985	-55.1047	-44.8754
Eu-154	9	0.2718	1.9541	0.9518	-11.1936	-5.4524