2004 춘계학술발표회 논문집
한국원자력학회

이상 유동에서의 전기적 캐패시턴스 토모그라피 코드 개발과 다양한 이미지 복원 방법의 평가

Development of the Capacitance Tomography Code for Two-phase Flow and Evaluation of Various Image Reconstruction Method

이경황 , 이재영
한동대학교
경북 포항시 북구 흥해읍

요 약

본 연구에서는 전기적 캐패시턴스 토모그라피(ECT) 코드를 개발 하고, 물/증기 계통과 같이 온도와 압력에 따라 유전율이 크게 변하는 경우에 최적 알고리즘을 평가 했다. 이를 위하여 유전율의 변화에 대해 적용 할 수 있도록 민감도 행렬(Sensitivity matrix) 및 캐패시턴스의 값을 정규화(regularization)하여 물질의 유전율이 변화함에 대해 역전사 알고리즘이 적용 될 수 있도록 하였다. 이를 이용하여 선형 역전사(Linear Back Projection), 티크노프 정규화(Tikhonov Regularization), 반복 티크노프 정규화(Iterative Tikhonov Regularization), 프로젝티드 랜드웨버 반복(Projected Landweber Iteration)법에 대해 유전율을 2, 10, 50, 80으로 변화시켜가며 층류, 환형류, 중심류의 모델에 대하여 복원이미지 오차를 통해 유전율의 변화에 적합한 알고리즘을 평가하였다. 그 결과 의 투영 랜드웨버 반복법 경우 이미지 오차가 10%내외로 복원력이 가장 좋으며, 유전율의 변화에도 의존하지 않아 유전율이 변화하는 상황에서 적용하기 가장 적당한 알고리즘으로 판단되었다. 또한 이미지 복원 계산 시간이 평균 3초 정도였으나 수렴조건을 완화시켜, 이미지오차를 20%내외의 범위에서 계산시간을 0.42초까지 감소시켜 실시간 적용가능성을 확인 하였다.

Abstract

In this study, a computer code for Electrical Capacitance Tomography(ECT) was developed and the algorithm for the ECT was evaluated to find the algorithm which is insensitive to the change of dielectric constant, which can be changed according to pressure and temperature. The sensitivity matrix and measured capacitance is modified to use various dielectric constants. Linear Back Projection (LBP), Tikhonov Regularization(TR), Iterative Tikhonov Regularization(ITR), Projected Landweber iteration(PLI) methods are simulated changing dielectric constant 2, 10, 50, and 80 for the starafied, annular, core flow model. It was found that PLI is very insensitive to the change of the permittivity and the most accurate algorithm among there. Elapsed reconstruction time was 3sec. However, as lowering the convergence bound, elapsed reconstruction time can be reducible to 0.42sec. The results show PLI method is applicable to real time processing of the two-phase flow.

1. 서 론

프로세스 토모그라피(Proces Tomography)기법은 프로세스 공정에서 관찰하고자 하는 지역의 내부를 침투시키지 않는 센서를 장착하여 얻어진 데이터를 통하여 그 지역의 순간적인 단면을 얻어내는 기법으로, 원자력 발전 과정에서 이상유동 발생시 유동의 패턴을 분류하거나 기포분율을 측정하는데 적용 할 수 있는 매우 중요한 방법으로 현재 많은 연구가 진행되고 있다.

프로세스 토모그라피의 측정기법은 광학(Optical), X-ray, γ -ray, 양전자 방출(Positron emission), 자기 공명(Magnetic resonance), 초음파(Ultrasonic), 캐패시턴스(Capacitance), 전도성(conductivity), 유도전류(inductive) 등의 다양한 원리를 이용한 기법이 있으며, 복원하고자 하는 물질의 특성과 목적, 상황 등에 따라 측정기법을 선택하게 된다. 이 중 캐패시턴스를 이용한 전기적 캐패시턴스 토모그라피기법은(Electrical Capacitance Tomography, ECT) 안전하고 비용이 저렴하고 빠른 반응 속도를 가지고 있으며, 90년대 이후로 급속하게 발전해 왔다. 캐패시턴스 토모그라피의 구성요소는 크게 캐패시턴스를 측정하고 여러 개의 전극판에서의 값을 순차적으로 저장 할 수 있도록 해주는 스위칭부분을 포함한 하드웨어 부분과 측정된 캐패시턴스 값을 이용하여 이미지를 복원하는 소프트웨어 부분으로 나누어 진다.

ECT 시스템에서 측정되는 캐패시턴스 값은 fF에서 pF의 레벨로 그 측정 범위가 작아 이를 위한 측정 기술이 개발 되어왔다. 이 범위의 캐패시턴스를 측정하기 위해 처음 적용된 방법은 전하-방출(Charge-Discharge)회로이다.(Xie 1992) 전하-방출 회로는 0.3fF까지의 측정 레벨을 가진다. 이후 교류-바탕(AC-Based) 회로가 개발되었고,(Yang 1999) 이 방법을 통해 0.03fF레벨까지의 정밀한 캐패시턴스 측정이 가능 하게 되었다.

측정되는 캐패시턴스 값은 전기장을 이용하여 유전율의 분포에 따라 측정되는 캐패시턴스 값을 이용하기 때문에 감지 영역이 넓게 된다. 이러한 방법은 감지하는 영역이 넓기 때문에 측정센서의 개수가 제한되기 되며, 이를 위해 복원 알고리즘의 개발이 필요하게 된다. 복원 알고리즘으로 처음 시도된 방법은 선형 역전사 (Linear Back Projection, LBP) 방법이다.(Xie 1992) LBP는 알고리즘이 단순하고 빠르기 때문에 많이 사용되고 있으나 복원 이미지가 정확 하지 않았으며, 이를 위해 많은 진보가 이루어졌다. LBP의 이미지를 필터링을 통해 복원력을 향상시킨 필터드 선형 역전사(Filtered Linear Back Projection, FLBP) 방법이 개발되었으며(Mwambela 1997), 모델 기초 복원(Model Based Reconstruction MOR) 등이 개발되었다.(Hammer and Johansen 1997) 그 후 반복계산 방법 중에 하나인 랜드웨버(Landweber) 반복 계산을 적용한 프로젝티드 랜드웨버 반복법(Projected Landweber iteration method)이 개발되었으며,(Yang 1999) 타당치 않은 역문제(Ill posed inverse problem)를 해결하기 위한 방법인 티크노프 정규화(Tikhonov regularization)방법을 적용한 방법이 ECT에 적용되었다.(Peng 2000, Lionheart 2001). 또한 통계학의 기법 중에 하나인 선형 회귀(Linear regression)를 이용하여 민감도 행렬을 생성하고 이를 티크노프 정규화 방법을 이용한 다변량 선형 회귀복원(Multiple Linear Regression Reconstruction, MLRR)이 개발 되었으며(Yan et al 2001), MLRR의 방법에 랜드웨버방법을 적용시켜 수렴 속도를 빠르게 한 수정 정규화(Revised Regularization)방법 등이(Jinchuang 2002) 개발되었다.

현재 ECT가 적용되고 구현되고 있는 분야는 물-기름, 증기-물, 파우더 유동(powder flow)등의 다양한 유전율에 대해 적용이 되었다. 그러나 이러한 다양한 유전율의 비율에 대한 각 알고리즘의 복원력 평가는 체계적으로 이루어져있지 않다. 특히 증기-물의 경우 고온 고압의 조건에서는 물의 유전율이 온도가 증가함에 따라 감소하는 온도의 함수이며, LNG의 경우도 액화 과

정에서 유전율이 변화 하는 경우가 있어, 유전율의 변화가 있는 경우에 대해 복원력의 검토가 필요하다. 따라서 본 연구는 기존의 기법을 유한 차분법(Finite Difference Method)을 근간으로 구현하고 각 기법에 대해 유전율의 비율 변화에 따른 이미지 복원 능력의 평가와 개선안을 제시하는 것을 목적으로 한다.

2. ECT 시스템의 구성

ECT 시스템은 크게 측정 센서부분, 캐패시턴스측정과 각 센서를 스위칭 하여 데이터를 받는 회로부분 그리고 복원 알고리즘을 통해 이미지를 복원하는 부분 등으로 이루어진다. 본 연구에서는 복원 알고리즘의 평가 및 향상을 목적으로 하므로 ECT 시스템의 센서를 모델링하고 모델링 한 센서의 수치적 해석이 선행되어야 한다.

2.1 ECT 센서 모델링과 전자장 해석 코드 개발

ECT 센서는 일반적으로 관심영역에 일반적으로 8개 또는 12개의 전극판을 고정시켜 만들어지게 된다. 측정 전극판의 개수가 많아지면 측정 횟수($n(n-1)/2$)가 증가 하게 되므로 복원을 위한 더 많은 정보를 줄 수 있지만 각 센서에서의 측정값이 작아지게 되며, 이것은 노이즈에 매우 민감하여 이미지를 복원하는 과정에서 안정적이지 못한 결과를 가져 올 수 있으므로, 적절한 전극판의 개수를 결정하는 것이 필요하다. 본 연구에서는8개의 전극판을 사용하여 센서를 모델링 하였다. 또한 프로세스 토모그라피가 실재 적용될 때는 원형의 센서가 대부분 적용되나, 알고리즘을 개발하고 각각의 특성을 분석하는 면에서는 사각형 센서가 용이하여 사각형 ECT 시스템을 모델로 하였다. ECT센서의 설계과정에서 설계요소로는 센서의 벽면의 두께, 측정 전극판에서 스크린 전극판(screen electrode)까지의 거리, 측정 전극판 사이의 거리, 등이 있으며 이를 고려하여 그림1과 같이 센서를 설계하였다.

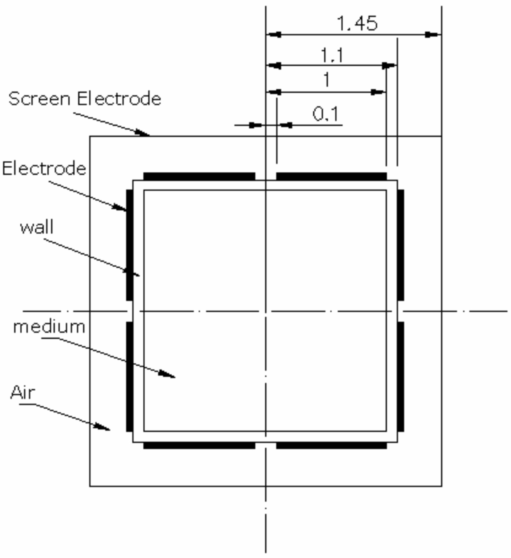

그림 1. 사각형 ECT system의 모델

설계된 ECT 센서의 지배 방정식은 포이손(Poisson) 방정식이며, 센서 내부에서는 유전율의 분포 ($\rho(x, y)$)가 0인 라플라스(Laplace) 방정식이 된다.

$$\nabla \cdot (\varepsilon(x, y) \nabla \phi) = -\rho(x, y) \tag{1}$$

모델링 된 ECT 센서의 지배방정식은 수치해석을 통해 해석된다. 본 연구에서는 유한차분법(FDM)을 이용하여 지배방정식을 해석하였다. 지배방정식을 중심차분 도식을 이용하여 다음과 같이 유도되었다.

$$
\begin{aligned}
&[\nabla\cdot(\varepsilon\nabla\phi)]_{i,j} = \frac{1}{2h^2}\Big[\left(\varepsilon_{i+1,j}+\varepsilon_{i,j}\right)\phi_{i+1,j} + \left(\varepsilon_{i,j+1}+\varepsilon_{i,j}\right)\phi_{i,j+1} \\
&-\left(\varepsilon_{i+1,j}+\varepsilon_{i,j+1}+\varepsilon_{i-1,j}+\varepsilon_{i,j-1}+4\varepsilon_{i,j}\right)\phi_{i,j} + \left(\varepsilon_{i,j}+\varepsilon_{i-1,j}\right)\phi_{i,j-1} + \left(\varepsilon_{i,j}+\varepsilon_{i,j-1}\right)\phi_{i,j-1}\Big] = 0
\end{aligned} \tag{2}
$$

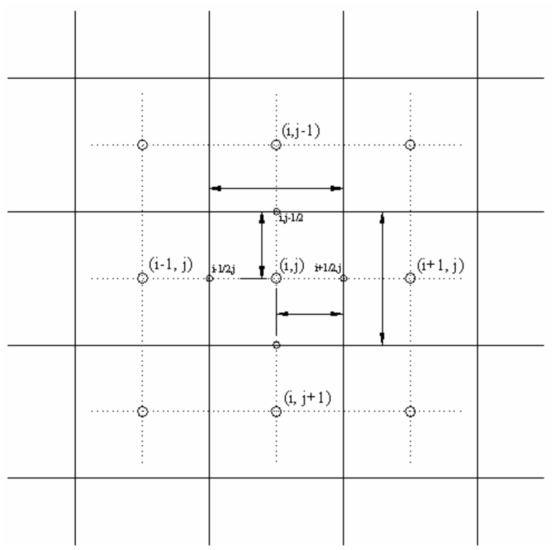

그림 2. 2차원 FDM의 격자 구조

스크린 전극판은 강제 경계조건으로 0V로 주어지며, 전압이 인가 되는 전극판은 5V, 나머지 전극판은 0V의 강제 경계로 각각 주어 지게 된다. 그림 2와 같이 격자가 구성되며 격자의 총 개수는 1600(40×40) 개로 구성하였다. 캐패시턴스와 유전율 분포와의 관계는 다음으로 얻어진다.

$$C_{12} = \frac{Q}{V_{12}} = \frac{\int \nabla\varepsilon\nabla\phi\, dV}{\int \nabla\phi\, dV} \tag{3}$$

가우스 이론(Gauss’s theorem)을 적용시키면, 식(4)으로 나타낼 수 있다.

$$C_{12} = \frac{Q}{V} = -\frac{1}{V}\iint_{\Gamma} \varepsilon(x,y)\nabla\phi(x,y)\, d\Gamma \tag{4}$$

2.2 민감도 행렬(민감도 행렬) 구성

ECT 시스템의 유전율과 캐패시턴스의 관계에서 캐패시턴스의 값이 실제 측정되며 이 값을 이용하여 유전율의 분포를 찾게 되는 것이다. 식(3)자체로 역전사 알고리즘을 적용하는 것은 불가능 하며 이식을 근사화 시켜 역전사 알고리즘을 적용시키게 된다. 근사화 방법 중 가장 많이 사용되고 있는 방법은 민감도 행렬을 이용하는 방법이다. 캐패시턴스의 값을 결정하는 변수는 유전율과 전압의 분포이다. 그러나 전압분포 또한 유전율에 의해 결정되기 때문에 캐패시턴스 값은 유전율의 함수로 가정할 수 있다.

$$C = \xi(\varepsilon) \tag{5}$$

유전율의 변화에 대한 캐패시턴스 값의 변화를 테일러(Taylor) 급수 전개를 하면 다음과 같다.

$$C = C_0 + \frac{\partial C}{\partial \varepsilon}\Delta\varepsilon + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 C}{\partial \varepsilon^2}\left(\Delta\varepsilon\right)^2 + \cdots \tag{6}$$

유전율의 변화 $\Delta\varepsilon$ 값이 크지 않다는 가정하에 캐패시턴스의 변화 ΔC, 즉 $C - C_0$ 는 식(6)에서 다음의 민감도와 유전율의 식으로 선형화 할 수 있다.

$$\Delta C = \frac{\partial C}{\partial \varepsilon}\Delta\varepsilon = S\Delta\varepsilon \tag{7}$$

$\partial C/\partial\varepsilon$ 는 유전율의 변화에 대한 캐패시턴스의 민감도, $\mathbf{S}$, 를 나타낸다. 식(7)의 민감도는 계산을 위해 N개의 격자로 이산화 된다. 본 연구에서는 20×20 의 격자로 p=400개의 픽셀(pixel)로 이산화 되었다. 이산화 된 식은 행렬의 형태로 만들어지며, 이를 민감도 행렬 (민감도 행렬) 라고 부른다.

민감도 행렬은 다음과 같은 방법으로 구하였다. 먼저8개의 전극판을 이용하여 측정하기 때문에 28개($M = n(n-1)/2$)의 다른 측정값을 가지게 된다. 그러므로 이것은 행렬의 형태로 표현하면 식(7)은 다음과 같이 서술된다.

$$\Delta C_m = S_{m,p}\Delta\varepsilon_p \tag{8}$$

계산의 일관성과 용이성을 위해 Xie(1992)는 이를 정규화 하여 사용했다. 이 식을 통해 캐패시턴스 값을 결정하는 방법을 선형 전사(Linear Forward Projection, LFP)이라고 부르는데, 이를 통해 얻은 식은 다음과 같다.

$$\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{Sg} \tag{9}$$

위에서 $\boldsymbol{\lambda}$ 는 정규화 된 캐패시턴스 백터, $\mathbf{S}$ 는 민감도 행렬, $\mathbf{g}$ 는 유전율 백터이다. 유전율 벡터는 높은 유전물질에 대해서는 1 낮은 유전물질에 대해서는 0으로 정규화 한다. 식(9)의 민감도 구배항은 다음과 같이 선형적으로 근사화 할 수 있는데 이식은 정규화 된 캐패시턴스 값과 필드의 면적으로 가중하였다. 이를 계산하는 알고리즘을 그림3으로 나타내었다.

Algorithm

1. 민감도 행렬 **S**는 $M \times P$ 로 초기화 ($M = 28$, $P = 400$)
   유전율 분포 행렬 **ep는** $p \times 1$로 초기화
2. for i=1 to m
   { ep(:)= ε_{high} 일 때의 캐패시턴스 값 $C_{high}(m)$ 계산
   ep(:)= ε_{low} 일 때의 캐패시턴스 값 $C_{low}(m)$ 계산
   for j=1 to p
   { ep(:)= ε_{low} 로 초기화
   ep(j)= ε_{high} 일 때 캐패시턴스 값 $C(m, j)$ 계산
   $S(m, j) = \frac{C(m, j) - C_{low}(m)}{C_{high}(m) - C_{low}(m)} \frac{1}{\varepsilon_{high} - \varepsilon_{low}} \frac{A_{\max}}{A_k}$ 계산하여 민감도 행렬 생성
   }
   }

ε_{high} : 높은 유전물질의 유전율

ε_{low} : 낮은 유전물질의 유전율

$A_{\max}$: 나눠진 픽셀의 면적이 가장 큰 것의 값

A_k : k 번째 픽셀의 면적($k = 1, 2, 3, \cdots p$) 로 정의 된다.

ep(:)에서 콜론은 행렬 전체를 의미함.

그림 3. 민감도 행렬의 계산 알고리즘

그림4는 전극 사이의 민감도의 계산 예이다. x축과 y축은 토모그라피 평면을 나타내며, z축은 민감도의 크기를 나타낸다. (a)의 경우를 보면 전극 1과 2 사이의 민감도로서, 전극 사이의 가장 높은 민감도가 첨두 형태로 형성됨을 볼 수 있다. (b)는 1번과 6번 사이의 민감도를 나타내며, 그 사이에 넓게 분포함을 알 수 있다. (c)의 경우는 2번과 7번 사이의 민감도를 나타내며, 비대칭적으로 넓게 분포한다. (d)의 경우는 2번과 3번의 센서의 모서리에 인접했을 때의 민감도를 나타내며, (a)와 같이 첨두 형태로 형성됨을 알 수 있다. 이상을 비교해 볼 때 전통적인 민감도 분석을 위한 유한요소법을 이용한 방법에 비교해 볼 때, 본 연구에서 수행한 유한 차분법의 결과도 매우 우수함을 알 수 있다.

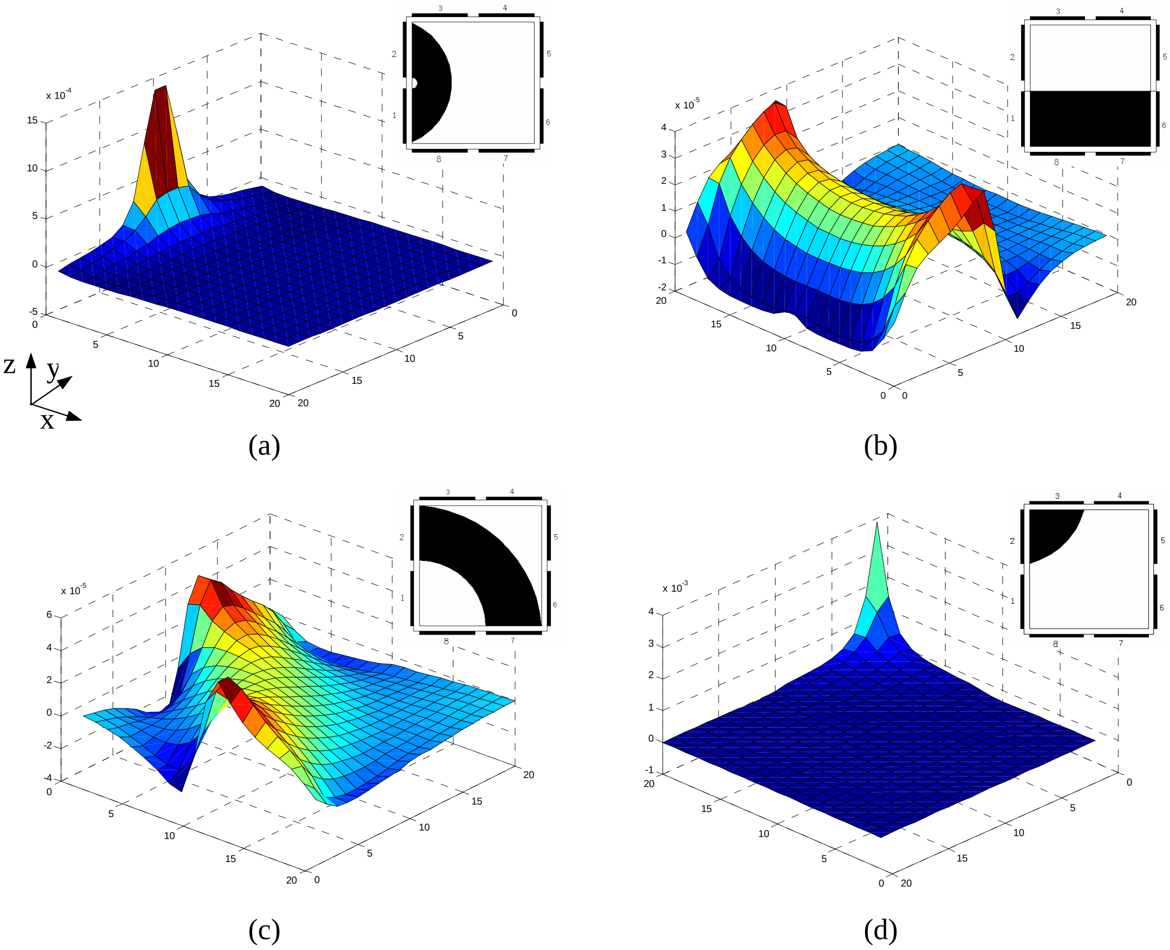

그림 4. 전극 사이에 형성되는 민감도 계산 결과 (a) 1-2전극 (b) 1-6 전극 (c) 2-7전극 (d) 2-3전극

3. 역전사 알고리즘

지난 10여 년간 1992년 Xie의 선형역전사 발표 이후 정확도의 증대를 위해 지속적인 알고리즘의 개선이 이루어 졌다. 본 장에서는 이러한 기법의 간략한 요약을 통해, 이들의 성능 평가의 기본을 마련 하고자 한다.

3.1 선형 역전사 (Linear Back Projection),LBP

식(9)에서 민감도 행렬인 $\mathbf{S}$ 의 역행렬이 존재하면 유전율의 분포 $\mathbf{g}$ 는 다음을 통해 얻을 수 있다.

$$\mathbf{g} = \mathbf{S}^{-1}\boldsymbol{\lambda} \tag{11}$$

그러나 민감도 행렬의 역행렬은 존재하지 않기 때문에 이 문제를 해결하기 위한 다른 방법이 필요하게 된다. LBP 방법은 1992 Xie(UMIST)에 의해 시도된 방법으로 민감도 행렬을 유전율의 분포에 대한 캐패시턴스 값의 선형적 대응(mapping)으로 간주하였다. 민감도 밀도 함수와 측정치를 갖고 이를 변환하면 다음의 식을 얻는다.

$$\hat{\mathbf{g}} = \mathbf{S}^{T}\boldsymbol{\lambda} \tag{12}$$

위에서 $\hat{\mathbf{g}}$ 는 역전사 된 유전율 분포이고, $\mathbf{S}^{T}$ 는 민감도 행렬의 전치 행렬이며, $\boldsymbol{\lambda}$ 는 정규화된 캐패시턴스 측정치이다. 민감도 행렬은 벽면주위에서 높게 측정되며, 이는 벽면 주위의 유전율에 변화에 대해 측정되는 캐패시턴스 값에 크게 영향을 줌을 의미 한다. 이 것을 고려하여 식(12)에 민감도 행렬로 정규화 과정을 거치면 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{\mathbf{g}} = \frac{\mathbf{S}^{T}\boldsymbol{\lambda}}{\mathbf{S}^{T}\mathbf{u}_{\lambda}} \qquad \mathbf{u}_{\lambda} = [1, 1, \ldots 1] \tag{13}$$

LBP 방법은 수학적으로 정확하지는 않지만 간단하고, 빠르기 때문에 실시간 복원 에서 여전히 사용되고 있다. 그러나 중심부분에서의 이미지가 제대로 복원 되지 않고, 복원되는 이미지가 왜곡되는 경우가 있다.

3.2 티크노프 정규화(Tikhonov Regularization),TR

티크노프 정규화는 타당치 않은(ill-posed) 역원(inverse) 문제를 해결하기 위해 제시된 방법중의 하나이다. (Tikhonov 1977, Engl 1996, Berto 1998, Hansen 1998) 이 방법은 Peng(2000)과 Lionheart(2001)에 등에 의해 ECT 시스템에 적용되었다.

민감도 행렬을 통해 선형화 된 유전율 분포와 캐패시턴스의 관계식인 식(9)에서 측정오차 및 근사화 과정에서의 오차($\mathbf{e}$)를 고려하면 다음의 식으로 표현된다.

$$\mathbf{Sg} = \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{e} \tag{14}$$

식(13)에서 오차($\mathbf{e}$)를 최소화 함을 통해 유전율의 분포를 얻을 수 있는데 이를 위한 가장 일반적인 방법은 최소승차법(least square)이다. 식(14)에서 최소승차법을 이용하여 최소화 하고자 하는 오차의 식을 $\mathbf{f(g)}$ 라 할 때, 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{f(g)} = \frac{1}{2}\|\mathbf{S} \cdot \mathbf{g} - \boldsymbol{\lambda}\|^2 = \frac{1}{2}\left(\mathbf{g}^T\mathbf{S}^T\mathbf{S}\mathbf{g} - 2\mathbf{g}^T\mathbf{S}^T\boldsymbol{\lambda} + \boldsymbol{\lambda}^T\boldsymbol{\lambda}\right) \tag{15}$$

식(15)의 일반적인 해는 미분을 통하여 다음과 같이 얻어진다.

$$\mathbf{S}^T\mathbf{S}\mathbf{g} - \mathbf{S}^T\boldsymbol{\lambda} = 0 \tag{16}$$

즉 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\mathbf{S}^T(\mathbf{S}\mathbf{g} - \boldsymbol{\lambda}) = 0 \tag{17}$$

식(16)에서 $\mathbf{S}^T\mathbf{S}$ 의 역행렬이 존재한다면, 다음의 식을 통해 유전율의 분포를 예측할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{g}} = \left(\mathbf{S}^T\mathbf{S}\right)^{-1}\mathbf{S}^T\boldsymbol{\lambda} \tag{18}$$

그러나 측정값보다 이산화 된 유전율 분포의 개수가 훨씬 많기 때문에 $\mathbf{S}^T\mathbf{S}$ 의 역행렬은 존재하지 않는다. 여기서 $\mathbf{S}^T\mathbf{S}$ 의 역행렬을 티크노프 정규화를 적용하여 구하게 되며 이를 이용하여 유전율의 분포를 예측 할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{g}} = \left(\mathbf{S}^T\mathbf{S} + \boldsymbol{\mu}\mathbf{I}\right)^{-1}\mathbf{S}^T\boldsymbol{\lambda} \tag{19}$$

위에서 $\mathbf{I}$ 는 항등 행렬(identity matrix)이며, μ 는 정규화 변수(regularization parameter) 이다. 정규화 변수 μ 에 의해 $\mathbf{S}^T\mathbf{S}$ 의 역행렬이 존재 함에 따라 최소승차법에 의한 유전율 의 예측이 가능하게 되었다. 이 방법은 μ 값에 크게 영향을 받는 특성이 있으며, μ 의 값은 수학적인 과정을 통해 최적화 하기도 하고, 실험적으로 결정 하기도 한다.

3.3 반복 티크노프 정규화(Iterative Tikhonov Regularization), ITR

ITR을 통해 유전율의 분포를 측정값에서 최소승차법을 통한 수학적인 예측이 수행 되었으나, 이를 통한 방법 역시 이미지를 정확하게 복원하지는 못한다. 이를 위해 반복계산을 통해 이미지 복원력을 향상시키기 위한 방법들이 개발되었다. 그 중 뉴턴 랩슨방법을 적용시킨 것이 ITR이다. (Hansen 1998)

TR방법에서는 측정값($\boldsymbol{\lambda}$)과 예측값($\mathbf{S}\mathbf{g}$)의 오차를 최소화 하여 0이 되게 하는 식(16)을 ($\mathbf{S}^T\mathbf{S}\mathbf{g} - \mathbf{S}^T\boldsymbol{\lambda} = 0$) 통해 유전율의 분포를 구하게 되었다. ITR 방법은 식(16)에 뉴턴 렙슨(Newton-Rapshon)을 적용하기 위하여, 테일러(Taylar) 급수 전개를 한 후 전체 값에 크게 영향을 주지 않는 높은 차수의 항을 무시하게 되는데, 이를 통해 반복계산의 과정을 포함한 식을 얻게 된다.

$$\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{k+1}} = \hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{k}} - (\mathbf{S}^T\mathbf{S})^{-1}\mathbf{S}^T\left(\mathbf{S}\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{k}} - \boldsymbol{\lambda}\right) \tag{20}$$

식(20)에서 역시 $\mathbf{S}^T\mathbf{S}$ 의 역행렬이 존재 하지 않으므로 티크노프 정규화를 적용시키면 다음의 식과 같이 반복 티크노프 정규화 방법을 통한 유전율의 분포의 예측이 가능하게 된다.

$$\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{k+1}} = \hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{k}} - (\mathbf{S}^T\mathbf{S} + \boldsymbol{\gamma}\mathbf{I})^{-1}\mathbf{S}^T\left(\mathbf{S}\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{k}} - \boldsymbol{\lambda}\right) \tag{21}$$

여기서 k는 반복 횟수(iteration number)이다.

3.4 프로젝티드 랜드웨버 반복 (Projected Landweber iteration)PLI

랜드웨버반복법은 프레드홀름(Fredholm) 적분의 타당치 않은(ill-posed) 문제를 풀기 위해 고안되었으며, (Landweber 1951) 목적함수의 오차를 반복 계산을 통하여 구하는 과정에서 오차를 가장 빠르게 감소하도록 구배(gradient)를 이용하여 반복 계산을 실행한다. 이 것은 급강하구배 감소(steepest gradient descent)방법의 한 변형이며 뉴턴-렙슨 방법과 유사하다. 이 방법은 주로 x-ray 토모그라피와 같은 감지 영역이 좁은 센서를 이용한 토모그라피 방법으로 주로 사용되었으며, 1999년 Yang에 의해 ECT에 적용되었다.

랜드웨버 반복법에 의해 예측되는 유전율의 분포는 다음과 같이 얻어진다.

$$\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{k+1}} = \hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{k}} - \alpha_k \nabla \mathbf{f}(\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{k}}) \tag{22}$$

$\nabla \mathbf{f}(\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{k}})$ 는 오차가 가장 빠르게 감소하는 방향을 나타내며, 다음과 같이 계산된다.

$$\nabla \mathbf{f}(\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{k}}) = \mathbf{S}^{\mathbf{T}}\left(\mathbf{S}\mathbf{g}_{\mathbf{k}} - \boldsymbol{\lambda}\right) \tag{23}$$

식(23)을 식(22)에 대입하면, 다음의 식을 얻을 수 있으며, 이 식을 통해 유전율의 분포를 알 수 있다.

$$\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{k+1}} = \hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{k}} - \alpha \mathbf{S}^{\mathbf{T}}\left(\mathbf{S}\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{k}} - \boldsymbol{\lambda}\right) \tag{24}$$

α 는 완화계수이며, 수렴성을 제어한다. 랜드웨버반복법은 각 반복의 계산속도는 빠르나 수렴의 속도가 느리다. 이를 위해 빠른 수렴성을 갖도록 각 반복 계산의 과정에서 P 함수를 통해 상사 시키기게 된다. 유전율의 벡터의 값은 정규화 과정을 통해 0과 1의 값을 가지게 되므로, $\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{k+1}}$ 은 0과 1의 범위에서 벗어날 수 없다. 이것을 계수함수로 표현하면 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$P\left[f(x)\right] = \begin{cases} 0 & if \;\; f(x) < 0 \\ f(x) & if \;\; 0 \le f(x) \le 1 \\ 1 & if \;\; f(x) > 0 \end{cases} \tag{25}$$

이와 같이 계수함수를 통해 수렴성을 증가시킨 방법을 프로젝티트 렌드웨버 반복(PLI)법이라고 하며 다음의 식과 같다.

$$\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{k+1}} = P\left(\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{k}} - \alpha \mathbf{S}^{\mathbf{T}}\left(\mathbf{S}\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{k}} - \boldsymbol{\lambda}\right)\right) \tag{26}$$

4. 결과 및 토의

본 장에서서는 위에 제시된 기법들의 이상유동의 적용 가능성을 검토 하고자 했다. 고온 고압 상황에서 물-증기 이상유동은 대기압과는 매우 다른 유전율을 갖는다. 즉 유전율이 온도와 압력에 따라 큰 변화를 갖는 상황에서 프로세스 토모그라피가 좋은 예측을 하는가를 검토하고자 했다. 이를 위해 LBP, TR, ITR, PLI등의 4가지의 알고리즘에 대해 층류, 환형류 중심류(중심에

높은 유전율의 유동이 있는 경우)의 3 개의 경우에 대해 모델링 하여, 다양한 유전율에 대해 어떠한 특성을 가지는지 분석하였다. 캐패시턴스 측정값은 LFP(Linear Back Projection)을 통하여 얻어진 결과를 사용 하여 시뮬레이션 하였다. 또한 유전율의 변화에 대해 각 알고리즘의 특성을 알아보기 위하여 공기와 2, 10, 50, 80의 유전율에 대하여 민감도 행렬을 새롭게 구성하여 비교한 결과 유전율로 정규화 하지 않았을 때 값의 범위가 거의 일치 함을 알 수 있었다. 온도와 압력의 변화에 따른 유전율의 변화는 식(9)의 민감도 행렬의 값, S_{ij} 와 정규화 된 캐패시턴스의 측정값 λ를 변화시키므로 이를 고려하여 계산해준다.

일반적으로 알고리즘의 복원이미지의 평가 지수는 이미지 오차 캐패시턴스 유수(residual), 복원이미지와 원본이미지의 상관 관계(Xie et al 1994) 등이 있지만 본 연구에서는 원본이미지와 복원 이미지의 차이를 비교한 이미지 오차를 지수로 사용했는데 그 정의는 다음과 같다.

$$\text{이미지 오차 : } \frac{\|\hat{g}-g\|}{\|g\|} \tag{27}$$

4.1 다양한 알고리즘의 성능 평가

이상의 다양한 알고리즘의 성능을 평가하기 위해 두 가지 평가 지수를 사용하였다. 실시간 적용을 위해서는 계산시간이 고려되어야 하며, 정확성을 위해서는 이미지 오차와 형태를 선정하였다. 비교의 기준을 위해 유전물질은 공기-물에 대하여 비교하였다.

먼저 계산 시간을 보면 표1에 나타난 바와 같이, LBP의 경우 복원 시간이 0.06초 정도로 가장 빠른 복원 속도를 가짐을 알 수 있다. TR방법의 경우 약 0.6초 정도로 LBP와 비교 하였을 때 약 10배가 증가 함을 알 수 있다. ITR의 경우 수렴 조건은 예측된 이미지를 LFP를 통해 구한 캐패시턴스 값과 처음 측정값으로 주어진 캐패시턴스 값과의 차이인 캐패시턴스 유수(residual)가 5%이하로 하였고, 반복계산 횟수가 50을 넘지 않도록 하였다. 층류 모델의 경우 50회의 반복 계산 동안 수렴 범위 안에 들어오지 못하고 중단 되었으며, 이에 약 16초의 복원시간이 소요되었다. 그러나 환형류와 중심류의 경우 9번 10번 만에 수렴하여, 3~3.5초의 수렴시간을 가지게 되었다. 이를 통해 ITR방법은 각 반복계산 시간은 길지만 빠르게 수렴하는 특성을 가짐을 알 수 있다. PLI의 경우 각 반복계산에서 IT와 같은 수렴 조건을 주었으며, 반복계산이 500회를 넘지 않도록 하였다. 그 결과 세 경우 모두 수렴 조건은 만족하지 못하고 중단되었다. 복원 소요시간은 평균 2.23초로 500회의 반복계산에 비해 시간이 적게 소요됨을 알 수 있다. 이것을 통해 PLI 방법은 각 반복계산 단계의 속도는 빠른데 비해 수렴이 빠르게 되지 않음을 알 수 있다.

표 1 각 알고리즘의 복원 시간(sec)

	층류 모델	환형류 모델	중심류 모델
LBP	0.051	0.06	0.05
Tikhonov method	0.59 ($\mu = 0.0001$)	0.57 ($\mu = 0.0002$)	0.58 ($\mu = 0.00005$)
Iterative Tikhonov ($\gamma = 0.0004$)	15.58 (50 iterations)	3.23 (9 iterations)	3.55 (10 iterations)
Projected Landweber ($\alpha = 2$)	2.29 (500 iterations)	2.28 (500 iterations)	2.29 (500 iterations)

다음은 이미지 복원 결과에 대한 질적 평가이다. 그림 4에서 볼 수 있듯이 LBP를 이용한 방법은 전체적인 이미지가 흐리게 복원 됨을 알 수 있다. TR방법의 경우 LBP보다 복원력이 향상 되었으나 경계에서 이미지가 제대로 복원 되지 못함을 알 수 있다. 또한 중심류의 경우 이미지의 분포가 넓게 퍼져 버리는 결과를 가져온 것을 알 수 있다. TR방법이 최소승차법을 이용하였지만 그 자체로는 이미지를 완벽하게 복원하지 못한다는 것을 알 수 있다. 또한 TR의 경우 복원하는 이미지의 형태에 따라 정규화 변수를 계속 변화 시켜 가면서 설정해야 하는데, 이것은 실제 프로세스에서 알고리즘을 적용하는데 큰 문제가 될 수 있음을 알 수 있다. ITR 방법은 반복계산을 통해 기존의 TR방법에서 많이 향상 되었음을 알 수 있다. 층류 모델의 경우 아직 경계 부분이 여전히 완전하게 구분되지 않음을 알 수 있다. 정규화 변수가 복원이미지의 종류에 크게 의존하지 않으며, 환형류 모델의 경우 원본 이미지를 거의 완벽하게 복원 함을 알 수 있다. 중심류 모델의 경우 역시 원본 이미지와 거의 일치한 이미지를 복원 함을 알 수 있는데, 이는 기존의 LBP와 TR방법과 비교할 때 크게 향상된 성능을 보여줌을 알 수 있다. PLI 방법은 원본의 이미지를 가장 완벽하게 복원한 것을 알 수 있다. TR방법과 같이 복원 이미지의 형태에 따라 변수를 바꿔줘야 할 필요가 없는 알고리즘으로, 실제 프로세스에서도 알고리즘을 적용하는데 적합한 특성을 가지고 있다.

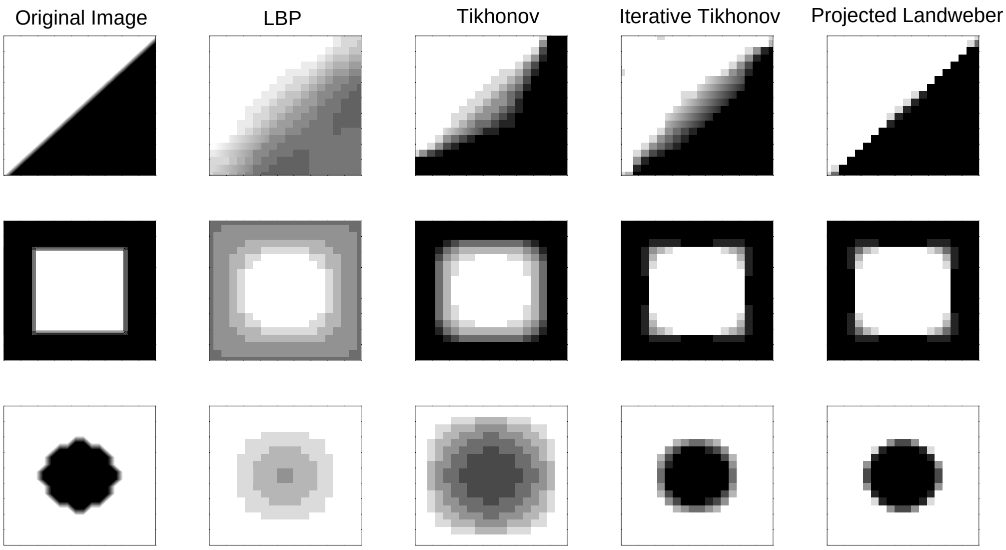

그림 5 물($\varepsilon_r = 80$)과 공기($\varepsilon_r = 1$)에 대한 이미지 복원 예

4.2 유전율 변화 효과에 따른 평가

다음은 유전율의 비율을 변화시키면서 이미지 오차가 어떻게 영향을 받고, 어느 알고리즘이 가장 우수한가 평가 하고자 했다. 유전율 비율은 2,10,50,80의 네 가지 경우에 대하여 언급한 모든 알고리즘을 검토했다.

층류 모델의 경우는 그림6에 나타난 바와 같이, LBP는 50%정도의 오차를 고르게 보이고 있다. 반면 TR방법은 LBP와는 다르게 유전율의 변화에 따라 오차가 70%에서 20%로 크게 변함을 알 수 있다. ITR방법의 경우 유전율의 변화에 대해 오차의 변화가 TR과는 다르게 크게 변하지 않음을 알 수 있으며, 오차 범위도 10~15%의 범위를 가짐을 알 수 있다. 반면, PLI방법의 경우 오차가 4%내외의 우수한 성능을 보이며, 유전율의 변화에 대해서도 둔감함을 알 수 있다.

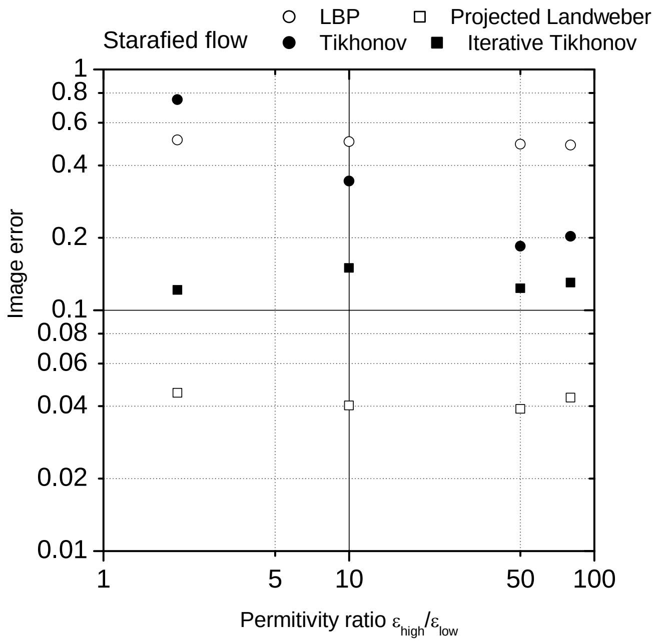

그림 6 유전율 변화에 따른 이미지오차(층류 모델)

환형류 모델은 본 연구에서는 이상적으로 벽면을 따라 일정한 두께의 유체 막이 있다고 가정하여 평가 하였다. LBP방법은 층류 모델의 경우와 같이 유전율의 변화에 따른 이미지 오차의 변화의 폭이 적으나, 전체적인 이미지 오차는 약 70%정도로 크게 증가 했다. TR의 경우 80~40%으로 오차가 크게 변함을 알 수 있다. ITR의 경우 층류 모델 보다 증가한 20~30%임을 알 수 있다. PLI의 경우 약10%의 범위에서 이미지 오차가 크게 변하지 않음을 알 수 있다.

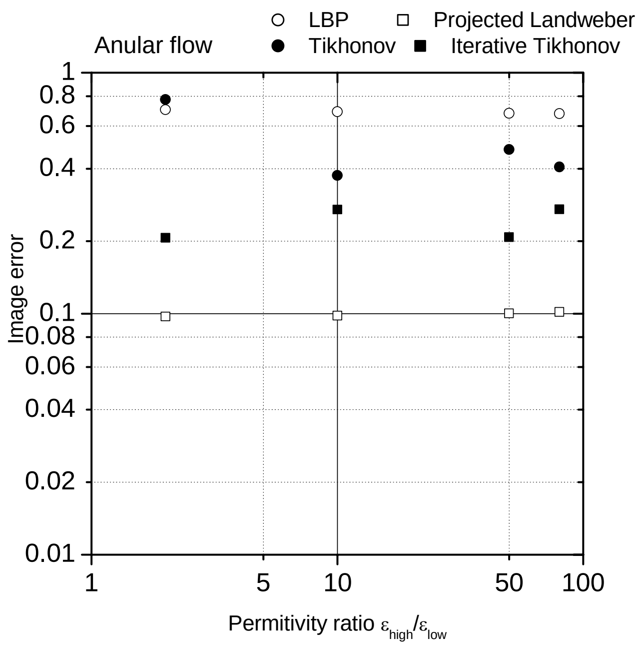

그림 7 유전율 변화에 따른 이미지오차(환형류 모델)

그림 8은 중심류에 대한 시뮬레이션 결과 이다. 중심류에 대해서는 각 알고리즘이 모두 유전율의 변화에 대해 크게 의존하지 않음을 확인 할 수 있다. LBP는 약 45%의 오차 범위, TR 방법은 30~40%의 오차를 갖는데 높은 유전율의 비율에서 오차가 더 감소함을 알 수 있다. ITR의 경우 20~25%의 오차 범위를 가짐을 확인 할 수 있다. 중심류에서 역시 PLI의 경우 가장 적은 약8%의 일정한 오차를 가짐을 알 수 있다.

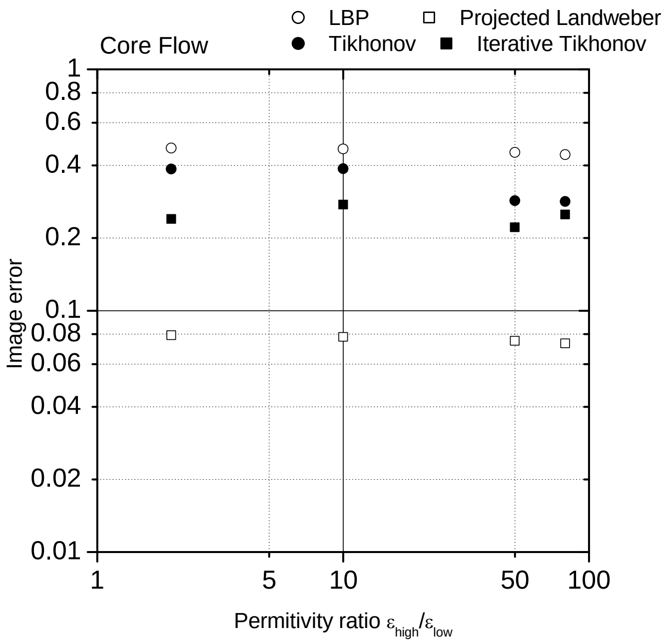

그림 8 유전율 변화에 따른 이미지오차(중심류)

이상을 종합 하여 볼 때, LBP는 복원 시간이 평균 0.06초로 가장 빠르고 유전율 변화에 대한 의존도 또한 크지 않음을 확인 할 수 있으나, 복원된 이미지 오차가 50~70%로 사용하기에 적합하지 않음을 알 수 있다. TR의 경우 전체 적인 이미지 오차는 LBP보다 감소 했지만, 복원 소요시간이 0.6초 정도로 약 LBP에 비해 10배정도 증가 했으며, 유전율의 변화에 크게 의존함을 알 수 있다. 특히 유전율의 비율이 낮은 부분에서는 오차가 크게 증가하여(70~80%) 원본 이미지를 제대로 복원 하지 못한다는 것을 판단 할 수 있다. 또한 각 경우에 대해 정규화 변수를 계속 변화시켜야 하는 문제점이 있음을 알 수 있다. ITR방법의 경우 반복계산을 통해 오차를 10~30%의 범위로 감소되었으며, 유전율 변화에 대한 의존도도 기존의 TR방법에 비해 크게 감소했다. 그러나 이미지 복원 소요시간은 복원 이미지의 종류에 따라 다르지만, 10번의 반복계산 기준으로 했을 때 약 3초가 소요됨을 알 수 있다. 반복계산을 통해 정규화 매개 변수가 이미지의 종류에 대해서는 크게 의존하지 않았지만 유전율의 변화에 대해서는 의존하는 특성을 가지고 있으며, 이는 역시 실제 시스템에 적용하기 부적합 함을 알 수 있다. PLI 방법은 유전율의 변화에 대해 이미지 오차가 크게 변하지 않으며, 이미지 복원 오차 또한 10%이내로 가장 좋은 성능을 가지고 있음을 확인 하였다. 이미지 복원 소요 시간은 ITR방법과 비교할 때 약2.3초 정도로 약간 줄어들었지만 빠른 프로세스의 시스템에 대해서는 적용하기 에는 힘든 면이 있다. 하지만 각 반복계산 시간이 짧기 때문에(0.05s) 이미지 오차의 증가를 감안하고 수렴 조건을 완화 시킴을 통해 반복계산의 횟수를 줄인다면, 빠른 프로세스의 시스템에 적용이 가능하다고 생각 된다. 표2는 반복계산의 횟수를 50회로 제한 했을 때의 결과 이다.

표 2 PLI방법의 이미지 오차 복원 소요 시간(50 iterations)

	층류 모델	환형류 모델	중심류 모델
이미지 오차	5%	13%	20%
복원 소요 시간	0.4sec	0.42sec	0.411sec

5. 결론

현재 프로세스 토모그라피의 분야에서 ECT는 안전하고, 비용이 적게 들고, 빠르다는 특성에 의해 활발하게 연구되고 있는 주제중의 하나이다. Charge-Discharge 회로와 LBP를 이용하여 이미지를 복원 하는 방법이 제안 된 이후 복원이미지의 질을 향상시키기 위하여 측정기술과 많은 복원알고리즘이 개발되어왔다. 그러나 증기와 물 또는 LNG와 같이 액화 상태에서 상변화가 일어나면서 같은 물질이지만 유전율이 변화하는 상황에 대한 알고리즘의 특성 및 적용 가능성은 체계적으로 연구되지 않았다. 본 연구에서는 이를 위해 유전율이 변화함에 따라 각 알고리즘이 어떤 특성을 가지는지 알아 보았고, 유전율이 변화하는 상황에서의 알고리즘을 적용하기 위한 방법을 연구되었다.

민감도 행렬의 값은 유전율의 변화에 따라 그 크기가 크게 변하지 않음을 확인 할 수 있었으며, 캐패시턴스 값을 유전율의 변화에 따라 다르게 정규화하여, 유전율의 변화에 따라 각 알고리즘을 적용할 수 있도록 하였다. 평가된 알고리즘은 LBP, TR, ITR, PLI 방법 이며, 각 알고리즘에 대해 유전율의 비율을 2,10,50,80으로 변화시켜 가면서 이미지오차, 이미지 복원 소요 시간들을 관찰하였다.

그 결과 LBP는 유전율 비율에 대해서는 크게 의존하지 않고 복원 소요시간도 0.06초로 빠르나 이미지 오차가 50~70%로 실제 적용하는데 있어 문제가 있음을 확인 하였다. TR 방법의 경우 유전율의 비율에 대해 이미지 오차가 40~70%까지 크게 변하며 정규화 변수를 각 경우에 대해 다르게 결정해야 하는 특성을 가지고 있어 실제 적용하기에는 부적합함을 알 수 있었다. ITR의 경우 유전율 비율의 변화에 대한 이미지 오차의 변화와 전체적인 이미지 오차 또한 10~30% 로 감소했으나, 복원 소요시간이 10번의 반복계산을 기준으로 했을 경우 3초 정도로 증가했다. 또한 TR방법과 마찬가지로 정규화 매개 변수를 바꿔야 하는 문제점이 있어, 본 연구의 상황에서는 적용하기에는 부적절하다고 판단 되었다. PLI방법은 이미지 오차를 기준으로 했을 때 오차의 범위도 10%내외로 가장 적고 유전율 비율의 변화에도 거의 영향을 받지 않음을 확인 하였다. 그러나 이 역시 반복계산을 통해 복원 소요 시간이 약2.3초 정도로 빠른 프로세스의 시스템에 대해서는 그 자체로는 적용이 불가능 하지만, 각 반복단계의 계산 속도가 빠르기 때문에 이미지오차를 약간 증가 시키면서 이미지 복원 속도를 크게 줄일 수 있다. 이를 통해 5~20%의 오차 범위에서 복원 소요 시간을 0.4초까지 단축하였고, 이를 통해 빠른 프로세스의 시스템에도 적용 가능성이 있음을 확인 하였다.

참고문헌

Yan, H., Liu, L. J., Xu, H., and Shao, F. Q., 2001 “Image reconstruction in electrical capacitance tomography using multiple linear regression and regularization.” Meas. Sci. Technol. 12 575-581

Isaksen, 1996 “ A review of reconstruction techniques for capacitance tomography. ” Meas. Sci. Technol. 7 325-337

Yang, W. Q. and Peng, Lihui., 2003 “ Image reconstruction algorithms for electrical capacitance tomography. ” Meas. Sci. Technol. 14 R1-R13

Yang, W. Q. and Liu, S., “Electrical Capacitance Tomography with a Square Sensor. ” 1st world congress on Industrial process tomography

Yang, W. Q., Spink, D. M., York, T. A. and McCann, H., 1999 “ An image-reconstruction algorithm based on Landweber’s iteration method for electrical capaictance tomography Meas. Sci. Technol. 14 1065-1069

Yang, W. Q., Spink, D. M., Gamio, J. C. and Beck, M. S., 1997 “ Sensitivity distributions of capacitance tomography sensors with parallel field excitation. ” Meas.Sci.Technol.8562-569

Yang, W. Q. and Conway, W. F., 1998 “ Measurement of sensitivity distributions of capaictance tomography sensors. ” Rev. Sci. instrum. 69 (1), January

Yang, W. Q., Stott, A. L., Beck, M. S., and Xie, C. G., 1995 “ Development of capacitance tomographic imaging systems for oil measurements. ” Rev. Sci. Instrum. 66(8) August

Xie, C. G., “ Eight-electrode capacitance system for two-component flow identification: Part1. Tomographic flow imaging IEE Proc. A (136)173-183

Jinchuang, Zhao., Wenli, Fu., Taoshen, Li. and Shi, Wang., 2002 “ An image reconstruction algorithm based on a revised regularization method for electrical capacitance tomography. ” Meas. Sci. Technol. 13638-6