2004 춘계학술발표회 논문집
한국원자력학회

수치해석을 이용한 평판에 충돌하는 액적의 변형 해석

성기열, 전규동
한양대학교
서울시 성동구 행당동 17

박현선
Royal Institute of Technology
Drottning Kristinas Väg 33A, 10044, Stockholm, Sweden

요약

액적이 평판에 충돌 할 때 액적의 변형에 대한 해석적인 연구는 이상간의 경계면을 나타낼 수 있는 전산유체역학에 의해 수행된다. 액적이 평판에 충돌시의 변형 모양에 대한 정확한 모사는 다양한 산업에 나타나는 스프레이 냉각과정, 예를 들면, 원자로사고 중 LOCA 에서 나타나는 핵연료 봉과 냉각수 사이의 Reflooding 현상에 대한 정보를 제공해 준다. 본 논문에서는 액적과 평판사이에 열전달이 없는 단열과정에 대한 연구를 수행했으나, 액적이 평판에 충돌시 열전달에 대한 연구는 열수력학적으로 중요하며, 더 많은 연구가 이루어져야 한다.

Abstract

Analytical study of droplet deformation when the droplet impinged onto non-wetted solid surface is proposed. This analytical work is performed by a CFD(Computational Fluid Dynamics) code which enables to simulate the interface between two-phases. Accurate analysis of the liquid droplet interacting with a solid surface will provide an essential input to understand the dynamic process of droplet impingement which encounters in spray cooling process in many industrial processes. One of important application is also in the analysis of reflooding process of LOCA in nuclear reactor. The present work is, however, limited to an adiabatic process, i.e., no heat transfer between the liquid droplet and solid surface. However, hydrodynamic aspects of the liquid drop deformation during the impingement are still essential to investigate the subsequent heat transfer during the process.

1. 서론

가열된 표면에서의 Quenching은 다양한 분야에서 나타나는 물리적 현상이다. 각종 보일러, 응축기, 건조기, 열 파이프, 냉동 장치, 제철 플랜트, 그리고 원자력 발전소의 각종 열 교환 장치에서의 냉각수와 가열된 물체 사이의 반응이 이에 해당된다. Quenching에 대한 연구는 원자력 발전의 열 교환 장치 등에서의 안전 기준 설정과 해석에 필수적이다.

원자력 발전소에서 원자로에 대한 설계는 LOCA(Loss-Of-Coolant Accident) 사고 시나리오에 근거를 둔다. LOCA 발생시 ECCS(Emergency Core Cooling System)에 의해 원자로 냉각이 이루어진다. 사고 발생시 과열된 원자로를 냉각하기 위한 냉각수는 원자로 압력 용기안에서 Reflooding을 거치게 된다. Reflooding 동안 냉각수에서는 증발이 일어난다. LOCA 발생시 적절한 안전 기준 평가를 위해 필요한 과열된 핵연료봉의 최고 온도, 또는 피복관 최고 온도를 알기 위해서는 과열된 피복관과 냉각수 사이의 Reflooding 상태의 정확한 현상을 이해하는 것이 중요하다.

전산유체공학(CFD) 코드는 이러한 현상들을 분석하는데 사용된다. 이런 코드에 사용되는 수치 해석 방법들은 Reflooding 하에서 액적의 흡수와 방출에 대한 세부적인 연구의 수행을 가능하게 해 주었는데, Level Set 법, VOF(Volume of Fluid) 법, CIP(Cubic Interpolated Propagation) 법, Lattice Boltzmann 법 등의 예를 들 수 있다.

LOCA 사고 발생시, Reflooding 냉각수 안에서의 액적의 흡수, 방출 그리고 포스트 드라이 아웃에서의 Reflooding 냉각수의 열전달 등에 대한 정확한 예측은 피복관의 최고 온도를 예측하는데 중요하다. 우선 포스트 드라이 아웃 영역에서 주된 열전달 방법은 과열된 핵연료봉 표면에서 분무류 안에 있는 작은 액적들에 의한 Quenching 과정에 의한 것이다. Quenching과정을 이해하기 위해서는, 고체 표면과 액적 사이의 충돌 반응을 아는 것이 중요하다. 액적으로 이루어진 분무가 가열된 표면에 충돌시, 액적의 변형은 가열된 표면에서 액적으로의 열전달이 이루어지는 접촉 면적에 대한 정보를 제공해 준다. 다음으로 냉각수가 Reflooding하는 동안 분무류에서의 액적의 분포는 Reflooding 냉각수로부터의 액적의 생성과 Quenching이 진행되는 동안 액적의 흡수 사이의 질량 보존에 의해 결정 된다.

본 논문에서는 액적이 Non-wetted 고체표면에 충돌 할 때의 미시적인 현상에 대해 CIP 법과 Level Set 법을 사용해서 모사 하였다.

2 수치해석 방법

2.1 보존 방정식

액적의 운동은 다음의 세가지 방정식을 따른다.

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}=\left(\vec{u}\cdot\nabla\right)\rho=-\rho\nabla\cdot\vec{u}$$
$$\frac{\partial\vec{u}}{\partial t}+\left(\vec{u}\cdot\nabla\right)\vec{u}=\vec{g}+\frac{1}{\rho}\left[-\nabla\rho+\nabla\cdot\left(\mu D\right)+\sigma\kappa\delta\vec{n}\right] \quad (2.1)$$
$$\frac{\partial p}{\partial t}+\left(\vec{u}\cdot\nabla\right)=-\gamma p\nabla\cdot\vec{u}$$

위의 식들은 각각 연속, 운동량 보존, 에너지 보존 방정식이다. $\vec{g}$ 는 중력, γ 는 비열 비, δ 는 Dirac delta 함수이다.

2.2 CIP 법

CIP 해법은 Yabe에 의해 개발되었으며 비압축성 유동뿐만 아니라 압축성 유동에도 적용할 수 있다는 특징이 있다. CIP 법에서는 위의 지배 방정식들을 하나의 시간 간격에서 대류항과 비대류항으로 나누어 방정식을 풀게 된다.

Cartesian 좌표계에서 2차원 쌍곡선형 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial\phi}{\partial t}+u\frac{\partial\phi}{\partial x}+v\frac{\partial\phi}{\partial y}=g \quad (2.2)$$

계산을 간단히 하기 위해서 Δx 와 Δy 는 일정하다고 하고, $u<0$ 이고 $v<0$ 이라고 가정하면 격자 $(i,j)-(i,j+1)-(i+1,j+1)-(i+1,j)$ 에서 3차 스플라인 보간 함수를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}F_{i,j}(x,y)=&[(A1_{i,j}X+A2_{i,j}Y+A3_{i,j})X+A4_{i,j}Y+\partial_x\phi_{i,j}]X\\&+[(A5_{i,j}Y+A6_{i,j}X+A7_{i,j})Y+\partial_y\phi_{i,j}]Y+\phi_{i,j}\end{aligned} \quad (2.3)$$

여기서, $X=x-x_{i,j},Y=y-y_{i,j}$ 이다. 만약 격자점에서의 $\phi_{i,j}$ 만이 주어져 있다면, 미지수는 $A1_{i,j},\cdots,A7_{i,j}$ 및 $\partial_x\phi_{i,j},\partial_y\phi_{i,j}$ 이다. $(\partial_x\phi=\frac{\partial\phi}{\partial x},\partial_y\phi=\frac{\partial\phi}{\partial y})$

미분하면,

$$(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial y})\partial_x\phi=\frac{\partial g}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial x}\cdot\frac{\partial\phi}{\partial x}-\frac{\partial v}{\partial x}\cdot\frac{\partial\phi}{\partial y}\equiv R_x \quad (2.4)$$
$$(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial y})\partial_y\phi=\frac{\partial g}{\partial y}-\frac{\partial u}{\partial y}\cdot\frac{\partial\phi}{\partial x}-\frac{\partial v}{\partial y}\cdot\frac{\partial\phi}{\partial y}\equiv R_y \quad (2.5)$$

를 얻는다. 남은 미지수 $A1_{i,j},\cdots,A7_{i,j}$ 를 구하기 위해 다음과 같은 조건을 사용한다.

격자점 $(i,j+1),(i+1,j)$: 함수 ϕ 와 공간 미분 $\partial_x\phi,\partial_y\phi$ 의 연속

격자점 $(i+1, j+1)$: 함수 ϕ의 연속

$$\begin{aligned}
A1_{i,j} &= [-2d_i + \partial_x(\phi_{i+1,j} + \phi_{i,j})\Delta x]/\Delta x^3 \\
A2_{i,j} &= [A8_{i,j} - \partial_x d_j \Delta x]/(\Delta x^2 \Delta y) \\
A3_{i,j} &= [3d_i - \partial_x(\phi_{i+1,j} + 2\phi_{i,j})\Delta x]/\Delta x^2 \\
A4_{i,j} &= [-A8_{i,j} + \partial_x d_j \Delta x + \partial_y d_i \Delta y]/(\Delta x \Delta y) \\
A5_{i,j} &= [-2d_j + \partial_y(\phi_{i,j+1} + \phi_{i,j})\Delta y]/\Delta y^3 \\
A6_{i,j} &= [A8_{i,j} - \partial_y d_i \Delta y]/(\Delta x \Delta y^2) \\
A7_{i,j} &= [3d_i - \partial_y(\phi_{i,j+1} + 2\phi_{i,j})\Delta y]/\Delta y^2 \\
A8_{i,j} &= -(\phi_{i,j} - \phi_{i+1,j} - \phi_{i,j+1} + \phi_{i+1,j+1})
\end{aligned} \tag{2.6}$$

여기서, $d_i = \phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}, d_j = \phi_{i,j+1} - \phi_{i,j}$ 이다.

비대류 단계에서 $\phi, \partial_x\phi, \partial_y\phi$는 다음과 같다.

$$\phi_{i,j}^* = \phi_{i,j}^n + g_{i,j}\Delta t \tag{2.7}$$

$$\begin{aligned}
\partial_x\phi_{i,j}^* = \partial_x\phi_{i,j}^n - \frac{\phi_{i+1,j}^* - \phi_{i-1,j}^* - \phi_{i+1,j}^n + \phi_{i-1,j}^n}{2\Delta x} \\
- \partial_x\phi_{i,j}^n \frac{(u_{i+1,j} - u_{i-1,j})\Delta t}{2\Delta x} - \partial_y\phi_{i,j}^n \frac{(v_{i+1,j} - v_{i-1,j})\Delta t}{2\Delta x}
\end{aligned} \tag{2.8}$$

$$\begin{aligned}
\partial_y\phi_{i,j}^* = \partial_y\phi_{i,j}^n - \frac{\phi_{i,j+1}^* - \phi_{i,j-1}^* - \phi_{i,j+1}^n + \phi_{i,j-1}^n}{2\Delta y} \\
- \partial_x\phi_{i,j}^n \frac{(u_{i,j+1} - u_{i,j-1})\Delta t}{2\Delta y} - \partial_y\phi_{i,j}^n \frac{(v_{i,j+1} - v_{i,j-1})\Delta t}{2\Delta y}
\end{aligned} \tag{2.9}$$

대류단계에서도 $\phi_{i,j}^{n+1} = F_{i,j}(x_{i,j} - u\Delta t, y_{i,j} - v\Delta t)$, $\partial_x\phi_{i,j}^{n+1} = \partial_x F_{i,j}, \partial_y\phi_{i,j}^{n+1} = \partial_y F_{i,j}$ 과 같이 계산되며, 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
\phi_{i,j}^{n+1} &= [(A1_{i,j}\xi + A2_{i,j}\eta + A3_{i,j})\xi + A4_{i,j}\eta + \partial_x\phi_{i,j}^*]\xi \\
&\quad + [(A5_{i,j}\eta + A6_{i,j}\xi + A7_{i,j})\eta + \partial_y\phi_{i,j}^*]\eta + \phi_{i,j}^n
\end{aligned} \tag{2.10}$$

$$\partial_x\phi_{i,j}^{n+1} = (3A1_{i,j}\xi + 2A2_{i,j}\eta + 2A3_{i,j})\xi + (A4_{i,j} + A6_{i,j}\eta)\eta + \partial_x\phi_{i,j}^* \tag{2.11}$$

$$\partial_y\phi_{i,j}^{n+1} = (3A5_{i,j}\eta + 2A6_{i,j}\xi + 2A7_{i,j})\eta + (A4_{i,j} + A2_{i,j}\xi)\xi + \partial_y\phi_{i,j}^* \tag{2.12}$$

여기서, $\xi = -u\Delta t,\ \eta = -v\Delta t$ 이다.
앞에서 설명된 식들은 이동속도가 $u < 0, v < 0$ 인 경우에 사용할 수 있는 식이다.

2.3 Level-Set Front-Capturing 알고리즘

다양한 상이 존재하는 상태에서 국소적인 밀도, 점성과 같은 특성들은 상의 경계면에서 급격하게 변화한다. 이와 같은 경계면에서 방정식들을 유한 차분법과 같은 방법으로 풀면 급격한 수치 확산이 발생한다. 하지만, Level Set 알고리즘을 이용하여 움직이는 경계면을 확보하면 수치 확산을 방지할 수 있다.

Level Set 법에서는 경계면은 부드러운 함수로 나타내어지는데, 일반적으로 Zero-Level Set 함수는 경계면을 나타낸다. 이 방법의 기본 발상은 ϕ_i 라고 불리는 Level Set 함수의 변화를 따라가는 것이다. 이 방법에서 경계면의 외부는 양으로, 내부는 음으로 표시되며, 경계면은 앞서 말한대로 Zero Level Set 함수와 일치한다. 경계면의 움직임은 다음과 같은 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial t} + \left(\vec{u} \cdot \nabla\right)\phi_i = 0 \tag{2.13}$$

$i = 1 \ldots N$ 까지이며, N 은 서로 다른 움직이는 경계면을 나타내는 Level Set 함수의 번호이다. ϕ_i 는 매끄러운 함수이므로 위의 방정식은 Eulerian Grid에서 수치해석적으로 풀어질 수 있다.

거리 함수는 모든 $\vec{x}_I \in \partial\Omega$ 에서 $d(\vec{x}) = \min\left(\left|\vec{x} - \vec{x}_I\right|\right)$ 로 나타내어지는데, $\vec{x} \in \partial\Omega$ 인 경계면에서 $d\left(\vec{x}\right) = 0$ 이다. Signed Distance Function이란 함축적인 함수로서, 모든 $\vec{x}$ 에서 $\left|\phi_i\left(\vec{x}\right)\right| = d\left(\vec{x}\right)$ 로 나타낼 수 있다. 경계면에서 $\phi_i\left(\vec{x}\right) = d\left(\vec{x}\right) = 0$ 이고 내부에서는 $\phi_i\left(\vec{x}\right) = -d\left(\vec{x}\right)$, 외부에서는 $\phi_i\left(\vec{x}\right) = d\left(\vec{x}\right)$ 이다. ϕ_i 는 Signed Distance Function로 나타내어져야 한다. 시간 t=0 일 때도 거리 함수로서 초기화 되어야 하며, 적당한 시간 간격마다 다시 초기화 되어야 한다. 그 이유는 식(2.13)에 의해 경계면이 속도 $\vec{u}$ 로 변함에 따라 $\phi_i\left(\vec{x}\right)$ 도 변하기 때문이다. 또한 Level Set 법에서는 수치적인 이산화를 수행함에 있어서 질량이 보존되지 않는다. 따라서 적당한 시간이 지나면 질량도 Level Set 함수에 의해 다시 계산 되어야 한다.

함수 $\phi_1\left(\vec{x}\right)$ 와 $\phi_2\left(\vec{x}\right)$ 에 의해 표시되어지는 유체의 물성치는 다음과 같다.

$$\rho(\vec{x}) = \left\{\rho_v + (\rho_l - \rho_v) H_\varepsilon\left(\phi_2(\vec{x})\right)\right\} H_\varepsilon\left(\phi_1(\vec{x})\right) + \rho_d \left\{1 - H_\varepsilon\left(\phi_1(\vec{x})\right)\right\},$$
$$\mu(\vec{x}) = \left\{\mu_v + (\mu_l - \mu_v) H_\varepsilon\left(\phi_2(\vec{x})\right)\right\} H_\varepsilon\left(\phi_1(\vec{x})\right) + \mu_d \left\{1 - H_\varepsilon\left(\phi_1(\vec{x})\right)\right\} \quad (2.14)$$

여기서 $H_\varepsilon(\phi)$는 Heaviside Function으로

$$H_\varepsilon(\phi) = \begin{cases} 0 & \phi < -\varepsilon \\ \dfrac{1}{2} + \dfrac{\phi}{2\varepsilon} + \dfrac{1}{2\pi}\sin\left(\dfrac{\pi\phi}{\varepsilon}\right) & -\varepsilon \le \phi \le \varepsilon \\ 1 & \varepsilon < \phi \end{cases} \quad (2.15)$$

와 같다.
표면장력은

$$\sigma\kappa\delta(\vec{x})\vec{n} = \sigma\delta_\varepsilon(\phi_i)\nabla\phi_i\nabla\cdot\left(\frac{\nabla\phi_i}{|\nabla\phi_i|}\right) \quad (2.16)$$

와 같고, δ_ε는 Dirac Delta 함수이다.
위에서 말한 물성치들은 수치 계산시 불안정성을 없애기 위하여 경계면을 기준으로 하여 2ε 두께 내에서 변한다고 가정 된다.
식(2.13)을 이산화하여 계산하는데 공간 미분 항은 Hamilton-Jacobi ENO 방법이 사용되고, 시간 항은 TVD Runge-Kutta 방법이 사용되는데, 이때 시간 간격은 다음과 같은 CFL Condition, 중력, 점도, 그리고 표면장력의 제한에 의해 결정된다.

$$\Delta t_s \equiv \sqrt{\frac{(\rho_c + \rho_b)\mathrm{We}}{8\pi}}\Delta x^{3/2}$$
$$\Delta t_\nu \equiv \min_\Omega\left(\left(\frac{3}{14}\right)\frac{\rho(\mathrm{Re})\Delta x^2}{\mu}\right)$$
$$\Delta t_c \equiv \min_\Omega\left(\frac{\Delta x}{|u|}, \Delta x\,\mathrm{Fr}\right) \quad (2.17)$$
$$\Delta t^{n+1} = \frac{1}{2}\min(\Delta t_\nu, \Delta t_s, \Delta t_c)$$

3. 계산 조건

2-D 모델을 사용하였으며, 격자는 320×320, 격자 크기는 $0.4\ \mathrm{mm} \times 0.4\ \mathrm{mm}$로 하였다. 경계 조건은 바닥은 Dirichlet Condition(Non-Slip Wall), 그 외는 Neumann Condition 이다.

액적은 평판 위에서 각각 7.5, 4.0, 2.0 m/s의 초기 속도를 가지고 충돌한다.

계산에 사용된 액적의 상태는 아래의 표 1과 같다.

표 1.

모양	반경(mm)	초기속도(m/s)		
구	4	7.5	4.0	2.0

액적의 속성은 표 2와 같다.

표 2.

유체	밀도 (kg/m^3)	점도 (Pa·s)	표면장력 (N/m)
액적	1000	0.001003	0.074
공기	1.2042	18.17E-6	/

. 그림은 초기 속도를 각각 7.5 (그림 1), 4.0 (그림 2), 2.0 (그림 3)으로 하고, 평판 바로 위에서 떨어뜨렸을 때의 모양을 나타낸 것이다.

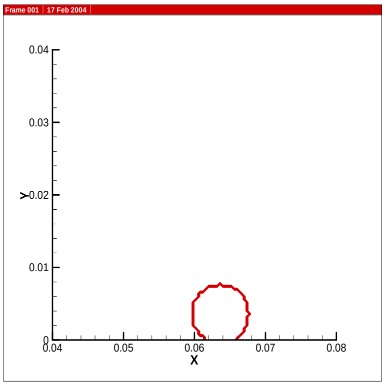
4. 결론

평판 위에 액적이 충돌할 때 액적의 변화 모양에 영향을 주는 요소에는 반지름, 초기 속도, 액적의 모양, 표면 장력 등 여러 가지가 있지만, 본 연구에서는 초기 속도에 따른 모양만을 모사 하였다. 그리고 지배 방정식을 풀 때 등온 과정이라는 전제하에 에너지 방정식의 생성항을 무시하였다. 결과 그림에서 보다시피 액적은 평판과 충돌 후 시간이 지남에 따라 퍼지는데, 그림 1과 그림 2에서의 양쪽에 나타나는 뭉치는 모양은 표면 장력에 의한 영향으로 판단된다. 본 논문에서는 간단한 조건하에서 프로그램을 실행하였으나, 추가 연구를 통해 액적이 평판에 충돌시 열전달 거동을 해석할 수 있다면 다양한 공학 분야에 유용한 정보를 제공해 줄 수 있을 것이다.

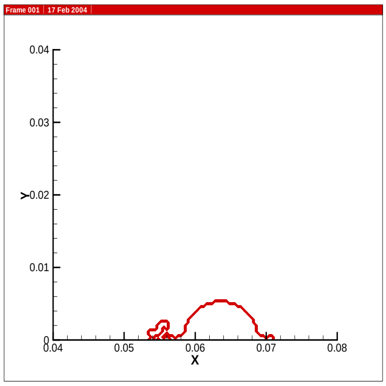
참고 문헌

1. Chang, Y.C., et al., “A level set formulation of Eulerian interface capturing methods for incompressible fluid flows,” *J. of Computational Physics*, Vol.124, pp. 449-464, 1996.
2. Osher, S. and Fedkiw, R., “Level Set Methods and Dynamics Implicit Surfaces,” Springer, 2002.
3. Sussman, M., et al., “A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow,” *J. of Computational Physics*, Vol.114, pp.146-159, 1994.

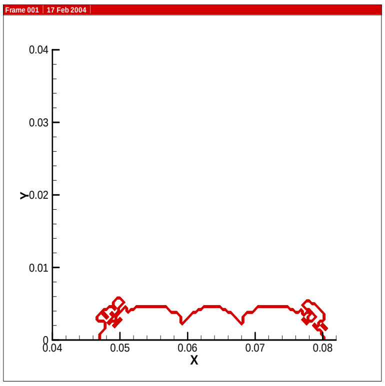
4. 명현국, “전산열유체공학,” 문운당, 1999.
5. M. Pasandideh-Fard, R. Bhola, S. Chandra, J. Mostaghimi, “Deposition of tin droplets on a steel plate: simulations and experiments,” *International Journal of Heat and Mass Transfer* 41, pp. 2929-2945, 1998.
6. Shiraz, D., Sanjeev, C., “Impact, recoil and splashing of molten metal droplets,” *International Journal of Heat and Mass Transfer* 43, pp. 2841-2857, 2000.
7. R. Ghafouri-Azar, S. Shakeri, S. Chandra and J. Mostaghimi, “Interactions between molten metal droplets impinging on a solid surface,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 46, Issue 8, pp. 1395-1407, April 2003.



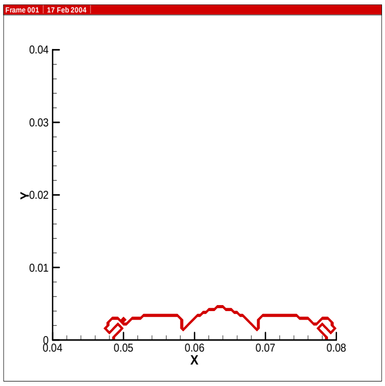
초기 모양



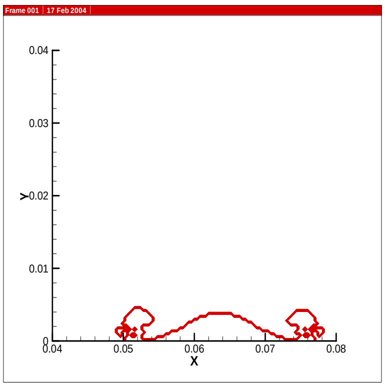
t =0.4 msec 이후



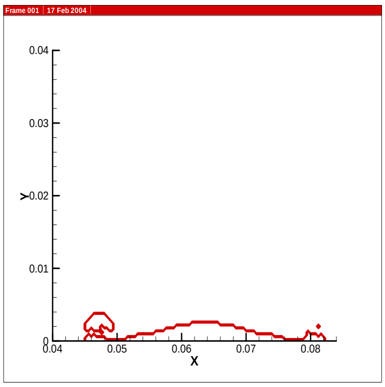
t =0.48 msec 이후



t =0.523 msec 이후

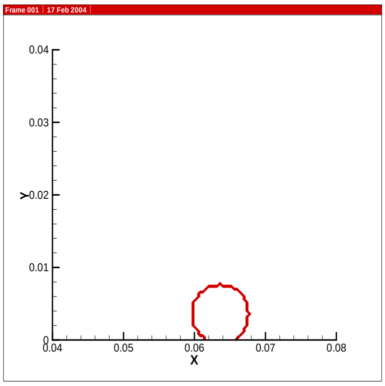


t =0.69 msec 이후

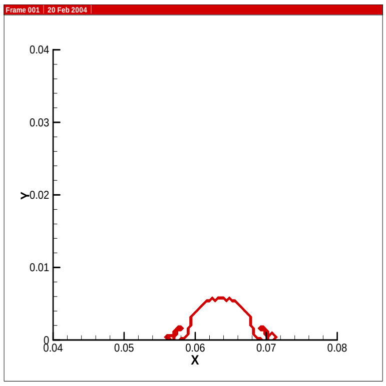


t =1.3 msec 이후

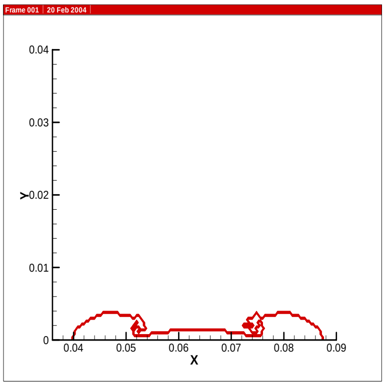
그림 1. 초기 속도가 7.5 m/s 일 때



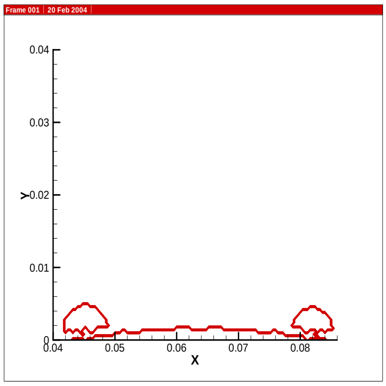
초기 모양



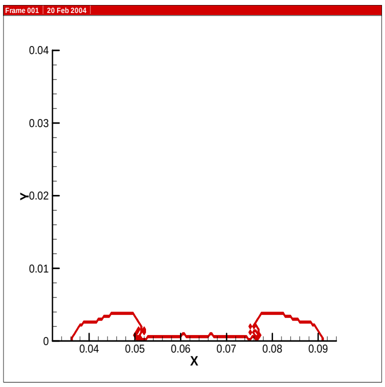
t =0.58 msec 이후



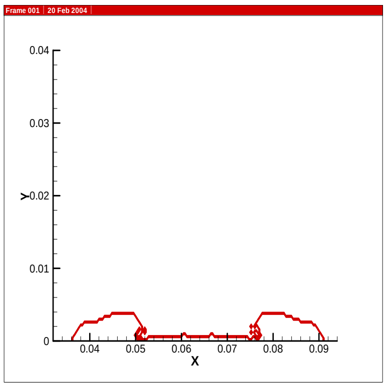
t =3.8 msec 이후



t =4.4 msec 이후

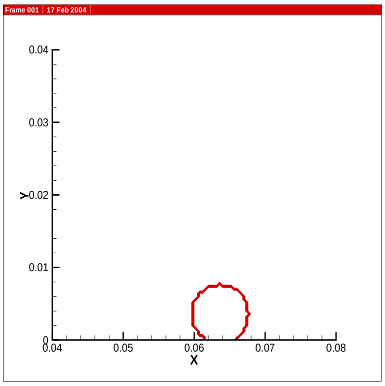


t =5.6 msec 이후

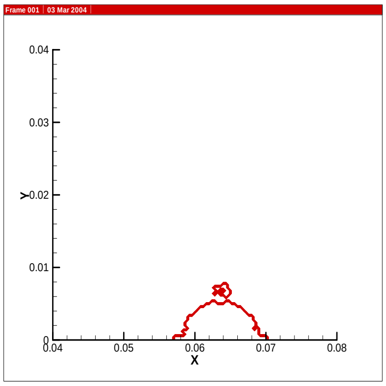


t =8.7 msec 이후

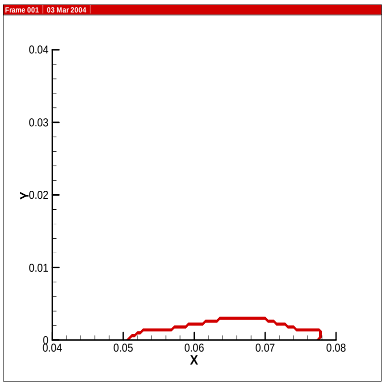
그림 2. 초기 속도가 4 m/s 일 때



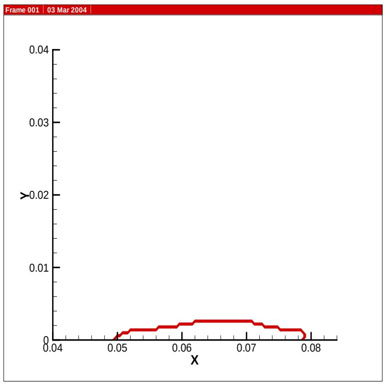
초기 모양



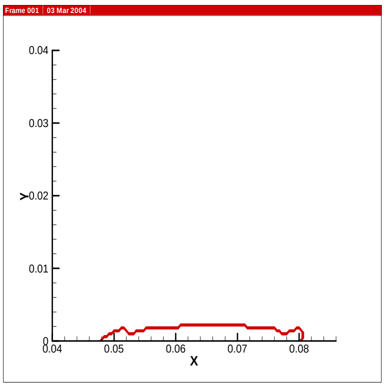
t =1.5 msec 이후



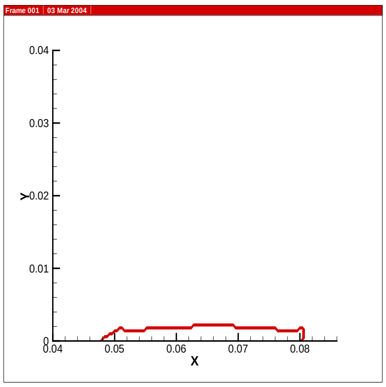
t =4.8 msec 이후



t =5.8 msec 이후



t =7.7 msec 이후



t =9.7 msec 이후

그림 3. 초기 속도가 2 m/s 일 때